

患者の待ち時間および医師の超過勤務時間の 分布推定値に基づく配分最適化

— 診療予約枠の最適設定のために —

Optimal Allocation Based on the Estimated Distributions
of Waiting Times and Overtime
— For the Optimal Design of the Medical Reservation Frames —

市 原 寛 之*

Hiroyuki ICHIHARA

要旨

本稿では、完全予約制に基づく簡易的な確率モデルにおける、患者の待ち時間と医師の超過勤務時間の分布推定値による予約枠配分最適化問題の数値例を通して、診療予約枠の設定法について議論する。主に文献[5]の定式化をベースにし、これに医師の超過勤務時間の項を加えた最適化問題の定式化とその数値例を示す。本モデルにおいて医師の超過勤務時間と患者の待ち時間はトレードオフの関係にあるため、本稿の数値例を通してその程度を定量的に示し、診療予約枠の設定のとき考慮すべき点について論じその一助とする。

キーワード：診療予約枠，確率モデル，シミュレーション，多目的最適化問題

1. はじめに

近年、多くの病院で客の待ち時間や医師の過重労働が大きな問題となっている。客の待ち時間の短縮化を主目的とし、多くの病院では時間帯予約制を導入するようになったが、これらの問題は未だに解決されずにいる。

*経営総合学科—数理最適化

Department of Management Synthesis — Mathematical Optimization

令和5年に実施された受領行動調査の結果の概要[8]によると、平成29年からの各調査年度における「外来患者の診察等までの待ち時間」が30分以上である割合が40%を超えている。また、項目別に見た満足度について、平成29年から調査が実施された各年度で待ち時間の満足度が最も低いことも示されている（図1）。さらに、医師の過重労働についても問題視されており、その軽減を行うため国や地方レベルで多くの施策が行われてきた[1]。また、文献[2]では、全国の大学病院に勤務する医師の47.1%が、時間外労働が年960時間を超えていると記されている。この問題に対する対策として、例えば山口県では、医師の超過勤務をなくすために必要な医師数の推計を行っている[1]。

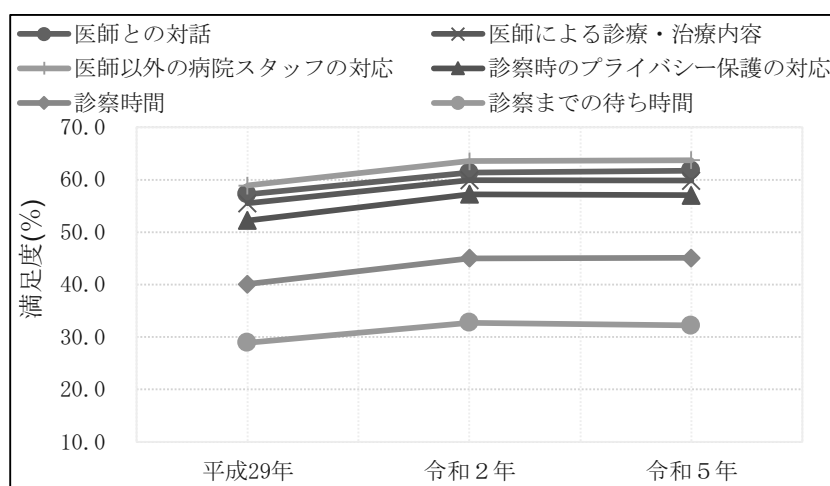


図1：各年度における項目別の満足度[8]

これらの問題に対して、本稿では、時間帯予約枠のある診療予約制を模擬した簡易的な待ち行列において、客の待ち時間と医師の空き時間、医師の超過勤務時間を考慮した指標を全ての枠で可能な限り公平に最小化する問題を定式化する。その問題を解くことで、各枠の予約可能数と枠の時間によって定まる予約枠配分を最適化する。さらには、幾つかのパラメータ設定の下で求まる予約枠配分を利用した数値例を示し、各枠の予約可能数と枠の時間を適切に設定するための一助となる施策を提示する。

