

## ポテンシャルモデルによるコロナ磁場三次元構造の可視化

袴田 和幸\*

Visualization of the Three-Dimensional Structure  
of the Coronal Magnetic Field  
by the Potential Model

Kazuyuki HAKAMADA\*

(Received October 5, 2006)

Coronal plasmas are heated and accelerated by thermal conduction and other unknown mechanisms and continuously flow out to interplanetary space as the solar wind. The solar wind stretches out the coronal magnetic field (CMF) into interplanetary space because of its high electric conductivity, producing the interplanetary magnetic field (IMF). Since the IMF plays important roles in active phenomena in the Earth's magnetosphere, it is important to study relationships between the CMF and the IMF in understanding solar-terrestrial relationships. The CMF can not be directly measured by ground-based or *in situ* observations. Therefore the CMF is extrapolated by the so-called 'potential model' with the photospheric magnetic field (PMF) measured by ground-based observations, assuming the current-free corona and the zero-potential spherical surface. Two kinds of potential models, the 'Line-of-Sight model' and the 'Radial Field model', devised by the author are introduced and applied to the real PMF observed at the NSO, Kitt Peak, USA, in the solar maximum and minimum phases.

Keywords : コロナ磁場 光球磁場 ポテンシャルモデル 三次元構造

## 1 序 論

## 1.1 太陽風

太陽はコロナと呼ばれる高温のプラズマからなる大気により囲まれている。コロナプラズマは100万度から200万度と非常に高温であり、コロナプラズマのイオンや電子はコロナ中を高速度で運動している。コロナは希薄な気体であり、熱伝導度が非常に良いため、太陽から離れても温度はあまり下がらず、プラズマは高速度で運動し続ける。一方、太陽の重力は太陽から遠ざかるに従い急速に弱くなるので、コロナ上部のプラズマは太陽の重力を振り切って加速しながら惑星間空

間へと吹き出しに行く。コロナから常時吹き出しているこの高温プラズマを太陽風と呼ぶ(Parker [1])。太陽風は電気伝導度が高いため、太陽風中の磁力線は太陽風に、所謂、「凍結している」状態にある。すなわち、磁力線は太陽風の中を自由に動くことが出来ず太陽風と共に動く。それ故、太陽風はコロナから吹き出す際、コロナの磁場を惑星間空間へと引き出し、それが惑星間磁場を形成する。惑星間磁場で満たされている太陽風の勢力圏を太陽圏と呼ぶ。太陽風が地球の周囲を吹き抜ける際、太陽風のプラズマと地球磁場との相互作用のため、地球磁場は「吹流し」の形に変形し地球磁気圏ができる。この太陽風プラズマと地球磁場との相互

\*理学教室 (Department of Natural Science and Mathematics)

作用により、惑星間磁場の磁気エネルギーが地球磁気圏内に流入し磁気圏嵐を引き起こす原因となる。磁気圏嵐は地上では磁気嵐などの地磁気擾乱やオーロラなどの発光現象として観測される(詳しくは *Akasofu and Chapman* [2]; *Hakamada and Akasofu* [3] を参照せよ)。太陽と地球の間で起こるこれら一連の現象は、コロナ磁場が太陽風により惑星間空間へと引き出されることから始まる。従って、コロナ磁場の構造を明らかにすることが、これらの現象の理解のために重要である。本論文では、コロナ磁場の三次元構造を描く方法について述べる。

## 1.2 太陽磁場とコロナ磁場

日中、すりガラス等を通して太陽を見ると明るく光った球に見える。この球を光球といい、その表面を光球面という。太陽光球面には黒点等が現れる活動領域と呼ばれる領域がある。活動領域は強い磁場(～1000 G)を持つ場合が多い。光球面上に現れる磁場(光球磁場)は、鉄イオン等の出す輝線のゼーマン効果を用いて、地上から観測することができる。しかしながら、現在の技術ではコロナ磁場の直接観測は不可能であるので、コロナ磁場は太陽光球磁場の観測値とコロナ磁場のモデルを用いて推定して求められている。従来のコロナ磁場のポテンシャルモデル(*Altshuler and Newkirk* [4]; *Shatten et al.* [5]; *Levine et al.* [6]; *Riesebieter and Neubauer* [7]; *Hakamada* [8])では光球磁場の理論値と観測値の両者とも視線方向成分を用いていた。本論文では、これら一連のモデルを Line-of-Sight Model (LS-model) と呼ぶことにする。一方、*Wang and Sheeley* [9] は光球磁場が太陽表面に垂直であると仮定する(Radial field assumption)手法を提唱した。この方法では、理論的に求めた磁場の動径成分と光球磁場の動径方向成分の観測値とを比較し、コロナ磁場ポテンシャルの球関数展開係数を求める方法(袴田 [10])が用いられる。光球磁場の動径成分(Radial Field)を用いることから、このモデルを Radial Field Model (RF-Model) と呼ぶ(*Hakamada and Kojima* [11])ことにする。

## 1.3 太陽磁場の観測値

太陽は恒星に対して約 25.4 日の周期で、地球から見て右向きに自転している。一方、地球は太陽の回りを 1 年(約 365.25 日)かけて公転している。太陽の自転の向きと地球の公転の向きが、北側から見て共に同じ反時計回りであり、地球が太陽の自転を追いかけるように公転するため、地球上の観測者には、太陽が実際の自転よりも遅く、約 27.3 日の周期で自転しているように見える。地球に対する太陽の見かけの自転をカリント

