

スノーボードの静的曲げ変形解析 ——実験結果と計算結果の比較

坂田 敏行*, 河合 茂博**

Static Bending Analysis of a Snowboard ——A Comparison between Numerical and Experimental Results

Toshiyuki SAKATA* and Shigehiro KAWAI**

(Received May 30, 1994)

A numerical approach is proposed for analyzing the static bending deformation of a snowboard resting on a horizontal snow surface. In the approach, the force of gravity of the snowboard and the reacting force acting on the snowboard through the snow surface are considered as well as vertical loads and bending moments due to the performance of a snowboarder. The static bending deformation also is experimentally studied by using an urethane sheet instead of the snow due to the difficulties in carrying out the experiment on the snow. From the comparison between numerical and experimental results, it follows that one can accurately estimate the static bending by using the proposed approach. Furthermore, as examples of the numerical calculation, effects of a spring constant of snow, the camber height of the snowboard, and the lean of snowboarder on the reacting force and the bending deformation are discussed.

1. 緒言

近年, スノーボードの愛好者が急増し, 各種のスノーボードが市販されているが¹⁾, その性能あるいは設計法に関する研究はほとんど公表されていない^{2), 3)}. 高品質のスノーボードを開発あるいは設計するためには曲げ変形の数値解析法が必要不可欠である. また, 信頼性の高い数値解析法を開発することにより, 数値化が困難な雪面の力学特性を様々に変化させてシミュレーションを行うことも可能となる.

著者の一人は, スキー板を不均質梁と仮定して, その静的および動的曲げ変形を解析した^{4) - 6)}. 本研究では不均質梁を不均質直交異方性板に変更することにより, 雪面上に静止しているスノーボードに垂直荷重および曲げモーメントが静的に作用する場合の数値解析法を提案する. また, 雪面の代わりにウレタン製マットを用いて静的曲げ変形実験を行い, 数値解析法の妥当性を検討する. さらに, 解析例として雪のばね係数, スノーボードのキャンバー高さ, スノーボーダーの姿勢が雪面からスノーボードに作用する反力およびスノーボードの変形形状に及ぼす影響を明らかにすることを試みる.

*機械工学科 (Department of Mechanical Engineering)

**機械工学専攻大学院生 (Graduate Student, Mechanical Engineering)

2. 数値解析モデル

スノーボーダーの滑走状態は様々であるが、その一例を図1に示す。この様な滑走状態を参考にして、解析系を次のようにモデル化した。

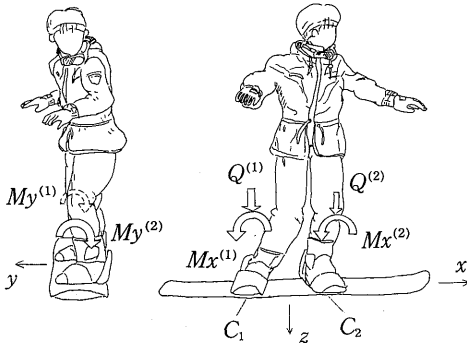
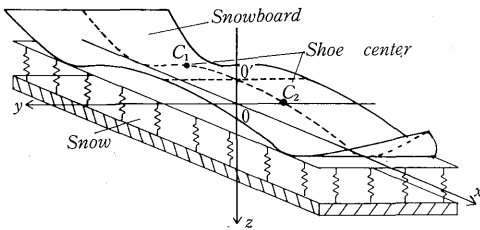