Hoら[3]は、予約客が定時到着するモデルを利用し、客の待ち時間と医師の空き時間の加重和が短くなる到着パターンを求めている。このモデルでは、到着パターンによって、最終客の到着時刻が変化する。また、本研究に関連する筆者がこれまでにを行った研究の一部を表1に示す。表1は5つの項目から文献[4]と文献[5]、本論文の区別を記載している。例えば文献[4]では、（十分混雑し客の診察が連続して行われる）大病院を想定した待ち行列モデルにおける、客の待ち時間の分布関数の導出を行い、客

の待ち時間を短くする観点から適切な予約枠の設定方法を示した．文献[5]では，完全予約制を想定したモデルにおいて，シミュレーションによる平均待ち時間と平均空き時間を利用し，客の待ち時間と医師の空き時間を公平に短くするための予約枠の最適化問題について研究した．

これらの研究の結果から，混雑しているパラメータの下で最適化問題を解いて求まる配分は，最終枠の予約可能数が多くなる傾向があり，これをもとに予約可能数を定めると（自明ではあるが）全客のサービスの平均終了時刻が，本来の枠の終了時刻より大幅に超えるようになる．

そこで，本研究では文献[5]の定式化をベースとし，これに医師の超過勤務時間を考慮した最適化問題を議論する．この問題を解いて求まる配分に基づいて予約可能数を設定したときの待ち時間と超過勤務時間，文献[5]に示された配分で予約可能数を設定したときの待ち時間と超過勤務時間をそれぞれ比較する．具体的には，本モデルにおいて待ち時間と医師の超過勤務時間はトレードオフの関係にあるため，この比較を通して，診療予約枠の設定のとき注意すべき点について定量的に議論する．

表 1：筆者の関連論文の概要と本稿の比較

	患者の種類	空き時間	no-show 現象	指標	手法
文献 [4]	2 種類 ・ 予約患者 ・ 予約無患者	考慮しない	考慮しない	患者の待ち時間の分布関数	患者の待ち時間の分布関数を利用した数値計算
文献 [5]	1 種類 ・ 予約患者	考慮	考慮	シミュレーションによる平均待ち時間と平均空き時間	平均待ち時間の加重平均と平均空き時間を基にした最適化問題
本稿	1 種類 ・ 予約患者	考慮	考慮	シミュレーションによる待ち時間と空き時間，超過勤務時間の分布推定値	平均待ち時間と空き時間，超過勤務時間の分布推定値等を基にした最適化問題

2. シミュレーションモデル

2. 1 記号

本節では，完全予約制に基づく簡易的な確率モデル[5]について説明する．医師数が一人の先着順の待ち行列を考え，時刻 0 から客の診察が開始される．以下の記号を定義する：

- ・ 予約枠の添字集合： $\mathcal{L} = \{1, 2, \dots, l_{\max}\}$
- ・ 1 つの枠の時間： T
- ・ 予約枠 l (枠 l)：時間区間 $[(l-1)T, lT)$ ($l \in \mathcal{L}$)

枠 l の予約可能数を N^l (定数) で与え、すべての予約枠は予約で一杯と仮定する。客は時刻 $(l-1)T$ に予約でき、枠 l に予約を取った客は時刻 $(l-1)T$ に同時到着する。また、各客がno-showになる可能性を考慮し、客がno-showになる確率を p とする。枠 l に k 番目に診察を受ける客がno-showであれば 0、そうでなければ 1 をとる確率変数を $A_k^l (k \in \{1, \dots, N^l\}, l \in \mathcal{L})$ とし、互いに独立同分布の確率変数とする。枠 l に k 番目に診察を受ける客の診察時間を $S_k^l (k \in \{1, \dots, N^l\}, l \in \mathcal{L})$ とし、互いに独立同分布の確率変数とする。客の診察順番は、枠番号が異なる場合、その番号が小さいほど早くなる。

