

シミュレーション科学の進歩

岡本 正雄*

Progress in Simulation Science

Masao OKAMOTO*

(Received August 31, 2007)

Computers have made dramatic progress in the second half of the 20th century and in the 21st century the progress is growing explosively. Computers are now not simple tools for calculations, but highly sophisticated machines for producing new methodology, new thinking, and even new styles of life. Above all, computer simulations have remarkably advanced and made it possible to reproduce and predict many natural and social phenomena in the virtual world. A new scientific branch called Simulation Science is now being established as an academic discipline. In the present paper, the progress in computer science is reviewed as a new branch, taking some simulation results in plasma and fusion research as examples.

Keywords : simulation science, supercomputer, Earth Simulator, plasma physics, fusion science, MHD code, particle code, plasma transport

1. 緒 言

コンピュータの進歩は解析的には全く解けない問題を数值的に解くことを可能にしてきた。さらに考えている系全体をそのまま再現する計算機シミュレーションも可能にした。プラズマ・核融合の分野では、プラズマの複雑な性質を解き明かす必要上、計算機シミュレーションによる研究が、大学に大型電子計算機が設置され始めた1970年頃から盛んに行われてきた。その長い歴史の間、プラズマ・核融合分野ではシミュレーション手法を単に複雑な問題を解く道具としてではなく、核融合プラズマにその典型が見られる非線形・非平衡・開放系の解明に挑戦する新しい科学のパラダイムを切り開く研究方法に進化させてきた。

プラズマに関わる諸現象はその中に多数の特徴的スケール長を持つ。関係するスケール長は何桁にも渡って広がっている。一つの、あるいは近接した複数のスケール長で特徴付けられる現象は1つの階層を成すと考え、系全体は多数の階層から成り立っている。プラズマ・核融合分野におけるシミュレーションは単1階層プラズマのシミュレーションの研究から始まり、順次複数の階層を持つ系へとその研究対象を拡げてきた。

このように多数の階層（スケール長）を含む系の全体

的包括的シミュレーションを行い、その系で起こる現象を再現しその性質を明らかにし、かつその系の将来起こりうるであろう現象を予測することを目指す新しい分野が「シミュレーション科学」である。プラズマ・核融合分野だけでなく、他の多くの物理の分野はもとより、自然科学・社会科学・人文科学における多くの分野がシミュレーション科学の研究対象になる。実際多くの分野でシミュレーション科学の研究が近年急速に進みつつある。

本稿では核融合プラズマのシミュレーションを例に取り、シミュレーション科学の現状を概観し、また、その将来を考える。節2では、シミュレーション研究におけるスーパー・コンピュータの役割について考える。また、日本における最速コンピュータである地球シミュレータと現在計画中の最大クラスの次世代スーパー・コンピュータについても簡単に触れる。プラズマ・核融合分野におけるシミュレーション研究をいくつかのシミュレーション結果を例にとりて節3で概観する。ここでは、プラズマの特徴(節3.1)、プラズマの記述と特性長(節3.2)、プラズマのシミュレーション(節3.3)を先ず紹介し、MHDシミュレーションの結果(節3.4)、粒子運動論的シミュレーション結果(節3.5)、磁気再結合シミュレーション結果(節3.6)を述べる。節4では「シミュレーション科学」を考察しその発展について考える。

* 情報教室 (Department of Information Science)

2. シミュレーションとスーパー・コンピュータ

シミュレーション研究はスーパー・コンピュータ無しには成り立たないことは言うまでもない。近年、スーパー・コンピュータは驚異的といえるほど飛躍的な進歩を成し遂げ、今まで不可能であった超大型シミュレーションが可能になりつつある。この大進歩は、個々の階層（スケール長）のシミュレーションから多数の階層を包含する包括的シミュレーションへと進むことを可能とするものであり、さらには、対象とする系全体をそっくりそのままシミュレーションすることも可能になるであろう。

大型コンピュータは1970年ごろから大学や研究所に導入され始め、以来、更新される度にコンピュータの性能は信じがたいほど向上してきた。その性能は地球シミュレータでピークに達した¹⁾。地球シミュレータは、地球規模の環境変動の解明と予測を目的として海洋研究開発機構に設置され、2002年に運用を開始した。地球シミュレータは、NECのベクトル・コンピュータSX-5をベースにして、8個のPE（プロセッサ・エレメント）と16GBの共有メモリで一つの計算ノードを構成し、このノード640台をネットワークで結合した構成になっている。PEは総計5120個である。総記憶容量は10.24TB、演算速度は40.96TFLOPS（理論値）である。LINPACKの性能テストでは実効性能35.86TFLOPS（理論値の87.5%）の驚異的な値を記録し、世界最速のコンピュータとして躍り出た。この世界最高記録はアメリカを震撼させ、スーパートニクになぞらえて「地球シミュレータはコンピュータ」と言わしめたほどである。その後、アメリカは必死になって巻き返しを図り、IBMが開発したBlue Geneが一応LINPACKベンチマークで世界最速を奪回した²⁾。地球シミュレータは、大気・海洋の地球規模のシミュレーションを始め、シミュレーションを必要とする全ての分野で大きな成果を上げている。実際、台風の進路予測を正確にシミュレートするなど、シミュレーション科学の目的を達している。

日本では、地球シミュレータに継ぐ次世代スーパー・コンピュータの開発計画を文部科学省が立ち上げた³⁾。この計画では、高性能プロセッサ技術、超高速ネットワーク技術、極超並列技術を結集し、総合性能で世界をリードするコンピュータを策定している。演算速度10PFLOPS（理論値）で地球シミュレータの250倍の速さを目標にしている。10Pは 10^{16} で京に相当することからこのコンピュータは京速コンピュータとも呼ばれている。京速コンピュータは神戸のポートアイランドに設置されることが決まっている。2010年ごろに運用が開始される予定である。

