

非駆動関節を有するリンク系の動的制御

吉田 靖夫*, 青木 孝志**, 河合 吉文**

Dynamic Control of a Link System
Having Unactuated Joints

Yasuo YOSHIDA*, Takashi AOKI** and Yoshifumi KAWAI**

(Received May 28, 1996)

This paper shows the analysis of controlling the position of a link system that has unactuated joints. We consider an n degree of freedom system having m actuators and the same number of controlled degree of freedom. Therefore, each degree of freedom is $n-m$ unactuated and controlled and $2m-n$ actuated and controlled, and $n-m$ actuated and uncontrolled, respectively. We will illustrate that the relation between the system's degree of freedom and the number of actuator and the portion of the dynamics corresponding to the controlled degrees of freedom can be linearized by nonlinear feedback. Simulation results are presented showing the performance of horizontal two link and three link robots.

Keywords : robot, manipulator, dynamic control, position, unactuated joint, nonlinear feedback

1. はじめに

リンク系として代表的なものはマニピュレータである。産業用に使用される通常のマニピュレータは各関節にアクチュエータを持ち、各関節の角度は目標値を持った制御量となっている。これに対して、軽量化を目的とし、部分的にアクチュエータを持たないロボットの研究が始まっている。これまでの非駆動関節を有するロボットの研究は、2リンクを研究対象としたものが多い。第1関節を非駆動、第2関節を駆動とし、第1リンクを制御させるタイプとして垂直、水平のものがある。垂直では、鉄棒運動のような振り上げと倒立の制御の研究がある。第2リンクについて、神崎⁽¹⁾は慣性ロータによる実験、Spong⁽²⁾はリンクによる計算を行っている。水平では、著者らの一人⁽³⁾がリンクによる実験を行っている。これら

は、第2リンクを駆動することによって、非駆動な第1リンクを制御している。一方、第1関節を駆動、第2関節を非駆動とし、水平の2リンクを制御するタイプは、荒井⁽⁴⁾、中村⁽⁵⁾が実験を行っている。これらは、第1リンクを駆動することによって、駆動の第1リンクと非駆動の第2リンクを制御しており、このように駆動関節数より多くの自由度の制御数を制御する一般理論は現在のところ出来ていないので、前者は非駆動関節にブレーキを用い、後者は往復運動による漸近安定化によって制御している。ここでは、機械系一般の運動制御への応用を目的として、部分的に非駆動関節を有するリンク系で、駆動関節と同数の自由度を制御する場合の動的制御について検討し、リンク系の自由度数と非駆動関節数の関係及び水平2リンク及び3リンクの計算例を示す。

*機械工学科 (Department of Mechanical Engineering)

**工業物理学科 (Department of Engineering Physics)

2. 理論

マニピュレータの運動方程式は、通常、次式で表される。

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \tau \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 q は関節角度ベクトル、 $M(q)$ は慣性行列、 $h(q, \dot{q})$ は遠心力、コリオリ力、重力、摩擦力ベクトルの和、 τ は駆動トルクベクトルである。

制御対象を n 自由度のマニピュレータとし、そのうち駆動関節は m 個、非駆動関節は残り $n-m$ 個とする。更に、駆動関節数 m と同数の自由度が制御される場合、関節座標ベクトルは次の 3 種類から構成される。即ち、トルクが作用しない非駆動関節であるが関節角度は制御されるベクトル $q_1 \in R^{n-m}$ 、駆動トルク $\tau_1 \in R^{2m-n}$ が作用し且つ関節角度も制御されるベクトル $q_2 \in R^{2m-n}$ 、駆動トルク $\tau_2 \in R^{n-m}$ は作用するが関節角度は制御されない非制御なベクトル $q_3 \in R^{n-m}$ である。このとき、(1)式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

非駆動関節がないときは q_2 のみ存在するときで $m=n$ となる。非駆動関節すべての角度を制御し、駆動関節すべての角度を制御しない場合は q_2 が存在しないときで $m=n/2$ となる。更に、 q_1, q_2, q_3 すべてが存在するとき、各要素行列が同一サイズの正方行列とすると、 $m=2n/3$ となる。

次に、 m_{ij} を (2) 式の慣性行列の逆行列成分とすると、制御関節角度の角加速度が求められる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{12} & m_{13} \\ m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、制御角加速度が存在するためには慣性行列の値が必要である。

$$D \equiv \det[M_{ij}] \neq 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

いま、 u_1, u_2 を新たな入力として、次の線形な系を与える。

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

この線形系のサーボ補償器は、積分分解加速度制御によって構成する。(5)式を(3)式に代入して、駆動トルクを求める。

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{12} & m_{13} \\ m_{22} & m_{23} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} \right\} \quad \dots\dots (6)$$