2. 2 客の待ち時間と医師の空き時間、医師の超過勤務時間

本節では、2.1 節で説明した確率モデルから求まる、客の待ち時間と医師の空き時間、医師の超過勤務時間について述べる。客の待ち時間を「各客の到着時刻（予約時刻）から診察開始時刻までの時間」とする。これは文献[7]における待ち時間の定義であり客の早期到着を除いたときの最長の待ち時間である。また、医師の空き時間を「各枠の全患者の診察終了時刻から次の枠の開始時刻までの時間（ただし、枠の全患者の診察終了時刻が次の枠の開始時刻より遅いときは 0）」として定め、医師の超過勤務時間を「診察時間帯の本来の終了時刻から、最後に診察を受ける客の診察終了時刻までの時間（ただし、最後に診察を受ける客の診察終了時刻が本来の診察時間帯の終了時刻より遅いときは 0）」とする。

枠 l に訪問する全客の診察終了時刻を $E_l (l \in \mathcal{L} \cup \{0\}, E_0 := 0)$ とする。 E_l は次式を満たす。

$$E_l = \max\{E_{l-1}, (l-1)T\} + \sum_{i=1}^{N^l} S_i^l A_i^l, \quad l \in \mathcal{L}. \quad (1)$$

E_l を用いれば、枠 l に k 番目に診察を受ける客の待ち時間 W_k^l は次式で表される。

$$W_k^l = \max\{E_{l-1} - (l-1)T, 0\} + \sum_{i=1}^{k-1} S_i^l A_i^l, \quad k \in \{1, \dots, N^l\}, l \in \mathcal{L}, \quad (2)$$

ただし、 $k=1$ のときに第二項は空和となり 0 である。枠 l の医師の空き時間 I^l は、 E_l が lT より小さいとき E_l から lT までの時間となり、 E_l が lT より大きいとき 0 になるため以下のように表される。

$$I^l = \max\{lT - E_l, 0\}, \quad l \in \mathcal{L}. \quad (3)$$

また、医師の超過勤務時間 O は、 $l_{\max}$ 枠の全客の診察終了時刻 $E_{l_{\max}}$ が診察時間帯の本来の終了時刻 $l_{\max}T$ より大きいとき、 $l_{\max}T$ から $E_{l_{\max}}$ までの時間となり、

$E_{l_{\max}}$ が $l_{\max}T$ より小さいとき 0 になるため以下となる.

$$O = \max\{E_{l_{\max}} - l_{\max}T, 0\}. \quad (4)$$

式(2)と式(3), 式(4)の分布関数は, 空き時間があると l が大きくなるにつれ場合分けが増え, 計算が大変煩雑になるため, 導出が困難である. そのため本論文では, 以上の確率モデルに基づいたモンテカルロシミュレーションを行い, W_k^l と I^l , O の分布推定値をもとに指標を定め, 最適化問題を定式化する.

3. 予約枠配分最適化問題

本章では, 文献[5]を基礎にした予約枠配分最適化問題の定式化を説明する. 本論文の定式化と文献[5]の定式化の主な相違点は, 目的関数における医師の超過勤務時間項の有無である.

定式化の詳細を説明する. まずは決定変数を枠 l ($l \in \mathcal{L}$) に予約可能な数 x_l とし, そのベクトルを $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{l_{\max}}) \in \mathbb{N}^{l_{\max}}$ とする. ただし, $\mathbb{N}^n$ は n 次元の整数ベクトルの集合である. さらに, 1 枠から $l_{\max}$ 枠に受け付ける予約可能数の総数を N_{Total} とする.