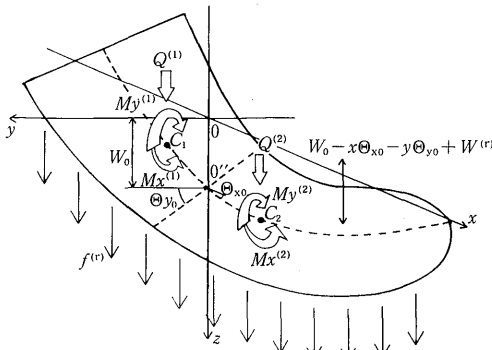
図1 スノーボーダーの滑走状態

2.1 スノーボードのモデル化

図2(a)に示すように、水平な雪面上に静止したスノーボードのシューズセンター C_1 , C_2 を通り、長手方向に x



(a) 雪面上に静止したスノーボード



(b) 変形後のスノーボード

図2 スノーボーディング系のモデル化

座標を、幅方向に y 座標を、原点 0 を通り垂直下向きに z 軸を考える。スキー板の場合⁴⁾⁻⁶⁾と同様に、 $x < 0$ の部分を後半部、 $x > 0$ の部分を前半部と呼び、それぞれ数字の "1", "2" で表す。図2(b)に示すように、シューズセンター C_r には曲げモーメント $M_x^{(r)}$, $M_y^{(r)}$ および垂直荷重 $Q^{(r)}$ が作用するとともに(ただし、 $r=1, 2$)、スノーボードには重力、慣性力および雪面からの反力の和である分布荷重 $f^{(r)}$ も作用する。スノーボードは平板ではないが、曲げ変形に及ぼすキャンパー高さの影響は小さいと考えられるので、スノーボードを不均質直交異方性平板と仮定して曲げ変形を解析する。全ての垂直荷重および曲げモーメントが作用していない時に、スノーボードは雪面上に静止しているが、垂直荷重および曲げモーメントの作用により、垂直方向の並行移動 W_0 、原点における x 軸回りの回転 Θ_{y0} および y 軸回りの回転 Θ_{x0} 曲げたわみ $W^{(r)}$ が生じて、スノーボードは図2(b)のように変形すると仮定する。このように仮定すれば、スノーボードの垂直変位 $\Delta_w^{(r)}$ 、変形状 $\Delta_p^{(r)}$ および雪面の変形量 $\Delta_s^{(r)}$ はそれぞれ次のように表される。

$$\Delta_w^{(r)} = W_0 - x\Theta_{x0} - y\Theta_{y0} + W^{(r)} \quad (1)$$

$$\Delta_p^{(r)} = \Delta_w^{(r)} - C_a^{(r)} \quad (2)$$

$$\Delta_s^{(r)} = \begin{cases} \Delta_p^{(r)} & (\Delta_p^{(r)} > 0) \\ 0 & (\Delta_p^{(r)} \leq 0) \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 $C_a^{(r)}$ はスノーボードのキャンパー高さである。

2.2 雪面のモデル化

本研究の目的の一つは数値解析法の妥当性を実験により確認することである。雪面上での実験は困難であるため、次善の策として、厚さ 0.04m のウレタン製マットを雪面の代わりに用いて実験を行い、数値計算結果と実験結果を比較した。ウレタン製マットより切り出した一辺 0.1m の正方形試験片の荷重-変位関係を図3に示す。図中○印が測定値を、実線は測定値を折れ線で近似した結果を示す(式(7)参照)。

3. 数値計算法

前述のように、本研究で用いる数値解析法は、文献[4]で提案した数値解析法をスノーボード用に拡張した方法であるので、本論文では主として変更点を説明する。

3.1 スノーボードに作用する荷重

シューズセンターには曲げモーメント $M_x^{(r)}$, $M_y^{(r)}$ と垂直荷重 $Q^{(r)}$ が作用する。この曲げモーメントを計算の都合上、距離 $2\Delta_x^{(r)}$, $2\Delta_y^{(r)}$ だけ離れた偶力 $Q_x^{(r)}$, $Q_y^{(r)}$

でそれぞれ置き換える。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} Q_x^{(r)} &= M_x^{(r)} / 2\Delta_x^{(r)} \\ Q_y^{(r)} &= M_y^{(r)} / 2\Delta_y^{(r)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