ンローテーション (Carrington rotation, CR) と呼ぶ。すなわち、1 カリントンローテーションの周期は約 27.3 日である。従って、地球から見た太陽のみかけ上の自転角速度は 1 日に約 13.2 度である。また当然のことながら、地球からは、太陽光球面のうち地球側の半球しか見えない。この地球側の半球面上で、地球から見て正面の経度を中央子午線という。毎日一回、定時に、太陽を観測すると、ある日の中央子午線は前日の中央子午線から約 13.2 度ずれていることになる。従って、太陽の観測を約 27.3 日の間続ければ、太陽全面の状態を知ることが出来る。1 カリントンローテーションの間観測して得られた太陽全面上の物理量の分布を、地球の地図のように、経度方向に 360 度、緯度方向に北緯 90 度から南緯 90 度まで  $\pm 90^\circ$  の平面に展開した図をシノプティックチャートという。ある日の観測結果のうち中央子午線を中心とした約 13.2 度(一日分)の観測結果をシノプティックチャートのその日の経度上に描き写し、翌日の観測結果を前日の経度から約 13.2 度ずれた経度に描き写すという操作を約 27.3 日繰り返せばシノプティックチャートが 1 枚完成する。本論文では太陽光球面磁場のシノプティックチャートを用いることを想定して議論を進める。ここでは図 1 に示す、アメリカ合衆国アリゾナ州の砂漠地帯にある山、キットピーク (Kitt Peak), で観測された、1830 と 1909 カリントンローテーション (CR 1830, CR 1909) の間の光球磁場のシノプティックチャートを用いる。太陽の活動領域には、黒点が現れ、約 11 年周期で、増減を繰り返す。これを、太陽活動周期と呼ぶ。新しい太陽活動周期が始まると、黒点はまず、太陽表面の南北の高緯度帯に現れ、11 年の間に、その数を増減させながら、出現領域を太陽表面の低緯度帯へと変化させる。CR 1830 は太陽活動が激しい時期に相当し、CR 1909 は太陽活動の静穏な時期に対応する。

本論文では、まず LS-Model (*Hakamada* [8]) と RF-Model (*Hakamada* [10]; *Hakamada and Kojima* [11]) の公式化をまとめて紹介する。その後 RF-model を CR 1830 と CR 1909 の光球磁場の観測値に適用し、コロナ磁場の三成分 ( $B_r$  ( $r$  成分),  $B_\theta$  ( $\theta$  成分),  $B_\phi$  ( $\phi$  成分)) を計算できるようにする。最後に、磁力線の式を数値的に解くことにより、コロナ磁場の三成分 ( $B_r$ ,  $B_\theta$ ,  $B_\phi$ ) を用いて磁力線のトレースを行い、CR 1830 と CR 1909 のコロナ磁場の三次元構造を具体的に可視化する。