次に指標について述べる. 文献[5]では 1 つの枠に予約客が多い場合, 後ろの客の待ち時間を優先的に最小化するよう枠 l の予約客数 x_l を枠 l の待ち時間の係数とした加重平均を採用したが, ここでは, W_k^l の x_l 人の単純平均

$$\overline{W}_l = \frac{1}{x_l} \sum_{k=1}^{x_l} W_k^l, \quad l \in \mathcal{L}, \quad (5)$$

をとり, 枠 l に到着した客の平均待ち時間の短縮化を行う. $\overline{W}_l$ の閾値を定数 t_1 , I^l の閾値を定数 t_2 , O の閾値を定数 t_3 とし, $\overline{W}_l$ が t_1 以上である事象を $\mathcal{A}_l$, I^l が t_2 以上である事象を $\mathcal{B}_l$, O が t_3 以上である事象を $\mathcal{C}$ として定めれば,

$$\mathcal{A}_l = \{\overline{W}_l \geq t_1\}, \quad \mathcal{B}_l = \{I^l \geq t_2\}, \quad \mathcal{C} = \{O \geq t_3\}, \quad (6)$$

となる. 上式を用いれば, j 回目のシミュレーションによって得られる $\overline{W}_l$ の実現値 $\overline{w}_j^l$ と I^l の実現値 i_j^l , O の実現値 o_j が, それぞれ t_1 , t_2 , t_3 以上になる確率の推定値は, 以下のように表される.

$$\begin{aligned}\hat{P}(\overline{W}_l \geq t_1) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \chi_{\mathcal{A}_l}(\overline{w}_j^l), \quad \hat{P}(I^l \geq t_2) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \chi_{\mathcal{B}_l}(i_j^l), \\ \hat{P}(O \geq t_3) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \chi_{\mathcal{C}}(o_j),\end{aligned}\tag{7}$$

ただし、 n はシミュレーション回数、 $\chi_{\mathcal{A}_l}(\overline{w}_j^l)$ と $\chi_{\mathcal{B}_l}(i_j^l)$ 、 $\chi_{\mathcal{C}}(o_j)$ は以下の指示関数である。

$$\chi_{\mathcal{A}_l}(\overline{w}_j^l) = \begin{cases} 1, & \overline{w}_j^l \in \mathcal{A}_l, \\ 0, & \overline{w}_j^l \notin \mathcal{A}_l, \end{cases} \quad \chi_{\mathcal{B}_l}(i_j^l) = \begin{cases} 1, & i_j^l \in \mathcal{B}_l, \\ 0, & i_j^l \notin \mathcal{B}_l, \end{cases} \quad \chi_{\mathcal{C}}(o_j) = \begin{cases} 1, & o_j \in \mathcal{C}, \\ 0, & o_j \notin \mathcal{C}. \end{cases} \tag{8}$$

以上の記号と定数 α ($0 < \alpha < 1$) を用いて、式(7)の上2つの式の1次結合を枠で最大値をとったものと、超過勤務時間 O が t_3 以上になる確率の推定値の和を目的関数とし、以下の最適化問題を定式化する：

$$\begin{aligned}\text{minimize} \quad & \left[\max_{x \in \mathbb{N}^{l_{\max}}} \left\{ \alpha \hat{P}(\overline{W}_l \geq t_1) + (1 - \alpha) \hat{P}(I^l \geq t_2) \right\} + \hat{P}(O \geq t_3) \right] \\ \text{subject to} \quad & b_l \leq x_l \leq u_l, \quad l \in \mathcal{L}, \\ & \sum_{l \in \mathcal{L}} x_l = N_{\text{Total}}.\end{aligned}$$

上の最適化問題の目的関数では、 α の大きさによって、 $\overline{W}_l$ が t_1 分以上である確率の推定値と I^l が t_2 分以上である確率の推定値の重みを調整している。待ち時間を優先的に短縮するならば、 $\hat{P}(\overline{W}_l \geq t_1)$ の係数 α を大きくし、空き時間を優先的に短縮するならば、 $\hat{P}(I^l \geq t_2)$ の係数を大きくするよう α を小さく設定すればよい。また、この一次結合の最大値を枠で取り、それに医師の超過勤務時間を足す。この指標を最小化する問題を解くことで、医師の超過勤務時間を考慮した下で、待ち時間と空き時間の公平性を保つ配分の集合を探索する。制約条件では、一つの枠に予約客が固まらないようにするため、予約可能数の下限 b_l と上限 u_l の制約を設けている。この問題を総当たりで解き最適解集合 $\mathcal{O}$ を求める。