また、分布力 $f^{(r)}$ は次式で与えられる。

$$f^{(r)} = f_1^{(r)} - f_2^{(r)} \quad (5)$$

ただし、重力加速度を g 、スノーボードの単位面積当たりの質量を $\gamma^{(r)}$ とすれば、

$$f_1^{(r)} = \gamma^{(r)} g \quad (\text{重力}) \quad (6)$$

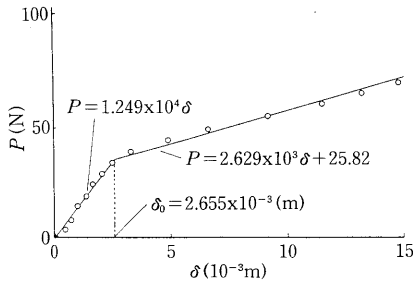


図3 ウレタン製マットの荷重(P)－変位(δ)関係

また、 $f_2^{(r)}$ は雪面からスノーボードに作用する反力であり、図3に示すウレタン製マットの荷重－変位関係を考慮すれば式(7)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f_2^{(r)} &= (k_1^{(r)} - k_2^{(r)}) \delta_0 \\ &\quad + k_2^{(r)} \Delta_s^{(r)} \quad (\Delta_s^{(r)} \geq \delta_0) \\ &= k_1^{(r)} \Delta_s^{(r)} \quad (0 < \Delta_s^{(r)} < \delta_0) \\ &= 0 \quad (\Delta_s^{(r)} \leq 0) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし、 $k_1^{(r)}$ は $0 < \Delta_s^{(r)} < \delta_0$ の場合のばね係数、 $k_2^{(r)}$ は $\Delta_s^{(r)} \geq \delta_0$ の場合のばね係数であり、図3より求めた。また、 δ_0 は図3に示す値である。

3.2 スノーボードの曲げ変形の基礎式

直線 $x=0$ に沿ってスノーボードを切断し、後半部 ($r=1$) および前半部 ($r=2$) のそれぞれの領域において曲げ変形を計算する。静的曲げ変形の基礎式は次式で表される。

$$\begin{aligned} L^{(r)}[W^{(r)}] &= f^{(r)} \\ &\quad + Q^{(r)} \delta(x - x^{(r)}) \cdot \delta(y - 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ Q_x^{(r)} \delta(x - x^{(r)} + \Delta_x^{(r)}) \cdot \delta(y - 0) \\ &- Q_x^{(r)} \delta(x - x^{(r)} - \Delta_x^{(r)}) \cdot \delta(y - 0) \\ &+ Q_y^{(r)} \delta(x - x^{(r)}) \cdot \delta(y + \Delta_y^{(r)}) \\ &- Q_y^{(r)} \delta(x - x^{(r)}) \cdot \delta(y - \Delta_y^{(r)}) \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、 $L^{(r)}[]$ はスノーボードの静的曲げ問題の微分演算子、 $x^{(r)}$ はシューズセンターの x 座標、 $\delta()$ は Dirac のデルタ関数である。また、式(4)より、

$$\begin{aligned} \Delta_y^{(r)} &= M_y^{(r)} / 2Q_y^{(r)} \\ \Delta_x^{(r)} &= M_x^{(r)} / 2Q_x^{(r)} \end{aligned}$$

3.3 境界条件

直線 $x=0$ に沿って生じるスノーボードの曲げ変形を無視し、垂直変位 W_0 、回転角 Θ_{x0} および Θ_{y0} を別に考慮すれば(2.1節参照)、直線 $x=0$ における曲げ変形の境界条件は固定となる。また、スノーボードの周辺での境界条件は自由である。