3. プラズマとシミュレーション

3.1 プラズマの特徴

本稿では完全電離気体プラズマのみを扱う。核融合プラズマや太陽プラズマ、宇宙プラズマなどがこれに相当する。完全電離気体としてのプラズマの特徴は、例えば文献[4]に簡潔に書かれている。プラズマは電子とイオンの集合体で、プラズマ粒子に加わる力はクーロン力のみである。これ以外の力はない。（重力は十分小さい。）クーロン・ポテンシャルは距離 r とともに減少し、その力（クーロン力）は r の2乗に比例して減少する遠達力である。従って、プラズマ粒子は周りの多くの粒子から同時に力を受ける。

しかし、プラズマの運動エネルギーは粒子間のポテンシャルエネルギー（あるいは相関エネルギー）よりずっと大きい。そうでないと完全電離の状態が維持できない。この結果、粒子間衝突（2体相関）は少なく、プラズマ粒子は殆ど自由運動をしている。この特徴をalmost free streamingという。これはプラズマの大きな特徴であり、中性気体（例えば空気）と大きく異なる。空気分子の衝突平均自由行程（mfp）は 0°C 、1気圧で $6 \times 10^{-8}\text{m}$ であるのに比べて、1keVの温度、 $5 \times 10^{19}\text{m}^{-3}$ の密度を持つ核融合プラズマでは、平均自由行程は $2.4 \times 10^2\text{m}$ にもなる。このことは、プラズマでは衝突頻度（2体クーロン衝突）が非常に小さいことを意味する。プラズマの衝突頻度は、プラズマ密度に比例し、プラズマ温度の $3/2$ 乗に逆比例する。すなわち衝突頻度は、密度が大きくなると大きくなり、プラズマが高温になればなるほど小さくなる。超高温核融合プラズマでは衝突頻度は非常に小さく、mfpはシステム長以上になる。

プラズマ粒子に加わる力はクーロン力のみであり、クーロン力は遠達力であるので、プラズマでは多くの粒子が同時に相互作用する。プラズマ中には粒子が多数あり、そのため自由度は無限近くあり、その結果、相互作用は様々な振動、すなわち集団運動を生じる。集団運動のうち最も波長の短いものが2体衝突である。波長がイオン・ラーモア半径程度の集団運動はプラズマの閉じ込めに大きな影響を与える。システム長程度の長波長の集団運動は磁気流体的振動であり、プラズマのマクロな振る舞いを決める。集団運動はプラズマの大きな特徴である。

プラズマは様々な物理的側面を持つ。すなわち、単一粒子的側面、誘電体的側面、流体的側面、運動論的側面などである。粒子衝突はプラズマが高温になればなるほど小さくなるので、超高温核融合プラズマでは単一荷電粒子的側面が顕著に現れる。すなわち衝突が非常に小さいのでプラズマ粒子は印加磁場を敏感に感じ明確な軌道を描くので、プラズマを単一粒子的に取り扱うことで重要な物理が明らかに出来る。例えば、核融合プラズマにおける α 粒

子加熱では、核反応で生じる α 粒子が単一粒子的に振舞いながらプラズマ粒子と衝突し、プラズマにエネルギーを与える。

プラズマは非常に分散性が高い性質を持つのでしばしば誘電体と見做される。プラズマを誘電体と見做したとき、その誘電率は線形理論の範囲でも非常に複雑でその形はテンソルであり、プラズマの異方性を表す。プラズマの非線形性を考慮すると誘電率はきわめて複雑になり、一般的にはその形は求められていない。

プラズマの全体的振る舞いはしばしば流体的側面として捉えられる。プラズマの流体的描像は磁気流体力学の方程式で記述することが出来る。厳密にはプラズマは衝突頻度が少なく、そのため平均自由行程が長いので中性流体の意味では流体的記述は出来ない。しかし、強磁場中のプラズマは、各粒子のラーモア半径はシステム長に比べて十分に短く、この小さなラーモア半径が磁場に垂直方向の粒子拡散のステップ長になるので流体近似が (少なくとも) 磁場に垂直方向には良い近似になる。

プラズマが磁性体と見做されることはない。プラズマ中の現象は全て非常に速く、そのような速い系では透磁率が定義できないからである。透磁率は常に $\mu = \mu_0$ で、磁場強度と磁束密度は (単位が違うだけで) 同一のものである。

核融合プラズマ研究の目指すところは、高温・高密度のプラズマを一定の容積内に一定時間閉じ込めることにある。しかしながら、系は外に対して開かれており、各種の輸送による粒子、運動量、エネルギーが系外に損失し、これを補うために、磁場制御、粒子注入、加熱等により外部から粒子、運動量、熱、及び、磁束を補給してやる必要がある。従って、系は必然的に開放系であり、また、プラズマは一定の空間内に閉じ込められているので非平衡状態にある。しかも、プラズマは多体粒子集団であり、本質的に非線形である。核融合プラズマは「非線形・非平衡・開放系」の代表的存在といえよう。このような核融合プラズマの全体的挙動は、ラーマー運動やデバイ長で代表される微視的時空間スケールに関連した乱流輸送現象、層状流形成などの中間的スケールの自己組織化・構造形成、系全体にわたる巨視的揺動とそれがもたらす状態遷移と構造形成、更に、外部系との輸送等で決定される巨視的時空間スケールから成る多階層・複合物理機構の相互作用で支配されると考えられる。この核融合プラズマの特性は、「多階層・複合物理過程が複雑に相互作用し合う非線形・非平衡・開放系」と特徴づけることができよう。