(6)式は(5)式の線形化補償器となる。

駆動トルクが存在するためには、次の値が必要である。

$$D_1 = \det \begin{bmatrix} m_{12} & m_{13} \\ m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} = \frac{\det M_{13}}{D} \neq 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

(4)式より、(7)式は慣性行列の成分である M_{13} の行列の値がゼロであってはならないことを意味する。

3. シミュレーション

以上に示した理論が適用できるリンク系の自由度 n と駆動関節数 m の組み合わせを Table1 に示す。

$n=2, m=1$ のとき、及び $n=3, m=2$ のときについて、重力と摩擦力が無い場合のシミュレーションを行う

Table 1 System's degree of freedom n and number of actuator m

n	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	6
m	1	1	2	2	3	2	4	5	3	4	6

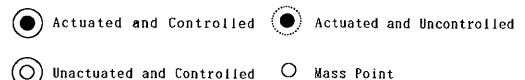
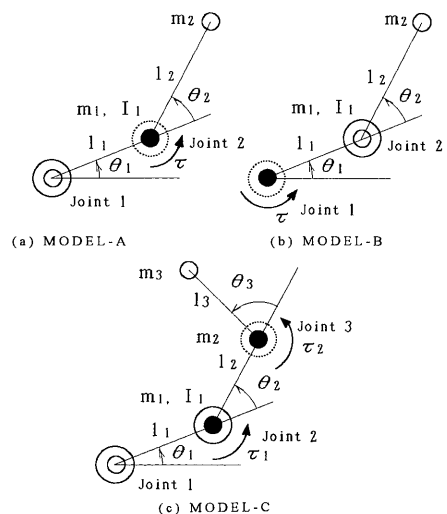


Fig. 1 Simulation models

た。Fig.1 (a) は第1関節非駆動で第2関節駆動の2リンクで MODEL-A, Fig.1 (b) は第1関節駆動で第2関節非駆動の2リンクで MODEL-B, Fig.1 (c) は第1関節非駆動で第2及び第3関節駆動の3リンクで MODEL-C とそれぞれ呼ぶことにする。

(5)式の線形系のサーボ補償器は, サンプルタイムを50ms とする離散形の積分形分解加速度制御⁽⁶⁾によって構成した。

3.1 2リンク1非駆動関節モデル

(2)式の記号を使用すると運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{13} \\ M_{31} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

3.1.1 第1関節非駆動 (MODEL-A)

慣性行列の成分などは, 次式で表される。

$$q_1 = \theta_1, \quad q_3 = \theta_2, \quad \tau_2 = \tau$$

$$M_{11} = J_1 + J_2 + 2J_{12}\cos\theta_2, \quad M_{13} = J_2 + J_{12}\cos\theta_2$$

$$M_{31} = M_{13} \quad M_{33} = J_2$$

$$h_1 = -J_{12}\sin\theta_2(\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2)$$

$$h_3 = J_{12}\sin\theta_2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{但し, } J_1 = (m_1 + m_2)l_1^2, \quad J_2 = m_2l_2^2 + I_1$$

$$J_{12} = m_2l_1l_2$$

(4)式の D の値は, θ_2 に拘らず常に正でありゼロにならない。(7)式の D_1 について, M_{13} の値を調べる。 $\cos\theta_2$ は -1 から +1 の範囲であるので, (7)式を満足するためには, その最小値を正とする必要がある。

$$(M_{13})_{\min} = m_2l_2^2 \left(1 - \frac{l_1}{l_2}\right) + I_1 > 0 \quad \therefore \frac{l_1}{l_2} < 1 + \frac{I_1}{m_2l_2^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

もし, $I_1 = 0$ のときは第2リンクの長さは第1リンクより長くなければならない。また, 第2リンクの長さがゼロで, I_1 のみの慣性ロータの場合は常に上式は満足される。Table2 は, $m_1 = 1$, $l_1 = 1$ としたときのシミュレーションに使用したデータである。CASE1 から 3 は, $I_1 = 0$ とし第2リンク長さを変化させた場合で, CASE4 は慣性ロータとした場合である。

θ_1 のステップ目標値を 180 度としたときのシミュレーション結果を Fig.2 に示す。第2リンクの長さが長くなる程, θ_1 は目標値に速く達する。慣性ロータは第2リン

Table 2 MODEL-A Dimensions

CASE	1	2	3	4
Mass m_2	0.5	0.5	0.5	0.5
Length l_2	1.25	1.5	2	0
Interia I_1	0	0	0	0.5

