

# リオ・オリンピックにおける獲得メダル数の Zipf の分布

山田 裕子\* H. H. A. Rêgo\*\*, H. Eugene. Stanley\*\*\*、山本 啓三、宮島 佐介

## The Zipf's Distribution of the Number of Medals in Rio Olympic Game

Yuuko. YAMADA\*, Hênio Henrique Aragão Rêgo\*\*, H. Eugene. STANLEY\*\*\*, Keizo YAMAMOTO, and  
Sasuke. MIYAZIMA

(Received March 15, 2019)

It is a common belief that richer countries tend to win more medals in worldwide competitions. In the present study we analyze the distribution of medals by country in the Olympic game held in Rio de Janeiro, Brazil. Although it appears random at first glance, after a careful analysis we find that the number of medals achieved by each country indicates Zipf's law distribution. The reason for Zipf's law in the distribution of medals is discussed from the point of view of a relation between the number of participants and GDP.

**Keywords:** Zipf's Law, GDP, Olympic Games

### 1. はじめに

最初の現代オリンピックは、1896年にギリシャで開催され、国、宗教、思想などを越え、世界平和を推進できるイベントとして位置づけられる。またオリンピックは、ホスト国の社会的、経済開発の契機ともなっている。

ブラジルで2016年に開催されたオリンピック<sup>1)</sup>では、200か国以上から11,000人以上の人々が参加し、306の異なる競技で28の種目を競った。

競技大会では、選手たちの大きな努力により、多くの世界記録が作られ、様々の競技において多くのメダルが獲得される。国によって得意のスポーツ競技が異なることや、また、国民のスポーツ競技への関心が異なり、従って投入する資金にも国家間でまちまちである。これら

---

\*工学部 (College of Engineering)

\*\*Departamento de Física, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão

\*\*\*Center for Polymer Studies, Boston University

は、オリンピックで最終結果に影響を及ぼしていると考えられる。各々の国が獲得したメダル数は、一見、不規則である。

この分析は、スポーツ競技の結果、その一つが各国で獲得されたメダル数であるが、それが国家の投資に、ひいてはGDPに依存することと示そうとするものである。

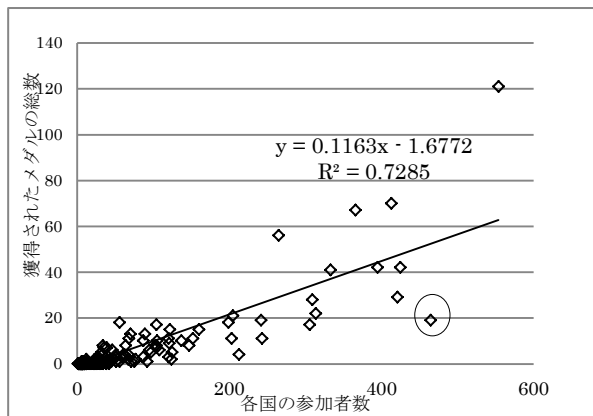


図 1. 各々の国によって得られたメダル数と参加者数のプロット。

図 1 に、各々の国の参加者の数に対してメダルの数をプロットした。1 つの国が獲得したメダル総数は、金メダルの数は 0～46 個、銀メダルは 0～37 個、そして、銅メダルは 0～38 個の間で分布している。また参加者数の最高は、アメリカ合衆国の 554 人で右上に突出している。円で囲まれた◇はホスト国ブラジルである。図 1 における線形近似の結果は、 $R^2 = 0.73$ 、やや乱れが多いものの、メダルの総数と参加者の数の間の相関係数は、0.85 が得られ、これらの 2 つの量（メダルの数と参加者の数）が互いに相関していることが判る。二次関数またはより高次の関数でフィッティングすると、非常に小さい高次の係数が得られたことも指摘しておきたい。

## 2. メダル数における Zipf の法則

Zipf 法則は、一見ランダムに見られる現象も、様々な現象に適応できる法則として知られているべき乗則の一つである。言語学の研究において、Zipf は、人間の行動に関するデータについて、非常に典型的なべき乗則スケーリングのサンプルによって説明した<sup>2)</sup>。

テキストに現れる単語頻度とその順位を調べることで、相互に関連があること、たとえばランクの  $k$  番目要素の出現頻度は  $1/k$  と比例していることを Zipf は発見した。