3.2 プラズマの記述と特性長

プラズマの現象は全て Boltzmann 方程式と Maxwell 方程式で記述できることが分かっている。Boltzman 方程式は

次のように書くことが出来る。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{f} + \frac{Z\mathbf{e}}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\delta \mathbf{f}}{\delta \mathbf{v}} \right)_C \quad (1)$$

ここで、 $f(\mathbf{v}, \mathbf{x}, t)$ は速度空間と位置空間における一体分布関数である。ここで $\mathbf{v}$ は速度、 $\mathbf{x}$ は位置、 t は時刻で独立変数である。 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ と $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ はそれぞれ電場と磁場を表す。 Z は電荷数 (電子では $Z = -1$)、 e は素電荷、 m は粒子の質量を表す。Boltzman の方程式の右辺は 2 体相関、すなわちクーロン 2 体衝突を表し、衝突積分と呼ばれる。左辺は電磁場中での位相空間要素の運動を表している。(その特性方程式は電磁場中の運動方程式になる。) Boltzman の方程式は、電子、イオンそれぞれに対して成り立つ。Maxwel 方程式は以下のように記述される。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_e \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

ここで、 ϵ_0 は真空中の誘電率、 μ_0 は真空中の透磁率である。式 (2) はファラデーの法則、式 (3) はアンペアの法則で、式 (4) はポアッソンの式である。 ρ_e と $\mathbf{J}$ はそれぞれ電荷密度と電流密度で次のように定義される。

$$\rho_e = \sum_j Z_j e \int f_j d\mathbf{v} \quad (6)$$

$$\mathbf{J} = \sum_j Z_j e \int \mathbf{v} f_j d\mathbf{v} \quad (7)$$

ここで、 Z_j は j 種粒子に対する電荷数で、イオンに対して Z_i 、電子に対して $Z_e = -1$ である。電荷密度と電流密度は分布関数を積分して得られる。この分布関数は Boltzman の式を解くことにより求められる。分布関数が求められると電荷密度と電流密度が得られる。電荷密度と電流密度は Maxwell 方程式の源であり、これらが与えられると Maxwell 方程式が解け、電磁場 $\mathbf{E}$ と $\mathbf{B}$ が得られる。得られた電磁場 $\mathbf{E}$ と $\mathbf{B}$ を Boltzman の式に代入して Boltzman の式を解くことが出来る。

このように Boltzman の式と Maxwell 方程式は強く結合している。Boltzman の式の右辺は衝突積分であり、形が与えられており、ここには電磁場は含まれない。しかし、左辺は電磁場を陽に含み、この電磁場は分布関数を陰に含む。明らかに Boltzman の式は分布関数 f に対して非常に強い非線形方程式であることが分かる。

クーロン場はそのポテンシャルが距離 r とともに減少する遠達力場である。重力場も同じようにそのポテンシャルが $1/r$ に比例する。しかしクーロン場では引力と同

時に斥力も働く。これはプラズマには正の電荷を持つイオンと負の電荷を持つ電子の両方あるからである。この引力と斥力があるため正イオンの周りには相対的に電子が速やかに集まりイオンの作るクーロン場を遮蔽する。これをデバイ遮蔽という。この遮蔽によりプラズマは熱力学の対象になり Boltzman 方程式で近似できる。しかし、力が全く遮蔽されない重力場は熱力学の対象にはならない。同じ遠達力でも両者には決定的な違いがあることに注意しておく。

プラズマは多数の粒子から成り立ち、且つそれぞれの粒子が複雑に相互作用する多体系である。相互作用の結果、プラズマは様々な集団運動を引き起こす。集団運動には波長の短いものから長いものまで、また、振動数が小さいものから大きいものまで多種多様存在する。すなわちそれぞれの集団運動が持つ多数の特徴的時間スケール長と空間スケール長は非常に広い範囲にわたって変化する。これはプラズマにはデバイ半径やラーモア半径、プラズマ振動やイオン音波、アルヴェン波、など特徴的長さや特徴的時間が多数存在するからである。一方、重力場には特徴的長さは全くなく、プラズマのクーロン場と重力場の性質は大きく異なる。核融合プラズマにおいて、プラズマ閉じ込めにとって重要と思われる集団運動（振動あるいは揺動）のみ考えると、最も早い振動はアルヴェン波によるもので、次に抵抗性アルヴェン波、最も遅い現象はプラズマ輸送現象である。核融合プラズマの場合、典型的には、時間スケール長はマイクロ秒から数秒に渡って変化する。すなわち 6 桁以上変化する。

3.3 プラズマのシミュレーション

Boltzman 方程式は、特殊な問題を除き、一般には解析的にも数値的にも解くことは出来ない。特に、核融合プラズマを幾何学的配位も取り入れ完全 3 次元として扱い、その現象を Boltzman 方程式を解いて追跡することは殆ど不可能である。

プラズマには、特徴的時間・空間スケール長をもつ集団運動（振動あるいは揺動）が多数存在する。これらの多数のスケール長は何桁にも渡って変化している。一方、コンピュータは何桁にも渡って変化するスケール長を持つ現象を数値化して取り扱うのは必ずしも得意ではない。コンピュータではメモリが有限であるため、差分法やスペクトラル法、有限要素法、その他のどんな方法においても無限小と無限大を扱うことは出来ない。（さらにゼロ割は不可能、0/0 は認識できない。）コンピュータが扱える数値は有限桁の有限値のみである（正確には有理数しか扱えない）。いろいろな数値計算法を一括して差分法と呼ぶことにする。コンピュータで問題を解決しようとするとき必ず問題の式を差分化せねばならない。差分の大きさ（メッシュ