3.4 平衡条件式

直線 $x=0$ でスノーボードを二分して曲げ変形を計算しているので、スノーボードに作用する垂直力の平衡条件式(9)、曲げモーメントの平衡条件式(10)および(11)が必要である。

$$\sum_{r=1}^2 \left[\iint f^{(r)} dx dy + Q^{(r)} \right] = 0 \quad (9)$$

$$\sum_{r=1}^2 \left[\iint f^{(r)} x dx dy + x^{(r)} Q^{(r)} - M_x^{(r)} \right] = 0 \quad (10)$$

$$\sum_{r=1}^2 \left[\iint f^{(r)} y dx dy - M_y^{(r)} \right] = 0 \quad (11)$$

3.5 離散化運動方程式

3.3節で述べたスノーボードの境界条件および微分方程式(12)を満足する静的曲げ問題のグリーン関数 $G^{(r)}(x, y, \xi, \eta)$ を用いれば、微分方程式(8)の解 $W^{(r)}(x, y)$ は式(13)のように求められる。

$$L^{(r)}[G^{(r)}(x, y, \xi, \eta)] = \delta(x - \xi) \cdot \delta(y - \eta) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} W^{(r)}(x, y) &= \iint f^{(r)} G^{(r)}(x, y, \xi, \eta) dx dy \\ &\quad + Q^{(r)} G^{(r)}(x, y, x^{(r)}, 0) \\ &\quad + Q_x^{(r)} G^{(r)}(x, y, x^{(r)} - \Delta_x^{(r)}, 0) \\ &\quad - Q_x^{(r)} G^{(r)}(x, y, x^{(r)} + \Delta_x^{(r)}, 0) \\ &\quad + Q_y^{(r)} G^{(r)}(x, y, x^{(r)}, -\Delta_y^{(r)}) \\ &\quad - Q_y^{(r)} G^{(r)}(x, y, x^{(r)}, \Delta_y^{(r)}) \end{aligned} \quad (13)$$

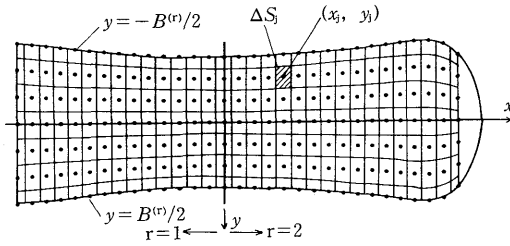


図4 スノーボードの分割パターン

スノーボードを J 個の微小領域に分割し (図4を参照), 微小領域の代表点を (x_j, y_j) , 面積を ΔS_j で表す。式 (9)~(11) および式 (13) の微小領域内での被積分関数の値は代表点 (x_j, y_j) における被積分関数の値と等しいと仮定して近似積分を行えば, 点 (x_j, y_j) のたわみ $W^{(r)}(x_j, y_j)$, 原点の変位 W_0 , 原点での回転角 Θ_{x0} および Θ_{y0} に関する $(J+3)$ 個の連立一次方程式 (14) が求められる。

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^{(r)}(x_j, y_j) \\ W_0 \\ \Theta_{x0} \\ \Theta_{y0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \quad (14)$$

$j=1, 2, \dots, J$

ただし, $[A]$ は定数要素の $(J+3)$ 元正方マトリクスであり, $[C]$ は定数要素の $(J+3)$ 元の列ベクトルである。式 (14) の連立一次方程式を解けば, 代表点 (x_j, y_j) におけるたわみ $W^{(r)}(x_j, y_j)$, 原点の垂直変位 W_0 , 原点での回転角 Θ_{x0} および Θ_{y0} , を求めることができる。得られた値を式 (1)~(3) および式 (7) に代入することにより, スノーボードの変形形状, 雪面からの反力が求められる。

3.6 グリーン関数の計算

3.3 節で述べた境界条件を考慮して, グリーン関数の試行関数を次式のように仮定し, エネルギー法によりグリーン関数を計算した。

$$G^{(r)}(x, y, \xi, \eta) = \sum_{k=1}^K A_k^{(r)}(\xi, \eta) x^{m+1} y^{n-1} \quad (15)$$