Zipf の法則は様々な複雑な現象に応用が可能である。例えば、マグニチュード  $M$  の大きさを超える地震の起こる頻度が（マグニチュード）に比例する Gutenberg-Richter の法則  $\log n(M) = a - bM$  も Zipf の法則に近似した問題である<sup>3)</sup>。近年、Zipf の法則は多くの研究報告がなされており、例えば、フラクタル問題<sup>4)5)</sup>、 $1/f$  ゆらぎ<sup>6)</sup>、パレート理論<sup>7)</sup>、単語の頻度分布<sup>8)9)</sup>、姓の分布<sup>10)11)</sup>、人口や都市のスケール<sup>12)16)</sup>、インターネットアクセスランキング<sup>17)18)</sup>、高額所得の分配<sup>19)25)</sup>、経済成長<sup>26)</sup>といった研究事例がある。

図 2 には、横軸の順位（ランキング）に対して、金メダル（◇）、銀メダル（□）、銅メダル（△）の数を両対数グラフで示した<sup>27)</sup>。そのフィッティング直線は  $y = -0.6895x + 3.7642$  であり、その近似度は  $R^2 = 0.94$  と得られている。すなわち、メダル数  $\sim$ （順位） $^{-0.69}$  であることが判った。

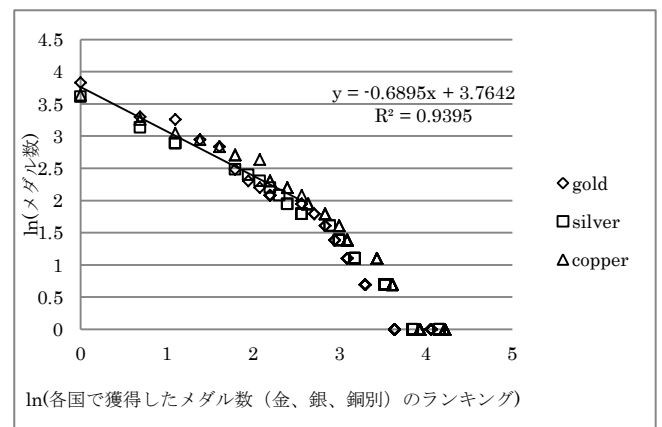


図 2. 金、銀、銅各々のメダル数の順位に対する両対数プロット。

図 2 の下部のデータは、直線から外れ、べき法則に従っていないが、見方を変えて、図 3a のように、金メダル（◇）をそれぞれ 1 個だけ、2 個だけ、10 個だけと、獲得した国の数を縦軸に、横軸はメダルの数を両対数グラフに示した。同様に、銀メダルの場合は□、銅メダルの場合は△によって示されている。近似直線は、それぞれ、

◇ (金メダル)  $y = -1.2417x + 3.0505$  ( $R^2 = 0.86$ )、□ (銀メダル)  $y = -1.3799x + 3.2925$  ( $R^2 = 0.85$ )と△ (銅メダル)  $y = -1.1509x + 3.1122$  ( $R^2 = 0.80$ )である。金、銀、銅メダル総数の場合は、図 3b に示されているように  $y = -1.2145x + 4.2439$  ( $R^2 = 0.93$ )である。