## 2 コロナ磁場のスカラーポテンシャル

太陽の光球磁場は、鉄イオン等の出す輝線のゼーマン効果を用いて、地上から観測することができる。し

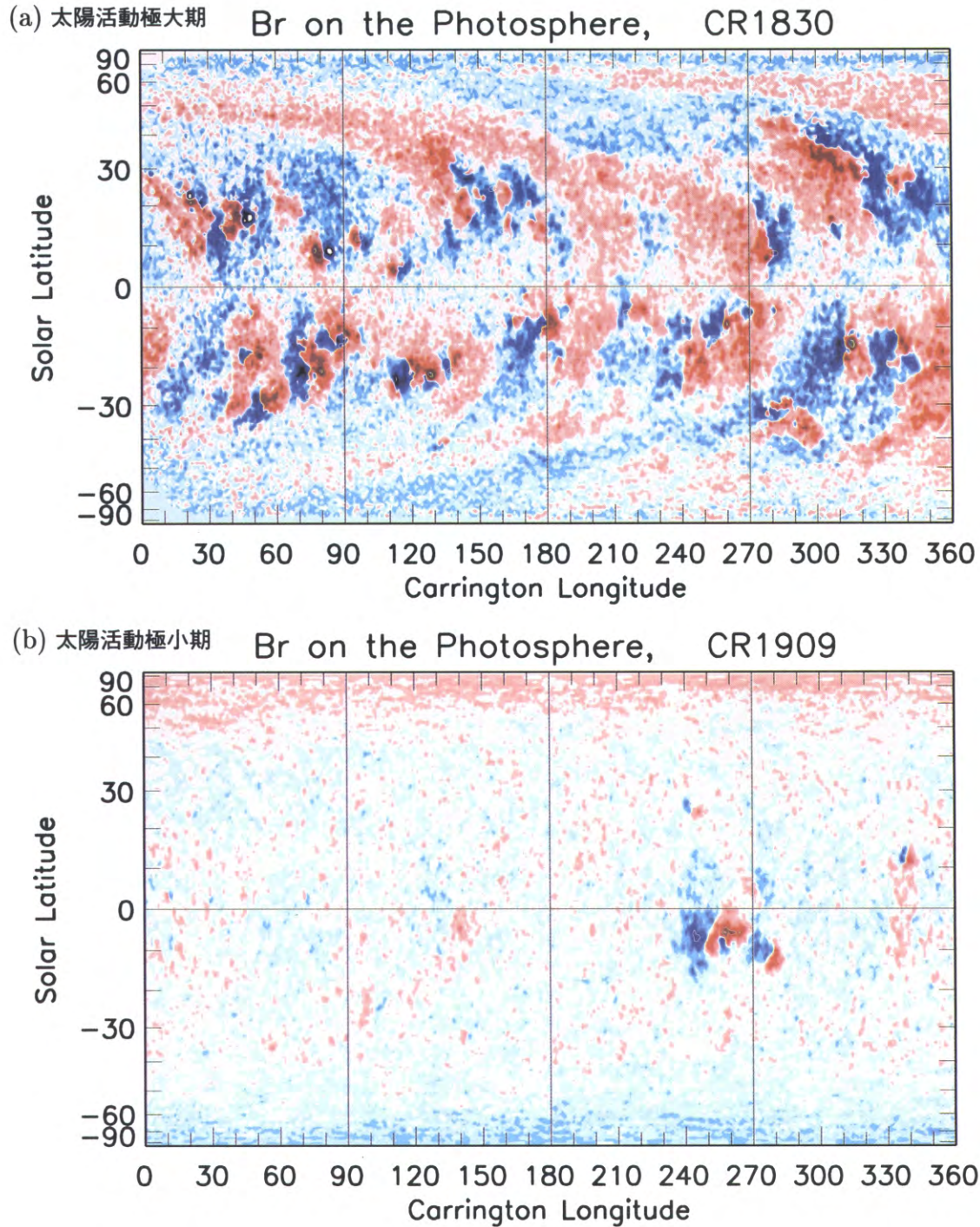


図 1: (a) アメリカ合衆国アリゾナ州キットピーク、国立太陽観測所で観測した、太陽活動極大期 (CR 1830, 1990 年 6 月 11.4556 日) における光球磁場のシノプティックチャート。横軸はカリントン経度で、時間にも相当する。時間は右から左に進む。左側のデータほど、新しい時刻における観測値に対応する。縦軸は太陽表面上の緯度を表す。90° は北極、0° は赤道、-90° は南極を示す。赤色は磁場の極性が正 (太陽表面から出てくる向き) の磁場領域を表し、青色は磁場の極性が負 (太陽表面に入る向き) の磁場領域を表す。それぞれ、色が濃い領域ほど、磁場が強いことを示している。太陽極大期では、太陽表面の広い範囲にわたって、極性が正と負の強い磁場領域が対になって現れる。(b) 太陽活動極小期 (CR 1909, 1996 年 5 月 5.2840 日) における光球磁場のシノプティックチャート。太陽活動極小期では、太陽表面の広い範囲が、弱い磁場領域で覆われる。わずかに北極と南極周辺にやや強い磁場領域がみられる。これは太陽表面磁場が双極子磁場で近似できることを示している。CR 1909 では、カリントン経度 260° 付近にやや強い活動領域が現れているのが見られる。

かしながら、現在の技術ではコロナ磁場の直接観測は不可能であるので、コロナ磁場は太陽光球磁場の観測値とコロナ磁場のモデルを用いて推定して求められている。ここでは太陽光球磁場の視線成分の観測値を外挿しコロナ磁場を推定するコロナ磁場のポテンシャルモデルの方法について述べる。

一般的に、密度 ( $\rho_e$ ) の電荷と密度 ( $j$ ) の電流が存在する場合、慣性系における電場  $\mathbf{E}$  と磁場  $\mathbf{B}$  に対するマクスウェル方程式は以下の様に表せる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (4)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}. \quad (5)$$

ここで、 $c$  は光の速さを表す。

流速  $\mathbf{v}$  で動く電気伝導度の非常に高い物質中に磁場  $\mathbf{B}$  が有る場合、磁場の空間的な変化の典型的な大きさが  $l$  程度であるとする、磁場の時間的な変化の典型的な長さは  $l/v$  程度である。従って、大きさのみについて考えれば、

$$\partial/\partial t \sim v/l, \quad |\nabla| \sim 1/l, \quad (6)$$

である。流速  $\mathbf{v}$  (ただし  $v$  は光の速さ  $c$  より非常に小さいとする) で動く電気伝導度の非常に高い物質の中の電場  $\mathbf{E}'$  は

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (7)$$

と表される。電気伝導度の大きな物質の中では、誘導電場のみが存在できるので、(7) 式より、電場の大きさは  $vB$  の程度であることが分かる。

$$E \approx vB. \quad (8)$$

ここで、アンペール・マクスウェル方程式 (1) について考えよう。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (9)$$

(5) 式、(6) 式、(8) 式より、

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right| &= \varepsilon \left| \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right| \approx \varepsilon \frac{v}{l} vB = \varepsilon \frac{v}{l} v\mu H = \\ &= \mu \varepsilon v^2 \frac{H}{l} = \frac{1}{c^2} v^2 \frac{H}{l} \approx \left( \frac{v}{c} \right)^2 |\nabla \times \mathbf{H}|. \end{aligned}$$

となる。従って、

$$\left| \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right| / |\nabla \times \mathbf{H}| \approx \left( \frac{v}{c} \right)^2 \ll 1, \quad (10)$$

を得る。故に、我々は、変移電流  $\partial \mathbf{D} / \partial t$  の項を無視することにより (1) 式から次式のようなアンペールの法則を得る。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}. \quad (11)$$

さてここで、コロナ全体にわたるような大きな空間構造を持ち、かつ太陽の自転周期よりも長い時間安定して存在するようなコロナ磁場を考えることにする。このような条件下では局所的で短時間しか流れないようなコロナ中の電流は無視出来るので、コロナの中では大規模な磁場構造に影響を与えるような電流は流れていない ( $\mathbf{j} = 0$ ) と仮定する。アンペールの法則 ((11) 式) を考慮すれば磁場 ( $\mathbf{B}$ ) は、次式のように、スカラーポテンシャル ( $\Psi$ ) により表される。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu} = 0, \quad (12)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0, \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = -\nabla \Psi. \quad (14)$$