ただし, m, n は k により決まる正整数である。不均質直交異方性板のひずみエネルギー U は

$$U = \frac{1}{2} \iint \left\{ D_x^{(r)} \left[\frac{\partial^2 G^{(r)}}{\partial x^2} \right]^2 + D_y^{(r)} \left[\frac{\partial^2 G^{(r)}}{\partial y^2} \right]^2 \right.$$

$$\left. + 2D_1^{(r)} \left[\frac{\partial^2 G^{(r)}}{\partial x^2} \right] \left[\frac{\partial^2 G^{(r)}}{\partial y^2} \right] + 2(H^{(r)} - D_1^{(r)}) \left[\frac{\partial^2 G^{(r)}}{\partial x \partial y} \right]^2 \right\} dx dy \quad (16)$$

ただし, $D_x^{(r)}, H^{(r)}, D_y^{(r)}$ および $D_1^{(r)}$ は板の曲げ剛性である。また, 点 (ξ, η) に作用する単位荷重による外部エネルギー E は

$$E = G^{(r)}(\xi, \eta, \xi, \eta) \quad (17)$$

板の内部エネルギー U と外部エネルギー E に関するエネルギー停留の原理より, 係数 $A_k^{(r)}$ を決定した。

4. スノーボードの形状および機械特性

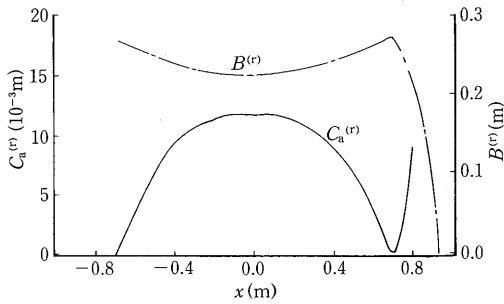
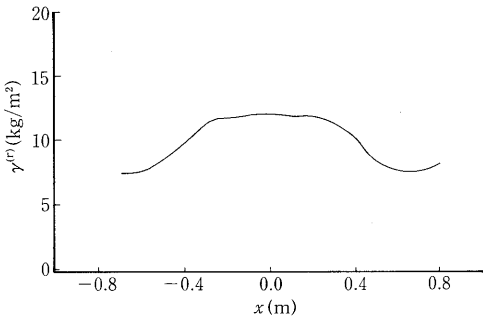
解析に用いたスノーボードは, 全長 $l=1.536\text{m}$, 全質量 $m=3.59\text{kg}$ である。また, シューズセンター C_1 から C_2 までの距離は 0.4m (すなわち, $x^{(1)}=-0.2\text{m}$, $x^{(2)}=0.2\text{m}$) である。測定の実験性, スノーボードの幅は長さに比較して短いことを考慮して, スノーボードの曲げ剛性, キャンバー高さおよび単位面積あたりの質量はスノーボードの幅方向には一定で, 長手方向にのみ変化すると仮定した。最初に, 幅 $B^{(r)}$ およびキャンバー高さ $C_a^{(r)}$ を計測した。また, 曲げ試験により曲げ剛性 $D_x^{(r)}$ を, ねじり試験によりねじり剛性 $D_{xy}^{(r)}$ を求めた。以上の値は長手方向に 10cm 間隔で非破壊的に測定した。次に, 長手方向に 10cm 間隔でスノーボードを切断し, 曲げ剛性 $D_y^{(r)}$ および単位面積当りの質量 $\gamma^{(r)}$ を測定した。さらに, ポアソン比の平均値から $D_1^{(r)}=0.35D_x^{(r)}$ と推定し, 次式より, $H^{(r)}$ を求めた。