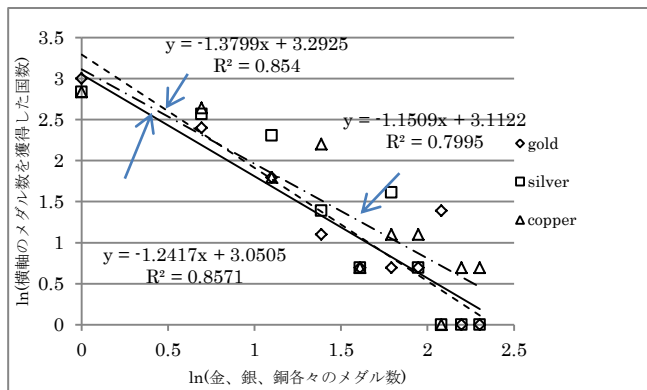


図 3a. メダル数に対してメダルを獲得した国の数の両対数プロット。

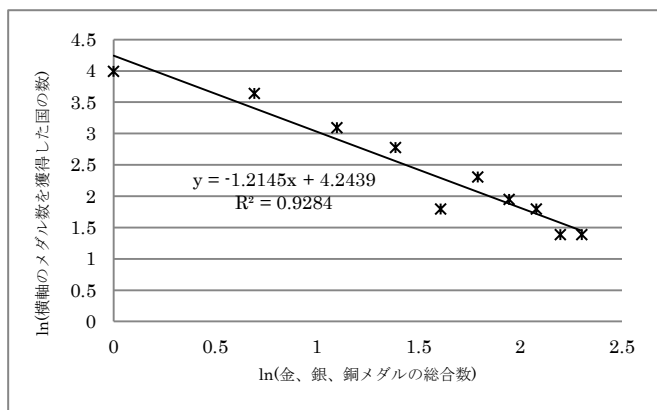


図 3b. 金、銀、銅をひっくるめて獲得されたメダル数横軸にそのメダル数を獲得した国数との両対数プロット

単語分布や人口、地震その他の複雑なシステムと同様に、オリンピック競技の結果は、図 2 と図 3 から、メダル数も Zipf の法則に従うことが判る。この原因は参加者数や GDP にあることを示す。

### 3. 参加者数と GDP

図 4 では参加者数と GDP の相関を調べた<sup>28)-29)</sup>。相関係数は、0.80 となり、強い相関がみられる。

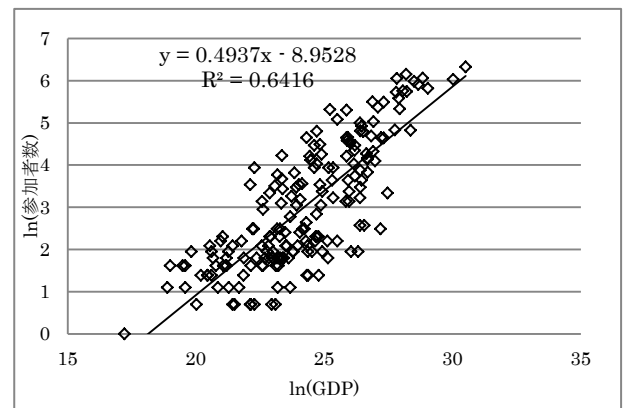


図 4. 参加者数と GDP(billions of \$)に対する両対数プロット。参加人数は経済力に強い相関があることが示されている。

最後に、参加者数が Zipf の法則を満たしていることを示す。図 5 に、参加者数の順位に対する参加者数の両対数プロットを示す。上位 12 カ国 (USA、ブラジル、ドイツ、オーストラリア、中国、フランス、英国、日本、カナダ、イタリア、スペインとロシア) の数値<sup>27)</sup>から得られる近似直線  $y = -0.2655x + 6.3633$  ( $R^2 = 0.91$ )は、十分に Zip の法則を満たしている。

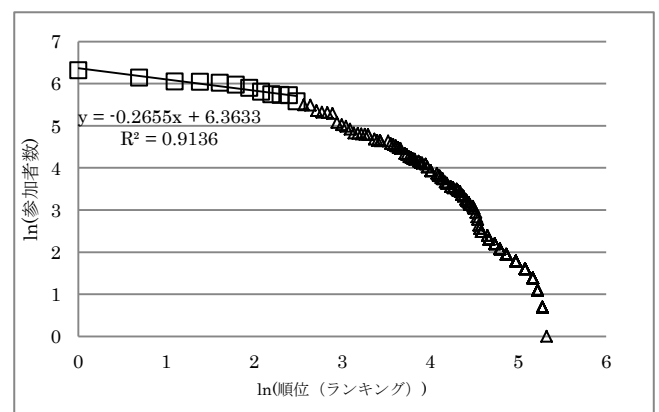


図 5. 順位に対する参加者数の両対数プロット

### 4. 結論

自由競争に基づき一見無秩序に見える各国のメダル獲得数には、Zipf の法則に従い分布していることが判明した。メダル獲得数における Zipf の法則の背後には、参加者数の多さが、また、参加者数は各国の GDP が関連していることを、具体的に図で見てきた。

一方、参加者数が Zipf の法則に従うことは、図 5 に見

てきた。各国の GDP も Zipf の法則に従っているということはいくつか報告されている。本論文では、図 2 に見られるように、メダル数が Zipf の法則に従うことを直接観測したが、その法則の背後には参加者数、ひいては各国の GDP に起因していることが結論される。