サイズ）は特徴的スケール長を基準に決められる。様々なスケール長が多数含まれていて、且つそれらが大きく異なると、最も小さなスケール長に合わせてメッシュサイズを決めなければならない。当然大きなスケール長を持つ現象もこの最も小さなメッシュサイズで追うことになる。これでは膨大なメモリと膨大な計算時間を要し、しばしばシミュレーションの実行が不可能になる。

現在に至るまでのシミュレーションは、大きく異なる複数のスケール長を持つ現象は避け、単一のスケール長、または、余り変わらない大きさのスケール長を複数個持つ現象を主として扱ってきた。スケール長でプラズマ・シミュレーションを大きく分類すると、マクロ・シミュレーションとミクロ・シミュレーションに分けることが出来る。

マクロ・シミュレーションは物理的には流体シミュレーションと呼ばれ、磁気流体現象を解明する。流体シミュレーションは MHD シミュレーションとも呼ばれる。MHD シミュレーションは、シアアルヴェン波、圧縮性アルヴェン波、抵抗性アルヴェン波、磁場に平行方向の熱伝導に関する時空間スケール長を含む。これらのスケール長は大きさが大きく異なる。従来はそれぞれのスケールのみを含むシミュレーションが行われてきたが、3.4 節ではこれら 4 つのスケール長を全て含むシミュレーションを紹介する。

ミクロ・シミュレーションはプラズマの揺動に起因する現象を取り扱う。短波長の振動が中心的役割を果たす。粒子軌道を直接追跡するミクロ・シミュレーションは粒子シミュレーションとも呼ばれる。また、Boltzmann の式を簡約化した方程式をオイラー的に解く方法もある。この方法は数値解法的には流体シミュレーションである。プラズマ輸送現象はもっとも遅い現象であるが、輸送の物理的過程を決める現象は非常に速いミクロな短波長現象である。つまり、プラズマ輸送現象を矛盾なく解明するためにはもっとも速い現象ともっとも遅い現象を同時に解かなければならない。この意味で、シミュレーションはミクロな過程とマクロな平均量を結びつける統計力学そのものである。輸送現象は、粒子の案内中心運動と衝突で決まる新古典輸送と、粒子のジャイロ運動と短波長の揺動で輸送現象が決まる異常輸送がある。本稿では前者のシミュレーション結果を紹介する。このシミュレーションでは、もっとも遅い現象の輸送をもっとも速い粒子の運動を追って決める。

3.4 MHD シミュレーション

核融合プラズマのマクロな振る舞いは磁気流体方程式で記述できる。この方程式系は次のように与えられる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) - \nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \mu \left[\nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V}) \right] \quad (9)$$

$$\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} = \eta \mathbf{J} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} = & -\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) + (\gamma - 1) \left[-p \nabla \cdot \mathbf{V} + (\kappa_{\parallel} \nabla_{\parallel}^2 + \kappa_{\perp} \nabla_{\perp}^2) T \right] \\ & + (\gamma - 1) \left[\eta \mathbf{J}^2 + \mu \left\{ \omega^2 + \frac{4}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V})^2 \right\} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 ρ は質量密度、 $\mathbf{V}$ は（マクロな）流体速度、または流れ、 p はプラズマ圧力、 T はプラズマの温度である。 γ は比熱比、 η は抵抗、 $\kappa_{\parallel}$ は磁場に平行方向の熱伝導度、 $\kappa_{\perp}$ は垂直方向熱伝導度、 μ は粘性である。また、 $\omega = \nabla \times \mathbf{V}$ は渦度である。第1式は質量密度の保存式、第2式は流体の運動方程式で、第3式はオームの法則である。第4式は圧力 p に対するエネルギー保存式である。これらの式と、アンペアの法則（MHD は遅い現象なので変位電流は無視できる）とファラデーの法則と合わせて MHD 方程式系は完結する。

もし、流れがアルヴェン速度より十分遅く、また音速よりも十分遅いとき、式 (9) の定常状態は次の平衡の式を与える。

$$\nabla p = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (12)$$

磁場閉じ込め核融合研究では、出来るだけ良い平衡配位が得られるように外部コイルの配置を工夫する。大型ヘリカル装置（LHD）^{5,6)} では、2本のヘリカル・コイルがヘリカル磁場を与え、3対のポロイダル・コイルが垂直磁場とプラズマ断面形状制御磁場を与える。外部から与えられた磁場配位はプラズマの有限圧力により修正を受ける。平衡の式にはこのプラズマの影響も含まれている。平衡の式を緩和法で解き、磁気島の存在も再現できる平衡コードが林らによって作られた⁷⁻¹¹⁾。その結果の一例を図1に示す。

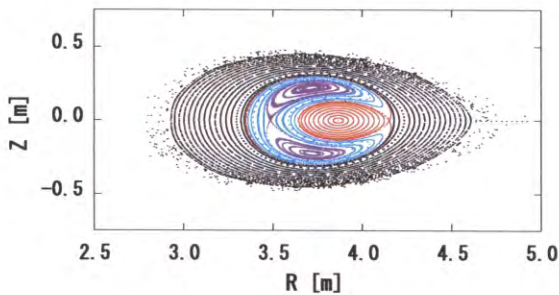


Figure 1: HINT コードによるヘリカル系プラズマの磁場平衡

図1は、回転変換がゼロになる磁気面を持つヘリカル系プラズマの平衡を描いたものである。 R はトーラスの大半径方向、 Z はトーラスの垂直方向である。ゼロ回転変換

の位置に X 点を一つのみ持ち磁気軸の周りに回転しないダブレット型の磁気島が形成され、その内側に $m = 1$ の磁気島ができていのが見える。この磁気島の磁力線方向は外とは逆になっている。周辺には、磁場構造の3次元性に起因するストキャスティックな領域（点々）が形成されている。