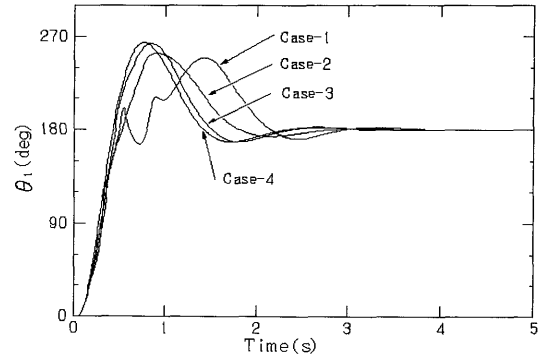


Fig. 2 Step response of MODEL-A (Reference input 180 deg for θ_1)

クを十分大きくしたのと同じ効果がある。従って第2リンクが短いときは, I_1 を付加して等価長さを大きくする必要がある。なお, θ_2 は一定角に収斂し, 第2リンクが長いほど小さな角度となった。

3.1.2 第2関節非駆動 (MODEL-B)

慣性行列の成分などは, 次式で表される。

$$q_1 = \theta_2, \quad q_3 = \theta_1, \quad \tau_2 = \tau$$

$$M_{11} = J_2 + J_{12}\cos\theta_2, \quad M_{13} = J_2$$

$$M_{31} = J_1 + J_2 + 2J_{12}\cos\theta_2, \quad M_{33} = M_{11}$$

$$h_1 = J_{12}\sin\theta_2 \cdot \dot{\theta}_1^2$$

$$h_3 = -J_{12}\sin\theta_2(\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2) \quad \dots\dots\dots (11)$$

(4)式の D の値は, θ_2 に拘らず常に負でありゼロにならない。 D_1 の M_{13} の値は次式から明らかに常に正であり, (7)式を満足する。

$$M_{13} = m_2l_2^2 + I_1 \quad \dots\dots\dots (12)$$

Table3 は, $m_1 = 1$, $l_1 = 1$ としたときのシミュレーションに使用したデータであり, $I_1 = 0$ とし第2リンク長さ

を第1リンクの半分から2倍へと変化させた。

Table 3 MODEL-B Dimensions

CASE	5	6	7
Mass m_2	0.5	0.5	0.5
Length l_2	0.5	1	2
Inertia I_1	0	0	0

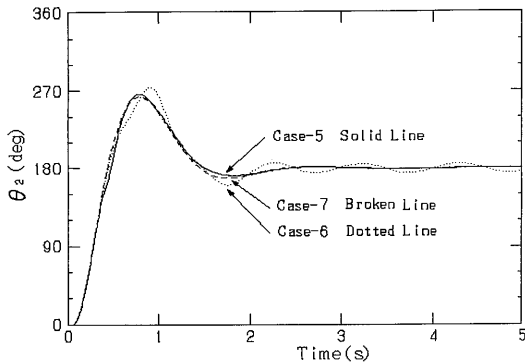


Fig. 3 Step response of MODEL-B (Reference input 180 deg for θ_2)

θ_2 のステップ目標値を180度としたときのシミュレーション結果を Fig.3 に示す。 θ_2 はどの場合も目標値に達しているが、第2リンクが第1リンクと同じ長さのとき、わずかにサイクリングを生じている。なお、 θ_1 は、第2リンクの長さが第1リンクより長い場合はゼロに収斂している以外、一定角に収斂せず時間と共に大きくなった。

3.2 3リンク2非駆動関節モデル (MODEL-C)

運動方程式(2)式の慣性行列要素などは次のようになる。

$$q_1 = \theta_1, \quad q_2 = \theta_2, \quad q_3 = \theta_3$$

$$M_{11} = J_1 + J_2 + J_3 + 2J_{12}\cos\theta_2 + 2J_{13}\cos(\theta_2 + \theta_3) + 2J_{23}\cos\theta_3$$

$$M_{12} = M_{21} = J_2 + J_3 + J_{12}\cos\theta_2 + J_{13}\cos(\theta_2 + \theta_3) + 2J_{23}\cos\theta_3$$

$$M_{13} = M_{31} = J_3 + J_{13}\cos(\theta_2 + \theta_3) + J_{23}\cos\theta_3$$

$$M_{22} = J_2 + J_3 + 2J_{23}\cos\theta_3$$

$$M_{23} = M_{32} = J_3 + J_{23}\cos\theta_3, \quad M_{33} = J_3$$

ここで、

$$h_1 = -J_{12}\sin\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 - J_{13}\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \dot{\theta}_3^2$$

$$-2\{J_{12}\sin\theta_2 + J_{13}\sin(\theta_2 + \theta_3)\} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$$

$$-2\{J_{13}\sin(\theta_2 + \theta_3) + J_{23}\sin\theta_3\}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_3$$

$$h_2 = J_{12}\sin\theta_2 \cdot \dot{\theta}_1^2 - J_{23}\sin\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 - 2J_{23}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_3$$

$$h_3 = J_{13}\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \dot{\theta}_1^2 + J_{23}\sin\theta_3 \cdot \dot{\theta}_2^2 + 2J_{23}\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$$