次に、集合 $\mathcal{O}$ から配分を一つに決定させるため、全ての枠の指標の和を医師の超過勤務時間を考慮した上で、最小化する配分を求める：

$$\text{minimize}_{x \in \mathcal{O}} \left[\sum_{l \in \mathcal{L}} \left\{ \alpha \hat{P}(\overline{W}_l \geq t_1) + (1 - \alpha) \hat{P}(I^l \geq t_2) \right\} + \hat{P}(O \geq t_3) \right] \tag{9}$$

上記の問題の最適解 $\mathbf{x}^*$ で予約枠配分を定めれば、各枠において、待ち時間が閾値以上になる確率と空き時間が閾値以上になる確率の加重和が、全ての枠で公平性が保た

れた下で最小になると考えられる。

本章で定式化した最適化問題を総当たりで解き $\mathbf{x}^*$ を求めるためのプログラムは、Python 言語で組み実装する。このプログラムは、第 2 章で述べた待ち行列モデルから、各確率変数が閾値以上である確率の推定値を求め、それらをもとに最適化問題を解くものである。

4. 数値例

本章では最適化問題の以下 2 つの数値例を示す。

- 数値例 1 : 各客の平均診察時間を 11.5 分間とし、180 分間の診察時間帯に 18 人を配分する問題を考察する。
- 数値例 2 : 各客の平均診察時間を 13 分間とし、180 分間の診察時間帯に 16 人を配分する問題を考察する。

上記 2 つの数値例における、最適化問題を解くときの共通のパラメータは以下の通りである：

$$l_{\max} = 6, \quad T = 30 \text{ (分)}, \quad t_1 = 30 \text{ (分)}, \quad t_2 = 10 \text{ (分)}, \quad t_3 = 15 \text{ (分)}, \\ p = 0, \quad b_l = 2 \text{ (人)}, \quad u_l = 5 \text{ (人)} \quad (l \in \mathcal{L})$$

また、各配分に対して 2000 回シミュレーション ($n = 2000$) を繰り返す。計算は Intel (R) Xeon (R) Processor E7-8893 v2 のパソコン上で行い、Python 言語で実装をする。

• 数値例 1 :

数値例 1 の詳細を示す。上記の共通のパラメータに加え $N_{\text{Total}} = 18$ (人) とし、待ち時間の係数は、 $\alpha = 0.2, 0.5, 0.8$ の 3 パターンを定める。 α の値が大きいほど待ち時間を優先して短くすることを示唆する。待ち行列シミュレーション実装時の客の診察時間 S_k^l は平均 11.5 分、分散 11 のガンマ分布に従うとする [6]。また、このパラメータの下では実行可能領域の配分数は 336 となる。

各 α で設定したときに求まる配分と文献 [5] の定式化 (超過勤務時間を考慮していない) を利用しこれと同様のパラメータの下で求まる配分を表 2 に示す。表 2 に示した各配分をもとに予約枠配分を設定したときに、待ち時間が 30 分以上になる確率の推定値と平均待ち時間、超過勤務時間が 15 分以上になる確率の推定値、平均超過勤務時間を比較する。はじめに待ち時間が 30 分以上になる確率の推定値、各枠の平均待ち時間をそれぞれ図 2 と図 3 に示す。

表 2 : 各 α に対して求まる配分

枠番号	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.8$	文献[5]
1	4	4	4	4
2	3	3	3	2
3	3	2	2	2
4	2	3	3	3
5	3	2	2	2
6	3	4	4	5