$$H^{(r)} = D_1^{(r)} + 2D_{xy}^{(r)} \quad (18)$$

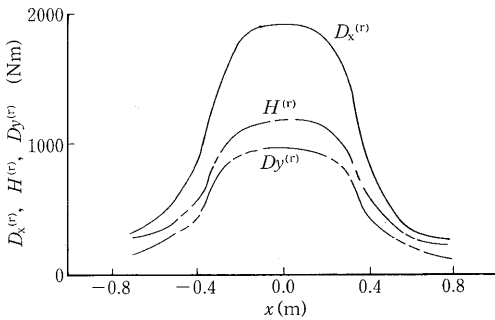
以上のようにして求めたスノーボードの形状および機械特性を図5に示す。

5. 実験装置および方法

図6に示すように, 定盤上にウレタン製マットを敷き, その上にスノーボードを置いた。曲げモーメント $M_x^{(r)}=0$ の場合のみを実験した。垂直荷重 $Q^{(r)}$ と曲げモーメント $M_y^{(r)}$ を同時に作用させる場合には, 曲げモーメント $M_y^{(1)}, M_y^{(2)}$ がシューズセンター C_1, C_2 に逆方向に作用する様に, 金具 C_1D_1, C_2D_2 を固定し, D_1, D_2 に荷重 $Q^{(r)}$ を作用させた。本実験で用いた金具の場合は, シューズセンターに作用する垂直荷重 $Q^{(r)}$ および曲げモーメント $M_y^{(r)}$ は次のようになる。

(a) 幅 $B^{(r)}$ とキャンバーの高さ $C_a^{(r)}$ 

(b) 単位面積当りの質量



(c) 曲げ剛性

図5 スノーボードの形状と機械特性

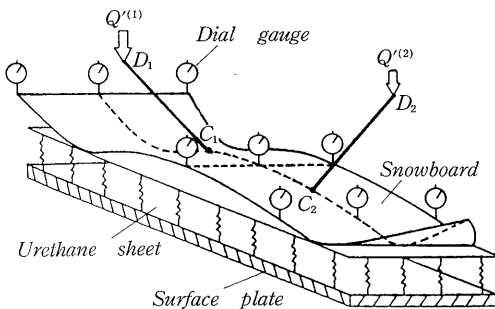


図6 実験装置の概要

$$Q^{(r)} = Q^{(r)} + 10.14 \quad (\text{N}) \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} M_y^{(1)} &= -0.07 Q^{(1)} - 0.354 \quad (\text{Nm}) \\ M_y^{(2)} &= 0.07 Q^{(2)} + 0.354 \quad (\text{Nm}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

垂直荷重のみを作用させる場合には、直接シューズセンターに荷重 $Q^{(r)}$ を作用させた。また、スノーボードの変位はダイヤルゲージにより測定した。

6. 計算結果と実験結果の比較

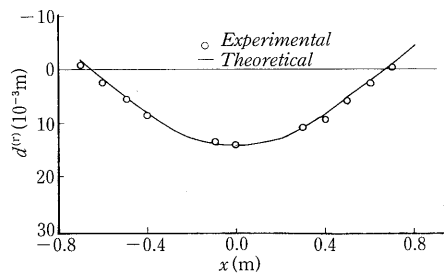
実験結果と計算結果の比較は、垂直荷重および曲げモーメントが作用している時の変位と垂直荷重および曲げモーメントのいずれもが作用していない時の変位との差（相対変位 $d^{(r)}$ ）を用いて行った。すなわち、式(19)および(20)に示す $Q^{(r)}$ と $M_y^{(r)}$ が同時に作用する時は、相対変位として次式を用いた。

$$d^{(r)} = [\Delta_w^{(r)}]_{Q^{(r)}} - [\Delta_w^{(r)}]_{Q^{(r)}=0} \quad (21)$$

また、 $Q^{(r)}$ のみが作用する時は、上式の $Q^{(r)}$ を $Q^{(r)}$ に置き換えることにする。

6.1 垂直荷重のみが作用する場合

垂直荷重 $Q^{(1)} = 475.3\text{N}$ 、 $Q^{(2)} = 482.2\text{N}$ を作用させた時のスノーボードの相対変位を図7に示す（ただし、 $y = 0$ の直線に沿っての値）。図中の実線は計算結果を、○印は実験結果を示す。計算結果と実験結果はよく一致している。