## 参考文献

- 1) <https://www.olympic.org/olympic-results> (December 2018)
- 2) Zipf, G. K. Human, "Behavior and the principle of least effort" (Addison-Wesley, Cambridge, MA, 1949)
- 3) B. Gutenberg, C. F. Richter, "Magnitude and energy of earthquakes", *Anali di Geofisica*, Vol.9, n.1, 1956
- 4) B. Mandelbrot, "The fractal Geometry of Nature", 1982. W.H. Freeman and Company
- 5) J. Laherrere, and D. Sornette, "Stretched exponential distributions in Nature and Economy: 'Fat tails' with characteristic scales", *European Physical Journals*, B2, 525-539, 1998
- 6) Y. Chen, "Zipf's law, 1/f noise, and fractal hierarchy", *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol.45, Issue 1, 63-73 2012,
- 7) R. Gunther, L. Levitin, B. Shapiro, and P. Wagner, "Zipf's law and the effect of ranking on probability distributions", *International Journal of Theoretical Physics*, **35(2)**, 395-417, 1996
- 8) G. K. Zipf, "Selected Studies of the Principle of Relative Frequency in Language". Harvard University Press, Cambridge, 1932.
- 9) S. T. Piantadosi, "Zipf's word frequency law in natural language: a critical review and future directions", *Psychonomic Bulletin & Review*, October, Vol.21, Issue 5, 1112-1130, 2014
- 10) S. Miyazima, Y. Lee, T. Nagamine, H. Miyajima, "Family Name Distribution in Japanese Societies". *J. of Physical Society of Japan*, Vol.68, No.10, Oct.1999
- 11) S. Miyazima, Y. Lee, T. Nagamine, H. Miyajima, "Power-law distribution of family names in Japanese societies". *Physica A* 278, 2000
- 12) P. Bak, "How Nature Works: The science of self-organized criticality", Springer-Verlag, New York, 1996.
- 13) X. Gabaix, "Zipf's law for cities: an explanation", *The Quarterly Journal of Economics*. 114(3), 739-767, 1999.
- 14) X. Gabaix, "Zipf's Law and the Growth of Cities", *American Economic Review*, vol. 89, no. 2, 129-132, 1999
- 15) J. A. O. Aragón, V. d. S. Queiroz, "The Zipf's law and the effects of free trade: The case of Guatemala", *Economía* 15, 82-99, 2014
- 16) M. H. R. Stanley, S. V. Buldyrev, S. Havlin, R. N. Mantegna, M. A. Salinger, & H. E. Stanley, "Zipf plots and the size distribution of firms", *Economics Letters* 49, 453-457, 1995
- 17) R. Albert, H. Jeoung, A-L Barabasi, "The Diameter of the World Wide Web", *Nature* **401**:130.
- 18) M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos, "On Power-Law Relationships of the Internet Topology", *SIGCOMM* 251-262, 1999
- 19) G D Champernowne, "A Model of Income Distribution", *Economic J.* 63, 318, 1953
- 20) H F Lydall, *Econometrica*, "The Distribution of Employment Incomes", 27, 110-115, 1959
- 21) K. Yamamoto, S. Miyazima, "Power-law Distributions of High Income Taxes in Japan", *Sociological Theory and Methods* Vol.16, No.1:133-138, 2001
- 22) K. Yamamoto, S. Miyazima, R.K. Koshal, Y. Yamada, "A model for high tax payers", *Physica A* 314, 743-748, 2002
- 23) K. Yamamoto, S. Miyazima, R. Koshal, M. Koshal, Y. Yamada, "A Model for Distribution of High-Tax Payers", *Japan J. Indust. Appl. Math.*, 20, 147-154, 2003
- 24) K. Yamamoto, S. Miyazima, "Power-law behavior in social and economical phenomena", *Physica A* 344, 757-763, 2004
- 25) H. Yamamoto, T. Ohtsuki, A. Fujihara, S. Tanimoto, K. Yamamoto, S. Miyazima, "Asymptotic Analysis of the Model for Distribution of High-Tax Payers", *Japan J. Indust. Appl. Math.*, 24, 211-218, 2007
- 26) X. Gabaix "Power Laws in Economics: An Introduction", *Journal of Economic Perspectives*, Vol.30, No.1, pp185-206, 2016
- 27) <http://www.joc.or.jp/games/olympic/riodejaneiro/medalranking/> (December 2018)
- 28) World Economic Outlook Databases -IMF <https://www.imf.org/en/data> (December 2018)
- 29) <https://data.worldbank.org/>