ここで (4) 式より  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  であるので、

$$\nabla \cdot \nabla \Psi = \Delta \Psi = 0, \quad (15)$$

のようなラプラス方程式を得る。

## 2.1 磁場のスカラーポテンシャルの展開

球面調和関数を用いてこの  $\Psi$  を展開すると、

$$\begin{aligned} \Psi(r, \theta, \phi) &= r_{\odot} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\theta) \left[ \left\{ c_n^m \left( \frac{r}{r_{\odot}} \right)^n + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (1 - c_n^m) \left( \frac{r_{\odot}}{r} \right)^{n+1} \right\} g_n^m \cos m\phi + \left\{ d_n^m \left( \frac{r}{r_{\odot}} \right)^n + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (1 - d_n^m) \left( \frac{r_{\odot}}{r} \right)^{n+1} \right\} h_n^m \sin m\phi \right], \quad (16) \end{aligned}$$

と表すことができる。ここで、 $(r, \theta, \phi)$  は太陽の中心を原点とする空間極座標を表す。 $P_n^m(\theta)$  はシュミット関数 (規格化したルジャンドル陪関数) であり、 $r_{\odot}$  は太陽半径、 $c_n^m$ ,  $d_n^m$ ,  $g_n^m$ ,  $h_n^m$  は定数である (Chappman and Bartels [12])。

## 2.2 ソース面の導入

スカラーポテンシャルを用いてコロナ磁場を表すと、その磁力線はすべて閉じてしまうが、実際には太陽風の吹き出しのために磁力線の一部は惑星間空間へと引き出される。この様子をモデルで表すために、ソース面と呼ぶ半径  $r = r_s$  の仮想的な球面を導入し、この球面上で  $\Psi(r_s, \theta, \phi) = 0$  であると仮定する。 $\Psi(r_s, \theta, \phi) = 0$  のとき、磁場の三成分の内、動径成分 ( $B_r$ ) のみが大きさをもち残りの  $\theta$  成分 ( $B_{\theta}$ ) と  $\phi$  成分 ( $B_{\phi}$ ) はそれぞれ

0 ( $B_r \neq 0$ ,  $B_\theta = B_\phi = 0$ ) となる。したがって、ソース面に到達した磁力線はその球面から外では動径方向を向く。またこの仮定を用いると、(16) 式より、

$$c_n^m = d_n^m = -\frac{1}{\left(\frac{r_s}{r_\odot}\right)^{2n+1} - 1} \equiv c_n, \quad (17)$$

と表すことができる。ソース面の半径  $r_s$  の値の取り方により磁場構造の形が変わる。ここでは、*Hoeksema et al.*[13] の論文を基に、 $r_s = 2.5r_\odot$  とおく。

### 2.3 コロナ磁場の三成分

空間極座標では、コロナ磁場  $\mathbf{B}$  はスカラーポテンシャル  $\Psi$  を用いて

$$\mathbf{B} = -\nabla\Psi = -\frac{\partial\Psi}{\partial r}\hat{r} - \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\hat{\theta} - \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\Psi}{\partial\phi}\hat{\phi}, \quad (18)$$

と表すことができる。ここで球面調和関数で展開した  $\Psi$  を用いれば、コロナ磁場の三成分 ( $B_r$  ( $r$  成分),  $B_\theta$  ( $\theta$  成分),  $B_\phi$  ( $\phi$  成分)) は次のように書ける。

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{\partial\Psi}{\partial r} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left[ (1 - c_n)(n+1)\left(\frac{r_\odot}{r}\right)^{n+2} - nc_n\left(\frac{r}{r_\odot}\right)^{n-1} \right] P_n^m(\theta) \times \\ &\quad \times (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} B_\theta &= -\frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} \\ &= -\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left[ (1 - c_n)\left(\frac{r_\odot}{r}\right)^{n+2} - c_n\left(\frac{r}{r_\odot}\right)^{n-1} \right] \frac{dP_n^m(\theta)}{d\theta} \times \\ &\quad \times (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} B_\phi &= -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\Psi}{\partial\phi} \\ &= \frac{1}{\sin\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n m \left[ (1 - c_n)\left(\frac{r_\odot}{r}\right)^{n+2} + c_n\left(\frac{r}{r_\odot}\right)^{n-1} \right] P_n^m(\theta) \times \\ &\quad \times (g_n^m \sin m\phi - h_n^m \cos m\phi). \end{aligned} \quad (21)$$

これらの式の中で、 $g_n^m$  と  $h_n^m$  が未知である。これらの  $g_n^m$  と  $h_n^m$  が分れば、我々は、上式を用いてコロナの任意の場所における磁場の三成分 ( $B_r$ ,  $B_\theta$ ,  $B_\phi$ ) を計算することができる。

### 3 コロナ磁場モデル、その 1、

#### – Line-of-Sight Model –

地球に対する太陽の一自転周期は約 27.3 日である。従って太陽の観測を約 27.3 日の間続けられ、太陽全面の状態を知ることが出来る。太陽全面上の物理量の分布を、地球の地図のように経度方向に 360 度、緯度方向に北緯 90 度から南緯 90 度まで  $\pm 90^\circ$  の平面に展開した図をシノプティックチャートという。本論文では太陽光球面磁場のシノプティックチャート (図 1) を用いる。