平衡は何らかの摂動に対して安定であるようなものが望まれる。ヘリカル系核融合では交換型不安定性に対して安定であるような平衡配位が使われる。（キンク不安定性は、ヘリカル系ではプラズマ電流を流さないで問題にならない。）しかし、プラズマ圧力がある一定以上になると系は不安定になる。

プラズマが不安定になってやがて非線形発展をした後系はどのような状態になるかは閉じ込めにとってきわめて重要な問題である。トカマクでは、キンク不安定が成長し非線形的に発展するとしばしばプラズマそのものを破壊し閉じ込めが全くなくなる現象がある。これをディスラプションという。ディラプションは核融合実現に対する大きな障壁である。図1で示すような3次元平衡状態から出発して、圧力駆動型不安定性の非線形発展が磁気流体の方程式を直接解いて研究された¹²⁻¹⁴⁾。この研究では圧縮性も考慮し、磁気流体方程式の時間発展を完全3次元で解いた。図2と図3にその結果の一部を示す。

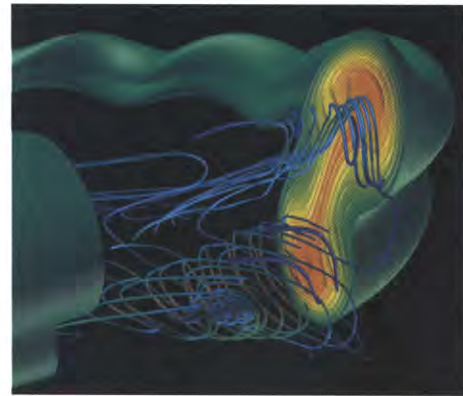


Figure 2: 圧力駆動型不安定性の非線形発展

図2は、LHD プラズマの圧力駆動型不安定性による圧力変形と流線を示す。圧力の等値面は（緑色）とポロイダル断面の圧力等高線（赤・黄色）は、 $m/n = 2/1$ モードの成長によるマッシュルーム構造の形成を表す。3次元流線（青・緑色）はらせん状で、 $2/1$ モードによる渦の発生と同時にトロイダル方向に強い流れがあることを示している。この流線は一点に集中していることから流れは圧縮性であることが分かる。図3は、横長ポロイダル断面での圧力等高線と流線を示している。圧力分布は $2/1$ モード成分の卓越により、マッシュルーム構造が形成された後、非

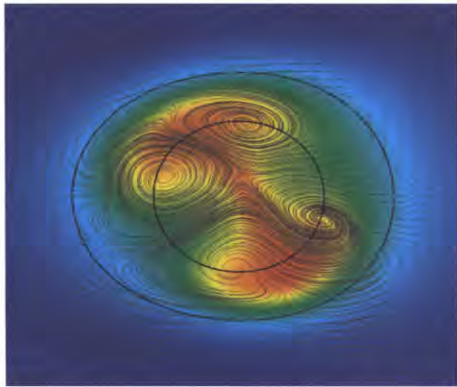


Figure 3: 圧力等高線と流線

線形相互作用による一層の構造の複雑化が進んでいる。同心状の2本の太線は、初期平衡における2/3（外側）及び1/2（内側）の回転変換を持つ有利面である。

このシミュレーションの結果は、ポロイダル方向の流線の運動が決定的であるというトカマクの簡約化磁気流体シミュレーションの結果とは異なる。すなわち、磁気流体方程式の完全3次元直接解法ではトロイダル流が決定的役割を果たしていることが明らかになった。トロイダル方向の流れは、トロイダル方向に振れて存在する歪んだ磁場構造を混合し緩和する役割を果たしている。これによりプラズマは非線形発展の結果、やや平坦な圧力分布で安定に落ち着くことが分かった。すなわちLHDプラズマは、線形的に不安定になっても最終的に安定な状態に落ち着くことが明らかにされ、これは実験結果と矛盾しない。もちろんディスラプションは起こらない。

方程式系に磁場に平行方向の熱伝導を考慮すると、系は一層安定になることも示された。磁気流体方程式はマクロなスケール長を持つが、その中においても圧縮性や磁場に平行方向の熱伝導性は速いスケールで変化する。全体的振る舞いはMHDの時空間スケールで決まっているが、それに大きな影響を与える速い熱輸送現象を正確に取り込んでいる。このような速いスケール長を取り入れると計算時間が膨大なものになるが、本シミュレーションではこのような困難を乗り越え、その結果画期的な結果を得ている。

ある特徴的スケール長を持つ現象は一つの階層をなすとする、ここで紹介したMHDシミュレーションは、主として4つのスケール長（シア・アルヴェン時間、圧縮生アルヴェン時間、抵抗性アルヴェン時間、平行熱伝導時間）を持つので4重の階層構造を持つ。従って、この4階層にまたがる本シミュレーションは単階層のシミュレーションから大きく進歩したものといえる。

3.5 プラズマ輸送シミュレーション

磁場閉じ込め核融合では、先ず、マクロ的に安定な状態を実現させる。しかし、マクロ的に安定であってもプラズマにはミクロな揺動が残る。ミクロな揺動はプラズマの粒子・熱・運動量の移動を引き起こし、やがてこれらを系外に排出する。このような過程をプラズマ輸送現象という。粒子・熱・運動量が系外に排出されるまでの時間が粒子閉じ込め時間、エネルギー閉じ込め時間、運動量閉じ込め時間で、これらは閉じ込め性能を決める最も重要な因子である。

この節では、例えミクロな揺動がなくても必然的に存在する衝突性輸送を考える。すなわちクーロン衝突はプラズマの粒子・熱・運動量の移動を引き起こしこれらを系外に排出する。トーラスにおける衝突性輸送現象を新古典輸送という。新古典輸送は、粒子の案内中心運動とクーロン衝突のみで決まる。新古典輸送に関わる現象のうち、磁場に垂直方向の粒子・エネルギー拡散は揺動によるものに凌駕され現実には十分小さい。しかし、ブートストラップ電流やプラズマ回転などの磁場に平行方向の輸送は観測される現実的なものである。また、径電場生成に新古典輸送は決定的な役割を果たす。