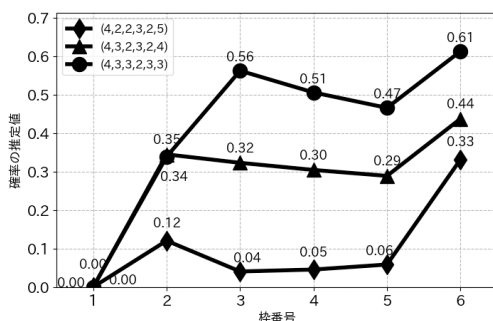


図 2 : 各配分に対する各枠の平均待ち時間が30分以上になる確率の推定値の推移

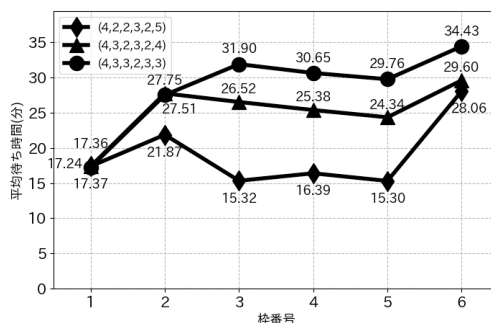


図 3 : 各配分に対する各枠の平均待ち時間

図 2 から、各予約枠における平均待ち時間が30分以上の確率の推定値は、文献[5]で得られた配分をもとに予約枠配分を設定したときに最も小さくなる。図 3 でその詳細を見ると、文献[5]で得られた配分をもとに予約枠配分を設定したとき、3 枠から 5 枠の平均待ち時間は、医師の超過勤務時間を考慮した他の配分によって予約枠配分を設定したときと比較し、待ち時間はおおよそ10分から15分程度短くなる。これは、客の平均待ち時間と医師の超過勤務時間がトレードオフの関係にあることが起因している。

次に、超過勤務時間が15分以上になる確率の推定値と平均超過勤務時間をそれぞれ図 4 と図 5 に示す。

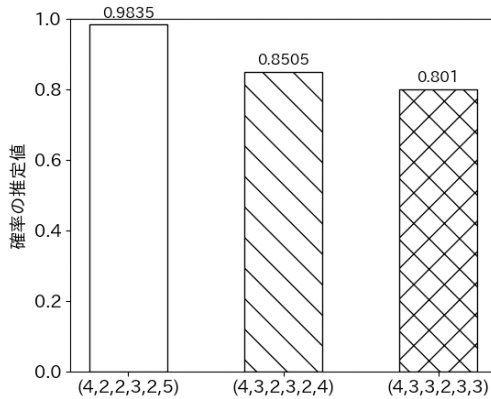


図4：各配分に対する超過勤務時間が15分以上になる確率の推定値

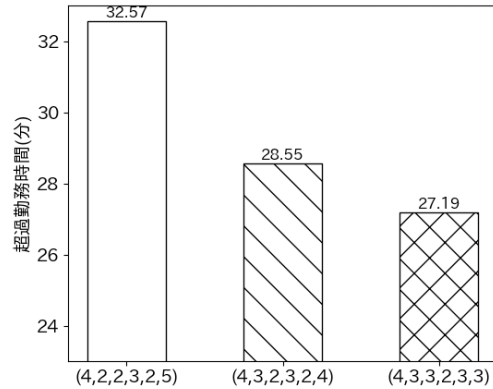


図5：各配分に対する平均超過勤務時間

図4から、本稿の医師の超過勤務時間を考慮した最適化問題を解いて求まる配分によって予約枠配分を設定すれば、実際に、超過勤務時間が15分以上になる確率の推定値は0.1程度小さくなる。さらに各配分に対する平均超過勤務時間を計算し図5に示す。図5から、本稿の最適化問題を解いて得られた配分によって予約枠配分を設定すれば、平均超過勤務時間が4分から5分程度短くなっていることがわかる。