#### 3.1 光球磁場の視線方向成分

太陽光球磁場のうち視線方向の成分 ( $B_l$ ) のみが観測されているが、ここでは太陽光球面の観測値の内、中央子午線付近のデータを基に作成したシノプティックチャート (図 1) を用いる。中央子午線上では、 $B_l$  は磁場の  $r$  成分 ( $B_r$ ) と  $\theta$  成分 ( $B_\theta$ ) により、

$$B_l = B_r \sin\theta + B_\theta \cos\theta, \quad (22)$$

と表される。光球面上では、 $r = r_\odot$  とおき、(19) 式と (20) 式を用いて  $B_l$  を書きなおすと、

$$\begin{aligned} B_l &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\hat{c}_n P_n^m \sin\theta - \frac{dP_n^m}{d\theta} \cos\theta) \times \\ &\quad \times (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi), \end{aligned} \quad (23)$$

となる。上式では、 $r = r_\odot$  で、 $B_l(r_\odot, \theta, \phi)$  の係数部分が、次式のように、簡単な形に表わせる性質を用いた。

$$\begin{aligned} &(1 - c_n)(n+1)\left(\frac{r_\odot}{r}\right)^{n+2} - nc_n\left(\frac{r}{r_\odot}\right)^{n-1} \\ &= (n+1) - c_n(2n+1) \\ &\equiv \hat{c}_n. \end{aligned} \quad (24)$$

この式の中で、 $g_n^m$  と  $h_n^m$  が未知であることに注意せよ。(23) 式の両辺に  $\sin\theta$  を乗ずると

$$\begin{aligned} B_l \sin\theta &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\hat{c}_n P_n^m \sin^2\theta - \frac{dP_n^m}{d\theta} \sin\theta \cos\theta) (g_n^m, h_n^m), \end{aligned} \quad (25)$$

と書ける。ここでは、簡単のため

$$(g_n^m, h_n^m) \equiv (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi),$$

と表した。ここで次式のような、シュミット関数 (規格化したルジャンドル陪関数) の性質を用いる。

$$\begin{aligned} \frac{2n+1}{n(n+1)} \sin\theta \frac{dP_n^m}{d\theta} &= \frac{\{(n+1)^2 - m^2\}^{1/2}}{n+1} P_{n+1}^m - \\ &\quad - \frac{(n^2 - m^2)^{1/2}}{n} P_{n-1}^m, \end{aligned} \quad (26)$$

$$(2n+1)\cos\theta P_n^m = \{(n+1)^2 - m^2\}^{1/2} P_{n+1}^m + (n^2 - m^2)^{1/2} P_{n-1}^m. \quad (27)$$

これ等の式を用いて  $B_l \sin\theta$  を書き換えると,

$$\begin{aligned} B_l \sin\theta = & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m \frac{(n+1)(n+2) + m^2}{2n+3} (g_n^m, h_n^m) - \\ & - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m \frac{\{(n-1)^2 - m^2\}^{1/2} (n^2 - m^2)^{1/2}}{2n-1} \times \\ & \times (g_{n-2}^m, h_{n-2}^m), \end{aligned} \quad (28)$$

となる。ここで,

$$\alpha_n^m \equiv \frac{(n+1)(n+2) + m^2}{2n+3}, \quad (29)$$

$$\beta_n^m \equiv \frac{\{(n-1)^2 - m^2\}^{1/2} (n^2 - m^2)^{1/2}}{2n-1}, \quad (30)$$

とおくと,

$$\begin{aligned} B_l \sin\theta = & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m \{(\alpha_n^m g_n^m - \beta_n^m g_{n-2}^m) \cos m\phi + \\ & + (\alpha_n^m h_n^m - \beta_n^m h_{n-2}^m) \sin m\phi\}, \end{aligned} \quad (31)$$

と表すことができる。

### 3.2 磁場の視線方向成分の理論値と観測値との比較

実際の磁場の観測値  $B_l(r_\odot, \theta, \phi)$  に  $\sin\theta$  を乗じた値  $B_l(r_\odot, \theta, \phi) \sin\theta$  も

$$B_l(r_\odot, \theta, \phi) \sin\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m (a_n^m \cos m\phi + b_n^m \sin m\phi) \quad (32)$$

のように, 球面調和関数で展開できる。これを前述の  $B_l \sin\theta$  の理論値の (31) 式と比較することにより, 次のような関係式を得る。

$$\begin{cases} a_n^m = \alpha_n^m g_n^m - \beta_n^m g_{n-2}^m, \\ b_n^m = \alpha_n^m h_n^m - \beta_n^m h_{n-2}^m. \end{cases} \quad (33)$$

ここで,  $a_n^m, b_n^m$  は球関数の直交性より, 観測値  $B_l(r_\odot, \theta, \phi)$  を用いて,

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} a_n^m \\ b_n^m \end{Bmatrix} = & \frac{1}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} B_l(r_\odot, \theta, \phi) \sin\theta \times \\ & \times P_n^m(\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{Bmatrix} \sin\theta d\theta d\phi, \end{aligned} \quad (34)$$

として計算できる。

また,  $m=n, m=n-1$  のときは,  $\beta_n^m = \beta_{n+1}^m = 0$  であるので, このときには  $g_n^m$  と  $h_n^m$  が

$$g_n^m = a_n^m / \alpha_n^m, \quad h_n^m = b_n^m / \alpha_n^m, \quad (35)$$

のように計算可能である。

従って, 以下のようにして, すべての  $g_n^m$  と  $h_n^m$  を計算することができる。まず  $m$  をある値に固定し, 次式により,  $g_m^m, g_{m+1}^m$  と  $h_m^m, h_{m+1}^m$  を計算する。

$$\begin{cases} g_m^m = a_m^m / \alpha_m^m, & g_{m+1}^m = a_{m+1}^m / \alpha_{m+1}^m \\ h_m^m = b_m^m / \alpha_m^m, & h_{m+1}^m = b_{m+1}^m / \alpha_{m+1}^m \end{cases} \quad (36)$$