新古典理論は $\rho_p \ll L$, $M_p \ll 1$ の条件下ではすでに定式化されている。ただし、 ρ_p はポロイダル・ラーモア半径、 L はシステムサイズ、 M_p はポロイダル・マッハ数である。しかし、最近の実験でしばしば見られるように急激な温度・密度勾配が存在するときや大きなプラズマ回転が生じている場合は有限ポロイダル・ラーモア半径効果（あるいは有限バナナ幅効果）が重要になり理論は適用できない。さらに軸対称トーラスにおいては、有限ポロイダル・ラーモア半径効果がトロイダル粘性を生み出しこれが径電場を決定する。このためポロイダル・ラーモア半径がシステムサイズより十分小さい従来の新古典理論の範囲においても有限ポロイダル・ラーモア半径効果を取り入れない限り径電場は求まらない。有限ポロイダル・ラーモア半径効果を取り入れるためにはドリフト運動論方程式を直接数値的に解く必要がある。この数値計算は大規模シミュレーションになる。

ここで紹介するシミュレーションは、遅い輸送現象、遅いプラズマ衝突現象、非常に速い粒子軌道運動を含む。すなわち、非常に速い時空間スケールと非常に遅い時空間スケールを同時に含むシミュレーションで、多階層シミュレーションの一つといえるであろう。

ドリフト運動論の方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_d) \cdot \nabla \mathbf{f} + \frac{\mathbf{Z}e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} = \mathbf{C}(f, f) \quad (13)$$

ここで、 f はイオンに対する分布関数、 Φ は静電ポテンシャル、 Z はイオンの電荷、 m はイオンの質量、 $\mathbf{v}_{\parallel}$ はイオン

の磁場に平行方向の速度、 v_d はイオンの案内中心のドリフト速度である。式 (13) の右辺は衝突積分項である。このドリフト運動論方程式は、全エネルギー ε 、磁気モーメント μ 、位置 $\mathbf{x}$ を独立変数として書かれている。ドリフト運動論方程式を解いて得られる分布関数から全ての輸送量を求めることが出来る。径電場は次の式から得られる。

$$\left(1 + \frac{c^2}{v_A^2} \frac{\partial^2 E_r}{\partial t^2}\right) = -4\pi e \Gamma_i \quad (14)$$

$$\Gamma_i = \langle \int v_{dr} f d^3v \rangle \quad (15)$$

ここで、 Γ_i は分布関数から得られるイオンの径方向粒子束である。 $\langle \dots \rangle$ は磁気面平均を意味する。 c は光速、 v_A はアルヴェン速度、 E_r は径電場、 v_{dr} は径方向ドリフト速度である。

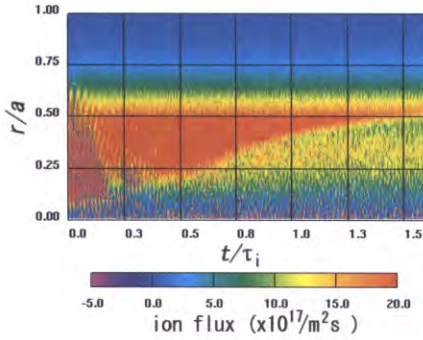


Figure 4: イオン粒子束の時空間発展

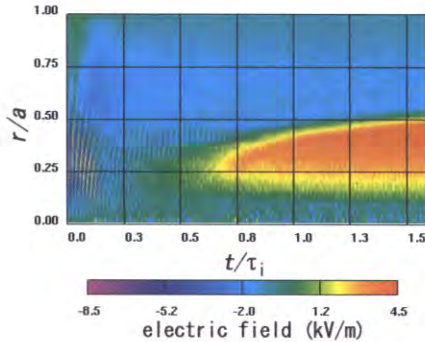


Figure 5: 径電場の時空間発展

軸対称系における固有両極性拡散を厳密に保障するため、衝突における粒子数、モーメント、エネルギーを高い精度で保存せねばならない。このため式 (13) はグリーン関数を使って解くことが出来ない。ここでは δf 法を用いてドリフト運動方程式を解くシミュレーション¹⁵⁻¹⁸⁾を紹介する。図 4 と図 5 に LHD のプラズマ中に発生する径電場のシミュレーション結果の一例を示す。磁気軸

$R = 3.7\text{m}$ 、中心イオン温度 $T_i(0) = 1.0\text{keV}$ 、中心電子温度 $T_e(0) = 1.5\text{keV}$ の場合のシミュレーションである。

図 4 と図 5 は横軸が時間 t 、縦軸が半径 r/a_p である。時間はイオン-イオン衝突時間を単位に、空間は磁気座標でのプラズマ半径 a_p を 1 にしている。図 4 はイオンの粒子束の時空間発展を示し、図 5 は径電場の時空間発展を示している。初期に大きく発生したイオン粒子束は時間とともに振動しながら Landau 減衰する。この振動は GAM 振動と呼ばれる。減衰率は安全係数に依存するので半径方向で異なる。時間 $t = 1.5$ 程度でほぼ全領域でイオン粒子束は減衰してゼロになる。この状態になったとき新古典的径電場が決まる。径電場は $t = 0.8$ で負の値から正の値に遷移している場所がある。 $t = 1.5$ ではほぼ定常状態になり、このときプラズマ半径の 3 分の 1 付近で大きな正の径電場が生成されていることが分かる。正の径電場はプラズマ輸送を大きく抑制する。