表3：各配分に対する平均超過勤務時間と1枠の客を除く全ての客の平均待ち時間

医師の超過勤務時間の項	予約枠配分 x^*	平均超過勤務時間(分)	全ての客の平均待ち時間(分)
有	(4,3,2,3,2,4)	28.55	27.3
有	(4,3,3,2,3,3)	27.19	30.71
無	(4,2,2,3,2,5)	32.57	21.15

最後に、各配分に対する1枠の客を除く全ての客の平均待ち時間と平均超過勤務時間(図5)を表3に示す。表3から、医師の超過勤務時間を平均4分から5分程度短縮することを考慮したときには、1枠の予約客を除く全ての客の平均待ち時間は6分から9分程度長くなることがわかる。以上の結果から、全ての客の平均待ち時間を6分から9分程度延ばしたとしても、医師の超過勤務時間は平均で4分から5分程度短縮されるにとどまることがわかった。これは、あらかじめ4分から5分程度の超過勤務時間を受け入れることで、全ての客の待ち時間を平均6分から9分程度短くするように予約枠配分を設定できると解釈できる。

・数値例 2 :

次に数値例 2 の詳細を示す. 上記の共通のパラメータに加え, $N_{\text{Total}} = 16$ (人) とし, 文献[6]において患者の診察時間はアーラン分布に従うとされているため, 客の診察時間 S_k^l は平均13分, 分散13のガンマ分布に従うとする. また待ち時間の係数は $\alpha = 0.5$ とする. このパラメータの下では実行可能領域の配分数は120となる. 目的関数に超過勤務時間の項が有る場合とない場合に, 求まる配分を表 4 に示す. また, 表 4 の各配分をもとに予約枠配分を設定したときの, 各枠の平均待ち時間を図 6 に示し, 平均超過勤務時間と全ての客の平均待ち時間を表 5 に示す.

表 4 : 数値例 2 で求まる予約枠配分

枠番号	超過勤務時間の項	
	有	無
1	3	3
2	3	2
3	2	2
4	2	2
5	2	2
6	4	5

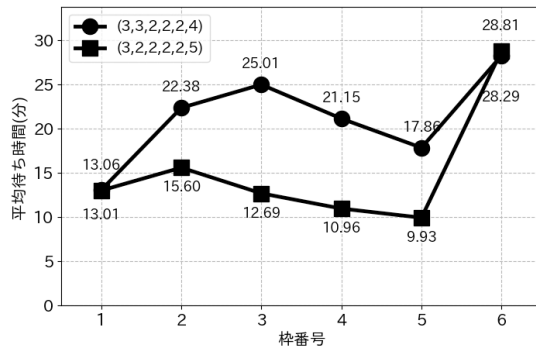


図 6 : 各配分に対する各枠の平均待ち時間

表 5 : 各予約枠配分に対する平均超過勤務時間と全ての客の平均待ち時間

超過勤務時間の項	配分 $\mathbf{x}^*$	平均超過勤務時間 (分)	全ての客の平均待ち時間 (分)
有り	(3, 3, 2, 2, 2, 4)	30.55	23.51
無し	(3, 2, 2, 2, 2, 5)	37.93	18.63

図 6 から医師の超過勤務時間を考慮した問題を解き求まる配分 (3, 3, 2, 2, 2, 4) をもとに予約枠配分を設定すると, 2 枠から 5 枠における各予約枠の平均待ち時間は, 医師の超過勤務時間を考慮しない問題を解き求まる配分 (3, 2, 2, 2, 2, 5) をもとに, 予約枠配分を設定したときの各予約枠の平均待ち時間より長くなる. また, 表4から配分 (3, 3, 2, 2, 2, 4) をもとに予約枠配分を設定すれば, 平均超過勤務時間は 7 分程度短くなり, 全ての客の平均待ち時間は 5 分程度長くなる. ここから数値例 1 と同様, あらかじめ 7 分程度の超過勤務時間を受け入れることで, 全ての客の待ち時間を平均 5 分程度短くするよう, 予約枠配分を設定できると解釈できる.