次に, これ等の値を基に以下の再帰式を用いて,  $n$  を変えながら,  $g_n^m$  と  $h_n^m$  を計算する。

$$g_n^m = (a_n^m + \beta_n^m g_{n-2}^m) / \alpha_n^m, \quad (37)$$

$$h_n^m = (b_n^m + \beta_n^m h_{n-2}^m) / \alpha_n^m, \quad (38)$$

こうして求めた  $g_n^m$  と  $h_n^m$  を用いれば, コロナ中の任意の位置における, 磁場のスカラーポテンシャルやコロナ磁場の三成分 ( $B_r, B_\theta, B_\phi$ ) の値を計算することができる。

## 4 コロナ磁場モデル, その 2, - Radial Field Model -

本論文では *Wang and Sheeley* [9] と同じように, 光球磁場が太陽表面に垂直であると仮定する (Radial field assumption) 手法を用いる。この仮定のもとに, 袴田 [10] および, *Hakamada and Kojima* [11] が行ったように, 光球磁場の動径成分の理論値と, 光球磁場の動径成分の実際の観測値とを比較し, コロナ磁場ポテンシャルの球関数展開係数を求める。

### 4.1 光球磁場の動径成分

前述のように, 光球面上では  $r = r_\odot$  において,  $B_r(r_\odot, \theta, \phi)$  の係数部分を次式のように, 簡単な形に表わすことができる。

$$\begin{aligned} (1 - c_n)(n+1) \left(\frac{r_\odot}{r}\right)^{n+2} - n c_n \left(\frac{r}{r_\odot}\right)^{n-1} = \\ = (n+1) - c_n(2n+1) \equiv \hat{c}_n. \end{aligned} \quad (39)$$

これを用いると,  $B_r(r_\odot, \theta, \phi)$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} B_r(r_\odot, \theta, \phi) = & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \hat{c}_n P_n^m(\theta) \times \\ & \times \{g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi\}. \end{aligned} \quad (40)$$

太陽光球磁場は太陽表面にほぼ垂直であると仮定すると, 光球磁場の観測値  $B_l^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi)$  (line-of-sight component, 視線方向成分) を用いて, 次式のように, 光球

磁場の動径成分  $B_r^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi)$  を推定することが出来る。

$$B_r^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi) = \frac{B_l^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi)}{\sin \theta}. \quad (41)$$

この  $B_r^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi)$  も又、球面調和関数を用いて、次式のように級数展開することが出来る。

$$B_r^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\theta) \times \{a_n^m \cos m\phi + b_n^m \sin m\phi\}. \quad (42)$$

ここで、 $a_n^m$  と  $b_n^m$  は  $P_n^m(\theta)$  の直交性により、次の様に、 $B_r^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi)$  を用いて計算することが出来る。

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} a_n^m \\ b_n^m \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} B_r^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi) \times \\ &\times P_n^m(\theta) \begin{cases} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{cases} \sin \theta d\theta d\phi, \end{aligned} \quad (43)$$

#### 4.2 磁場の動径成分の理論値と観測値との比較

光球磁場の理論値の式、(40) 式、と観測値の式、(42) 式、との比較から次式のような係数の間の関係式を得る。

$$\begin{cases} \hat{c}_n g_n^m = a_n^m \\ \hat{c}_n h_n^m = b_n^m \end{cases} \quad (44)$$

前述の (43) 式で表わされるように、 $a_n^m$  と  $b_n^m$  は観測値  $B_r^{\text{obs}}(r_\odot, \theta, \phi)$  を用いて計算することが出来る。また  $\hat{c}_n$  も、(39) 式のように、 $n$  を用いて計算することが出来る。従って、級数展開の各項の係数  $g_n^m$  と  $h_n^m$  は次式のように計算出来る。

$$g_n^m = \frac{a_n^m}{\hat{c}_n}, \quad (45)$$

$$h_n^m = \frac{b_n^m}{\hat{c}_n}. \quad (46)$$

これらの係数  $g_n^m$  と  $h_n^m$  及び (19) 式、(20) 式、(21) 式を用いれば、コロナ中のあらゆる場所で、磁場の三成分 ( $B_r$ ,  $B_\theta$ ,  $B_\phi$ ) を計算することが出来る。

#### 5 シュミット関数の関係式

( $B_r$ ,  $B_\theta$ ,  $B_\phi$ ) の計算の際に用いるシュミット関数 (規格化したルジャンドル陪関数) やその微分は以下のような再帰式を用いて計算することが出来る。

$$P_m^m = \frac{\{(2 - \delta_{m0})(2m+1)(2m)!\}^{1/2}}{2^m m!} \sin^m \theta \quad (47)$$

$$P_{m+1}^m = (2m+3)^{1/2} \cos \theta P_m^m \quad (48)$$

$$P_n^m = \left( \frac{2n+1}{n^2 - m^2} \right)^{1/2} \left[ (2n-1)^{1/2} \cos \theta P_{n-1}^m - \left\{ \frac{(n-1)^2 - m^2}{2n-3} \right\} P_{n-2}^m \right] \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_m^m}{d\theta} &= \frac{\{(2 - \delta_{m0})(2m+1)(2m)!\}^{1/2}}{2^m m!} \times \\ &\times m \sin^{m-1} \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (50)$$

$$\frac{dP_{m+1}^m}{d\theta} = (2m+3)^{1/2} \left[ -\sin \theta P_m^m + \cos \theta \frac{dP_m^m}{d\theta} \right] \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_n^m}{d\theta} &= \left( \frac{2n+1}{n^2 - m^2} \right)^{1/2} \left[ (2n-1)^{1/2} \times \right. \\ &\times \left( -\sin \theta P_{n-1}^m + \cos \theta \frac{dP_{n-1}^m}{d\theta} \right) - \\ &\left. - \left\{ \frac{(n-1)^2 - m^2}{2n-3} \right\}^{1/2} \frac{dP_{n-2}^m}{d\theta} \right] \end{aligned} \quad (52)$$