磁気軸近傍においてはポロイダル磁場が非常に小さくなるため従来型新古典輸送理論は常に成り立たない。特にプラズマ中心で分布が平坦になる最近の実験条件ではこの特殊な範囲が広い。これに関しては佐竹らによって詳細に研究されている^{19,20)}。

3.6 磁気再結合シミュレーション

プラズマが理想的オームの法則に従うとき、プラズマは磁力線に張り付いて運動する（凍りつきの法則）。しかし、僅かな電気抵抗があるときや電子の慣性が効くような状況では、プラズマが理想的オームの法則から外れ、その結果、磁力線の再結合が起こる。この磁気再結合の現象は磁場構造のトポロジーを変化させるので、核融合プラズマや太陽プラズマで重要な現象である。核融合プラズマで磁気再結合が起こると磁気面の構造を変えたり、場合によっては磁気面を破壊する。太陽フレア生成は磁気再結合の結果と考えられている。

磁気再結合は磁場構造のトポロジーを変えるので主として大域的シミュレーション、すなわち流体シミュレーションで研究されてきた。しかし、磁力線の繋ぎ変えは非常に狭い領域で起きる。実際高温プラズマは衝突が非常に少なく電気抵抗や電子の慣性の効果は小さく、プラズマは殆ど全域において理想オームの法則に従って運動しているが、磁力線がトーラスを有限回周って元に戻る有利面においては非常に小さい電気抵抗や電子の慣性が効いて磁力線はプラズマをすり抜け繋ぎ替えを起こす。（この現象は流体力学における境界層の問題と似ている。）この狭い領域での物理過程が全域的に影響を及ぼし、全体的に磁場構造を変化させる。すなわち磁気再結合を引き起こす物理過程はきわめて狭い領域で起こり、その過程はマイクロな短波長の現象である。

このようなミクロな再結合物理過程が粒子コードを用いて研究されてきた²¹⁻²⁴⁾。この一連の研究では、プラズマの存在する領域の境界に電場をかけ、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ により磁場が反転する所に向かうプラズマ流を生成し、磁力線の繋ぎ替えを起こさせる。このような再結合は無衝突駆動型磁気再結合と呼ばれる。このシミュレーションは、多数の電子とイオンの軌道を追跡し (Newton の式を解く)、Maxwell 方程式を解く電磁的粒子コード・シミュレーションである。磁力線方向には系は開いていてプラズマは外界と接触し、粒子は境界から自由に出入りする。従って、このシミュレーションは開放系を扱ったシミュレーションといえる。磁場が反転する領域近傍において、磁気再結合に際して電流が流れ電場が生じる。この電流層ではプラズマは磁力線をすり抜けて運動する。この層の外は流体層で理想オームの法則が支配している。電流層はイオン層と電子層の 2 重構造を形成している。電子層は電子のラーモア半径程度の非常に狭い領域で、ここのメアンダリング電子が磁力線の繋ぎ替えを直接引き起こしている。イオン層はイオンのラーモア半径程度の領域で、この層が電流層の幅を決めている。イオン層ではイオンの慣性項が支配的である。図 6 に再結合の様子を示す。

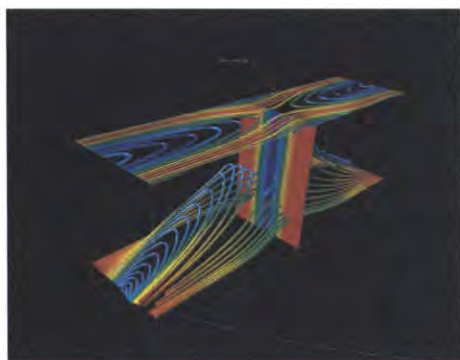


Figure 6: 磁気再結合

4. シミュレーション科学

すでに述べたように、核融合プラズマは何桁にも渡って変化する多くの特徴的スケール長を含む。このような系を多階層系という。これまではこの多階層のうちの一つの階層すなわち一つのスケール長を持つ現象に限定してシミュレーションを行ってきた。現在は、より多くの階層を有する非線形・非平衡・開放系のシミュレーションへと研究は進化してきている。

節 3 の例で言えば、磁気流体力学の範囲内では、これまで磁気流体现象が持ついくつかのスケール長ごとに行われてきたシミュレーションが全てのスケール長を取り入れたシミュレーションが可能になった。すなわち、磁気流体

現象自身がその中に階層を有するが、この階層全てを取り入れたシミュレーションが可能になっている。

例 2 として取り上げられたドリフト運動論的シミュレーションは、ミクロな粒子運動 (案内中心運動) からマクロな輸送現象へと橋渡しをするものである。しかし、トーラスのプラズマ輸送には、揺動から引き起こされる異常輸送がある。ここでは取り上げなかったがこの現象を理解するためのジャイロ運動論的シミュレーションも盛んに行われている^{25,26)}。さらにトーラスのプラズマ輸送全体を理解するため、ドリフト運動論的シミュレーションとジャイロ運動論的シミュレーションの統合が試みられている。

また興味深い例は、核融合プラズマや太陽プラズマで重要な磁気再結合現象のシミュレーションであろう。磁気再結合は、磁場構造のトポロジーを大きく変えるので大域的シミュレーションで研究される。一方、磁気再結合の物理的旗鼓はミクロな過程であり、節 3.6 で述べたように粒子コードでその詳細が研究されている。現在、このマクロな大域的シミュレーション (流体シミュレーション) にミクロ過程をいかに繰り込むかが大きな話題となっている。

これらの研究は、さらに昇華され、対象とする系全体、例えばトーラスプラズマ全体をそっくりそのままシミュレーションできる方向に研究は進んでいくであろう。このような方向が非線形・非平衡・開放系としての核融合プラズマを総合的・全体的に理解し、体系化された学理を構築することを可能にするであろう。