... (13)

$$\text{但し, } J_1 = (m_1 + m_2 + m_3)l_1^2, \quad J_2 = (m_2 + m_3)l_2^2$$

$$J_3 = m_3l_3^2 + I_2, \quad J_{12} = (m_2 + m_3)l_1l_2$$

$$J_{13} = m_3l_1l_3, \quad J_{23} = m_3l_2l_3$$

(7)式の D_1 について、 M_{13} の値を調べる。 $\cos(\theta_2 + \theta_3)$ 及び $\cos\theta_3$ は -1 から $+1$ の範囲であるので、(7)式を満足するためには、その最小値を正とする必要がある。

$$(M_{13})_{\min} = m_2l_3^2 \left(1 - \frac{l_1}{l_3} - \frac{l_2}{l_3}\right) + I_2 > 0 \quad \therefore \frac{l_1 + l_2}{l_3} < 1 + \frac{I_2}{m_2l_3^2} \quad \dots\dots (14)$$

もし、 $I_2 = 0$ のときは第3リンクの長さは第1及び第2

Table 4 MODEL-C Dimensions

CASE	8	9
Mass m_2	0.5	0.5
Length l_2	0.5	0.5
Length l_3	2	0
Inertia I_2	0	1

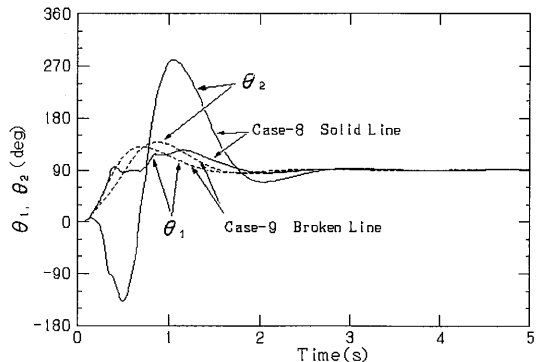


Fig. 4 Step response of MODEL-C (Reference input 90 deg for θ_1 and θ_2)

リンクの和より長くしなければならない。また、第3リンクの長さがゼロで、 I_2 のみの慣性ロータの場合は常に上式は満足される。Table4は、 $m_1=1$ 、 $l_1=1$ としたときのシミュレーションに使用したデータである。CASE8は、 $I_2=0$ とし第3リンク長さを与えた場合で、CASE9は慣性ロータとした場合である。

θ_1 及び θ_2 のステップ目標値を共に90度としたときのシミュレーション結果をFig.4に示す。慣性ロータを使用したときは θ_1 及び θ_2 は共に同方向に動きオーバーシュートは少なくスムーズに目標値に達しているが、第3リンクの長さを与えて使用したときは θ_1 と θ_2 は最初は互いに反対方向に動き、その後 θ_2 が大きな動きで反転してから目標値に達している。このように、リンク使用のときはその長さや質量によって応答は異なるが、制御目的は満足しており、理論を検証していると考ええる。

4. まとめ

(1)部分的に非駆動関節を有するリンク系で、駆動関節と同数の自由度を制御する場合について、動力学的干渉性を利用して制御する手法について提案し、制御可能となる条件を示した。

(2)リンク系の自由度数と非駆動関節数の関係を明らかにし、水平2リンク及び3リンクのシミュレーションを

行ってこの手法を確認した。

参 考 文 献

- (1) Kanzaki K., Kawasaki H., Kaneko O., Swinging-Up Motion and Upside-Down Standing of Pendulum with Inertia Rotor, Proc. Int'l Symposium on Measurement and Control in Robotics, ISMCR, TC-17. Cm III (1993), 19.
- (2) Spöng M. W., Partial Feedback Linearization of Underactuated Mechanical Systems, Proc. Int'l Conference on IROS, IEEE/RSJ/GI (1994), 314.
- (3) 吉田, 回転支持された水平形2リンクロボットの軌道制御, 日本機械学会シンポジウム, 第4回運動と振動の制御 (1995), 183.
- (4) 荒井・館, 非駆動関節を有するマニピュレータの動力学的干渉による位置制御, 計測自動制御学会論文集, 25-9 (1989), 1012.
- (5) 中村・岩本, ドリフト項を持つ非ホロノミック機械の制御, 日本ロボット学会誌, 13-6 (1995), 830.
- (6) 吉田, サンプリング周期がモデル追従サーボ系の過渡特性に与える影響, 中部大学工学部紀要, 30 (1994), 15.