ここで、 $\delta_{m0}$  は以下のように  $m$  の値により 1 か 0 の値をとる。

$$\delta_{m0} = \begin{cases} 1 & (m=0), \\ 0 & (m \neq 0). \end{cases}$$

#### 6 コロナ中の磁力線のトレース

磁力線は、磁力線の接線が磁場の向きを示すような線である。 $d\mathbf{r}$  を磁力線の線要素とすると、 $d\mathbf{r}$  と  $\mathbf{B}$  が平行であるので、磁力線は

$$d\mathbf{r} \times \mathbf{B} = 0, \quad (53)$$

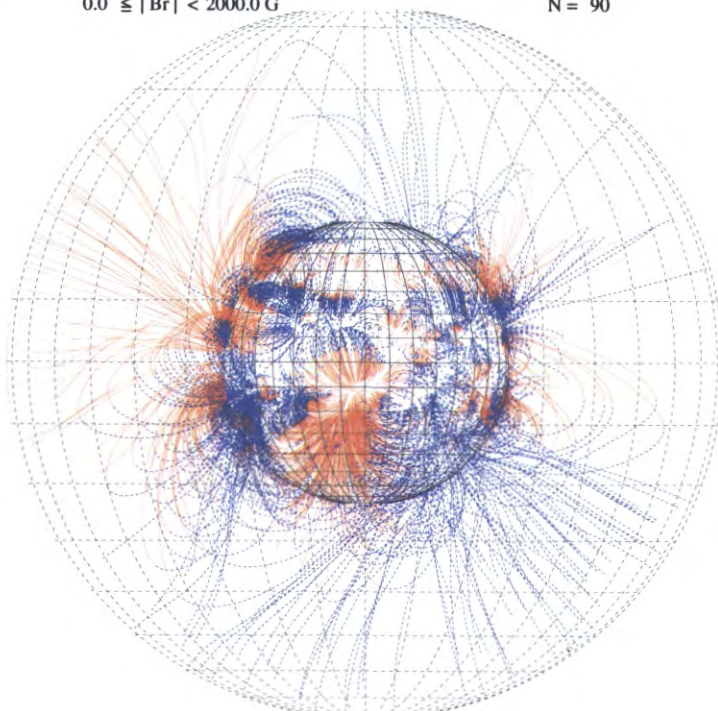
与えられる。従って、前述の (19) 式、(20) 式、および (21) 式を用いて計算したコロナ磁場  $\mathbf{B}$  の三成分を用いて、(53) 式をルンゲ・クッタ法等により数値的に解くことにより、順次、コロナ磁場の磁力線をトレースすることができる。コロナ磁場の三次元構造の可視化は、コロナ中の種々の現象と磁場構造との関係を直感的に理解するための有効な手段となる。

#### 7 コロナ磁場の三次元構造

図 1 に示した CR 1830 (太陽活動極大期) と CR 1909 (太陽活動極小期) の光球磁場のシノプティックチャートと、ここで説明した RF-Model を用いて描いたコロナ磁場の三次元構造を図 2 に示す。この図では、光球面上の強い磁場領域が分かるように、光球磁場の強度と磁力線の本数が比例するように描いてある。光球磁場の強い領域付近では、磁力線が激しく曲がる場合があるので、ルンゲ・クッタ法のステップの幅を短くし、コロナ上部の磁場の弱い領域では磁力線の曲率が大きいので、ステップの幅を長く取って計算するような工夫がなされている。図 2(a) は太陽活動極大期 (CR 1830, 1990 年 6 月 11.4556 日) におけるコロナ磁場の三次元構造で、赤い実線は極性が正の磁力線、青い破線は極性が負の磁力線を表している。中低緯度に磁力線が集中している強い磁場領域が広がっており、高緯度帯は磁場が比較的弱いことが分かる。太陽活動極大期の特

(a) 太陽活動極大期

Carrington Rotation Number = 1830 (Cosine Theta)  
 Longitude= 0.0 dgr Latitude= 0.0 dgr  
 $0.0 \leq |Br| < 2000.0 \text{ G}$  N = 90



(b) 太陽活動極小期

Carrington Rotation Number = 1909 (Cosine Theta)  
 Longitude= 0.0 dgr Latitude= 0.0 dgr  
 $0.0 \leq |Br| < 2000.0 \text{ G}$  N = 90