対象とする系をそっくりそのまま仮想空間に再現しその性質を完全に明らかにし、それに基づいてその系の未来を予測することを目的とする「シミュレーション科学」は新しい科学のパラダイムといえよう。「シミュレーション科学」は核融合プラズマのみならず広く生物・物質・材料、宇宙・天体など自然科学のほとんどすべての領域において最も重要な研究対象の一つになっている。また、社会科学・人文科学、あるいは産業界などにおいても重要な研究課題であり、この意味で「シミュレーション科学」は学際分野であり 21 世紀の科学に相応しい。

5. 結 言

プラズマ・核融合分野におけるシミュレーションの進展をいくつかの例を取り説明した。その進展はスーパー・コンピュータの進歩とともに大規模シミュレーションへと進み、その過程で単階層シミュレーションから近接したいくつかの階層を含むシミュレーションへと発展してきたことが分かる。現在、かなり大きさの異なる階層を含むシミュレーションが試みられている。最も重要な課題は、ミクロ現象をマクロ現象に繰り込むシミュレーションであろう。しかし、ミクロ現象とマクロ現象を完全に同時にシミュレーションすることはいかにコンピュータが進歩しても現実的

でない。そのためそれぞれの階層でシミュレーションを行い、その結果をいかに矛盾なく結合させるかが鍵になる。このためのモデルの構築が必要である。

一方で、重力場の場合は、プラズマのように特徴的スケール長が存在せず、また、熱力学の対象にならず Boltzmann 方程式で記述できない。このような場合は対象となる系には階層構造がなく、粒子（星）一つずつの運動を全ての粒子について計算しなければならない。このような問題にはシミュレーションの中心となる計算をハード化するのが有力な方法である。GRAPE はその典型である。

シミュレーション科学は、対象とする系の全てをそっくりそのまま解き明かし、それに基づいてその系の未来を予測することを目的にする。その方法は一通りではないが着実に目的に向かって進んでいる。

謝 辞

本稿をまとめるに当たって、自然科学研究機構核融合科学研究所の堀内利得博士、三浦英昭博士、菅野龍太郎博士、佐竹真介博士から多くの助言を頂いた。図 1 は菅野龍太郎博士から、図 2、図 3 は三浦英昭博士から、図 4、図 5 は佐竹真介博士から、図 6 は堀内利得博士から提供していただいたものである。ここに厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

1. <http://www.jamstec.es.go.jp/>
2. http://ja.wikipedia.org/wiki/Blue_Gene/
3. http://www.psi-project.jp/images/event/tadashi.watanabe_20051219.pdf/
4. 岡本正雄「核融合プラズマの基礎」核融合科学研究所 NIFS-PROC-29 & 31 (1999).
5. A. Iiyoshi et al., Fusion Technol. **17** (1990) 169.
6. O. Motojima et al., Phys. Plasmas, **6** (1999) 1843.
7. T. Hayashi, *Theory of Fusion Plasmas*, CRPP Association EURATOM, Lausanne (1989) p. 11.
8. K. Harafuji, T. Hayashi, and T. Sato, J. Compt. Phys. **81** (1989) 169.
9. T. Hayashi, A. Takei, and T. Sato, Fluids B4 (1992) 1539.
10. K. Kanno, N. Nakajima, T. Hayashi, M. Yokoyama, and M. Okamoto, J. Plasma Fusion Res. SERIES, Vol. 2 (1999) 291.
11. K. Kanno, K. Toi, K. Watanabe, T. Hayashi, H. Miura, N. Nakajima, and M. Okamoto, J. Plasma Fusion Res. SERIES, Vol. 6 (2004) 227.
12. H. Miura, K. Ichiguchi, N. Nakajima, T. Hayashi, and B. Carreras, Proc. 20th IAEA Fusion Energy Conf., Villamoura, Portugal, November 1-6, 2004, IAEA-CSP-25/CD/TH2/3.
(available on the Internet at http://www.naweb.iaea.org/napc/physics/fec/fec2004/dataset/TH_2-3.html, International Atomic Energy Agency (2004).)
13. H. Miura, N. Nakajima, T. Hayashi, and M. Okamoto, Proc. 15th International Stellarator Workshop (Madrid, Spain, 3-7 October 2005).
14. H. Miura, N. Nakajima, T. Hayashi, and M. Okamoto, Fusion Science and Technology **51** (2007) 8.
15. Z. Lin, M. Tang, and W. W. Lee, Phys. Plasmas **2** (1995) 2975.
16. W. X. Wang, N. Nakajima, and M. Okamoto, Plasma Phys. Control. Fusion **41** (1999) 1091.
17. W. X. Wang, F. L. Hinton, and S. K. Wong, Phys. Rev. Letters **87** (5) (2001) 055002-1.
18. M. Okamoto, N. Nakajima, S. Satake, and W. Wang, J. Plasma Fusion Res. Vol. 78 (2002) 611.
19. S. Satake, H. Sugama, M. Okamoto, and M. Wakatani, J. Plasma fus. Res. **77** (2001) 573.
20. S. Satake, M. Okamoto, and H. Sugama, Phys. Plasmas **9** (2002) 3946.
21. W. Pei, R. Horiuchi, and T. Sato, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 235003.
22. R. Horiuchi, H. Ohtani, and A. ishizawa, Comp. Phys. Comm. **164** (2004) 17.
23. A. Ishizawa, R. Horiuchi, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 045003-1 & 4.
24. R. Horiuchi, H. Ohtani, A. Ishizawa, J. Plasma Phys. **72** (2006) 953.
25. T.-H. Watanabe and H. Sugama, Phys. Plasmas **11** (2004) 1476.
26. T.-H. Watanabe and H. Sugama, Nucl. Fusion **46** (2006) 24.