5. おわりに

本論文では、客の待ち時間と医師の超過勤務時間を考慮した指標を最小化する予約枠配分最適化問題を定式化し、その数値例を通じて診療予約枠の設定について議論、考察を行った。具体的には2つの数値例を通じて、(i) 超過勤務時間を考慮しない定式化から求まる配分[5]と、(ii) 本稿の考慮する定式化から求まる配分で、それぞれ予約枠配分を設定したときに、客の待ち時間と医師の超過勤務時間がどう変化するか簡単な比較をした。

数値例1の結果、(i)の超過勤務時間を考慮しない最適化問題を解いて求まる配分で予約枠配分を設定したときの全客の平均待ち時間は、(ii)の最適化問題を解いて求まる配分で予約枠配分を設定したときの全客の平均待ち時間より6分から9分程度短くなる。また、(i)の超過勤務時間を考慮しない最適化問題を解いて求まる配分で予約枠配分を設定したときの医師の超過勤務時間は、(ii)の最適化問題を解き求まる配分で予約枠配分を設定したときの医師の超過勤務時間より平均4分から5分程度長くなるにとどまる。さらに、数値例2においても類似した結果が得られた。

これはあらかじめ4分から5分程度の超過勤務時間を受け入れ、全客の待ち時間を最小化するように求めた配分に基づき予約枠配分を設定すれば、医師の超過勤務時間と全客の待ち時間をともに最小化するように求めた配分で設定したときと比較し、全客の待ち時間を平均6分から9分程度短くできると解釈できる。そのような操作をすることで、全ての客の待ち時間に対する満足度は若干改善される可能性がある。ただし、本研究で取り扱う待ち行列モデルは、患者が来院し診察後すぐに退院するという単純な状況をモデル化しているにすぎない。そのため、検査や会計の待ち時間などは考慮されていないことに注意されたい。

参考文献

- [1] 福田吉治, 原田唯成, “勤務時間制限に基づく山口県の病院勤務医必要数の推計”, 山口医学, Vol.58, No.5, pp.197-201, 2009.
- [2] 花岡正幸, “医師の働き方改革に伴う大学病院の改革”, 信州医学雑誌, Vol.72, No.1, pp.1-2, 2024.
- [3] Ho, C.J., Lau, H.S. and Li, J., “Introducing variable interval reservation scheduling rules in service systems,” International Journal of Operations & Production Management, Vol.15, No.6, pp.59-68, 1995.
- [4] 市原寛之, 鈴木敦夫, 三浦英俊, “外来患者の待ち時間の分布関数による評価とその診療予約枠の人数決定問題への応用”, 情報処理学会論文誌数理モデル化と応用 (TOM), Vol.13, No.1, pp.23-37, 2020.

- [5] Ichihara, H., “Optimization of the Reservation Frame Allocation in a Complete Reservation System by Estimation of Customer Waiting Times,” *Applied Reliability and Statistical Modeling: Their Applications*, Springer, 12 pages, 2025 (in press).
- [6] 松田光生, 本田勝紀, 内田勝也, 檜田良精, “東大病院における外来患者の待時間の問題について”, *医用電子と生体工学*, Vol.5, No.2, pp.139-142, 1967.
- [7] 大平孝枝, 川口千代, 相良一枝, 植村悦子, 北田照美, 斎藤幸子, “外来予約患者の待ち時間に関する実態調査～予約に対する意識について～”, *北海道社会病院紀要=Proceedings of Hokkaido Social Insurance Hospital*, Vol.2, pp.19-21, 2003.
- [8] 厚生労働省, 令和5年受療行動調査(概数)の概況, 2023,
<https://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/jyuryo/23/index.html> (2025年3月24日参照).