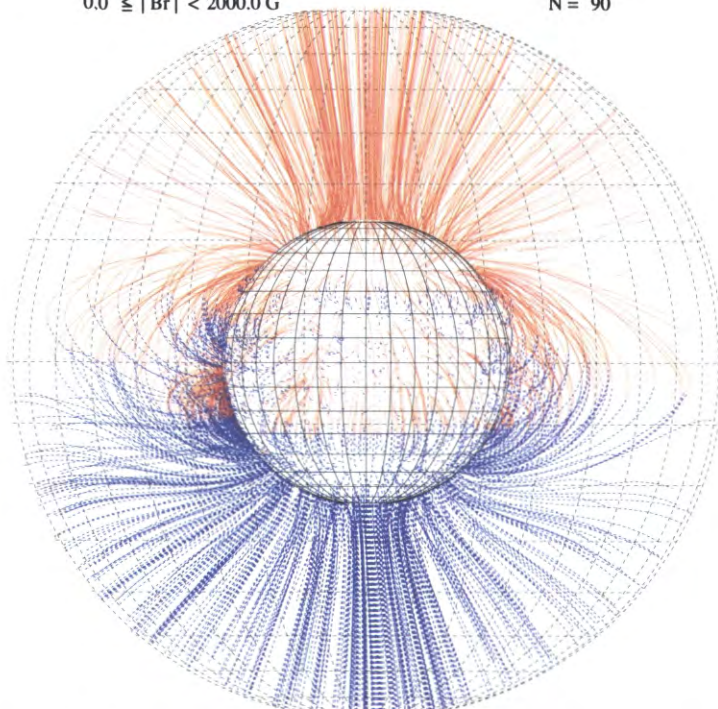


図 2: (a) 太陽活動極大期 (CR 1830, 1990 年 6 月 11.4556 日) におけるコロナ磁場の三次元構造。内側の球面は光球面を示し、外側の球面は、そこから外では磁力線が動径方向を向くと仮定したソース面を示す。赤い実線は極性が正 (外向き) の磁力線, 青い点線は極性が負 (内向き) の磁力線を表す。中低緯度に磁力線が集中している強い磁場領域が広がっているのが分かる。(b) 太陽活動極小期 (CR 1909, 1996 年 5 月 5.2840 日) におけるコロナ磁場の三次元構造。南北の極域以外に強い磁場領域は見られない。全体として、磁力線の構造が、双極子磁場の形に良く似ている。

徴をよく表す磁場構造である。図 2(b) は太陽活動極小期 (CR 1909, 1996 年 5 月 5.2840 日) におけるコロナ磁場の三次元構造を示す。南北の極域以外に強い磁場領域は見られない。全体として、磁力線の構造が、双極子磁場の形によく似ている。太陽活動極小期の特徴をよく表す磁場構造である。

## 8 結 論

太陽コロナのプラズマは、熱伝導や他の未知の物理現象により、加熱・加速され、太陽風となって惑星間空間へと噴出している。太陽風は電気伝導度が非常に高いので、コロナから吹き出す際、コロナ磁場を惑星間空間へと引き出し、惑星間磁場を形成する。惑星間磁場は地球磁場と相互作用し、その結果、地球磁気圏の中で磁気圏嵐のような激しい擾乱現象を発生させる。従って、地球と太陽の間の関係を理解するには、惑星間磁場とコロナ磁場の関係について知る必要がある。しかしながら、コロナ磁場は地上から、あるいは、人工衛星から直接測定できない。今まで、光球磁場の観測値を用いたコロナ磁場のモデル計算により、コロナ磁場の三次元構造を推定する方法が用いられてきている。ここでは、袴田の開発した、ポテンシャルモデルの一種である、LS-Model と RF-Model について説明し、RF-Model を用いたコロナ磁場三次元構造の可視化の具体的な例を、太陽活動極小期と極大期の 2 例に限って示した。ここで示したコロナ磁場三次元構造の可視化の手法と他の解析手法や理論を組み合わせることにより、我々は太陽地球間物理学の新たな知見や、理論の発展に対して、大きく寄与することができると期待している。

## 参 考 文 献

- [1] Parker, E. N., Theoretical studies of the solar wind phenomena, *Space Sci. Rev.* **9**, 325, 1969.
- [2] Akasofu, S-I. and Chapman, S., Solar-Terrestrial Physics, *Oxford University Press*, 1972.
- [3] Hakamada, K. and Akasofu, S-I., Simulation of three-dimensional solar wind disturbances and resulting geomagnetic storms, *Space Sci. Rev.*, **31**, 3, 1982.
- [4] Altshuler, M. D. and Newkirk, G., Jr., Magnetic fields and the structure of the solar corona, I, Method of calculating coronal fields, *Sol. Phys.* **9**, 131, 1969.
- [5] Shatten, K. H., Wilcox, J. M., and Ness, N. F., A model of corona and interplanetary magnetic fields, *Sol. Phys.* **9**, 442, 1969.
- [6] Levine, R. H., Altschuler, M. D., and Harvey, J. W., Solar sources of the interplanetary magnetic field and solar wind, *J. Geophys. Res.* **82**, 1061, 1977.
- [7] Riesebieter, W. and Neubauer, F. M., Direct solution of Laplace equation for coronal magnetic fields using line-of-sight boundary conditions, *Sol. Phys.* **63**, 127, 1979.
- [8] Hakamada, K., A simple method to compute spherical harmonic coefficients for the potential model of the coronal magnetic field, *Sol. Phys.* **159**, 89, 1995.
- [9] Wang, Y-M. and Sheeley, N. R., Jr. On potential field models of the solar corona, *Astrophys. J.* **392**, 310, 1992.
- [10] 袴田和幸, コロナ磁場のポテンシャルモデル, *Research J.* **6**, 43, 1999.
- [11] Hakamada, K. and Kojima, M., Solar wind speed and expansion rate of the coronal magnetic field during Carrington rotation 1909, *Solar Phys.* **187**, 115, 1999.
- [12] Chapman, S., and Bartels, J. *Geomagnetism*, Oxford University Press, London, 1940.
- [13] Hoeksema, J. T., Wilcox, J. M., and Scherrer, P. H., Structure of the heliospheric current sheet in the early portion of sunspot cycle 21, *J. Geophys. Res.*, **87**, 10331, 1982.