図7 中心線 $y=0$ に沿って相対変位の比較

6.2 垂直荷重および曲げモーメントが同時に作用する場合

図6に示す金具の D_1 、 D_2 点にそれぞれ荷重 $Q^{(1)} = 475.3\text{N}$ 、 $Q^{(2)} = 482.2\text{N}$ を作用させた場合の相対変位の比較を図8に示す。図(a)はエッジ ($y = -B^{(r)}/2$) に沿っての、図(b)は反対側のエッジ ($y = B^{(r)}/2$) に沿っての値

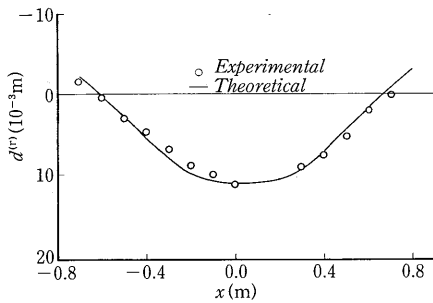
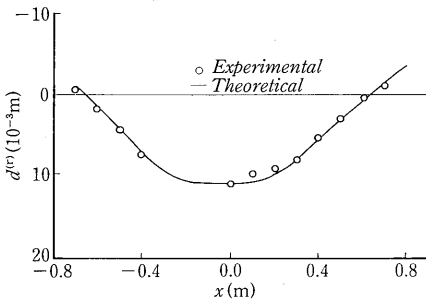
(a) エッジ $y = -B^{(r)}/2$ に沿っての値(b) エッジ $y = B^{(r)}/2$ に沿っての値

図8 相対変位の比較

である。計算結果を実線で、実験結果を○印で示す。いずれの場合も両者はよく一致している。

7. 計算例

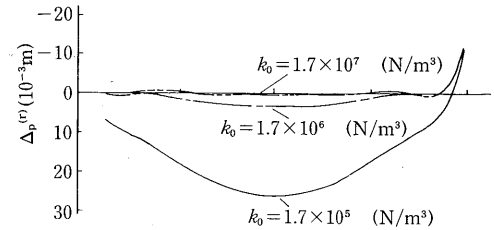
本解析法により、雪のばね係数、スノーボードのキャンバーの高さ、スノーボーダーの姿勢がスノーボードの変形状および雪面からの反力に及ぼす影響を計算した。スノーボードの形状および機械特性は図5に示す値を用いたが、雪面は線形ばねで近似した。すなわち、以下に示す値を式(7)に代入した。

$$k_1^{(r)} = k_2^{(r)} = k_0 \quad (22)$$

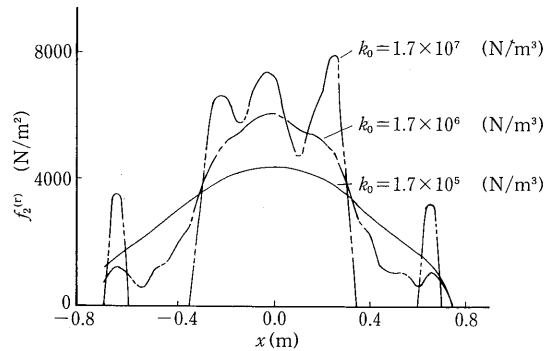
$$\phi_0 = 0 \quad (23)$$

7.1 雪のばね係数 k_0 の影響

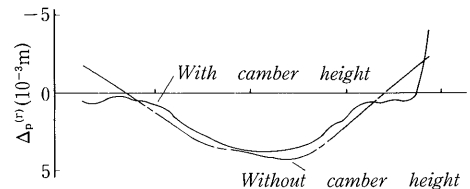
シューズセンター C_1 , C_2 に垂直荷重 $Q^{(1)} = Q^{(2)} = 490\text{N}$ のみが作用している時のスノーボードの変形状および反力分布を図9に示す。図より明らかなように、雪が柔らかい場合には滑走面全体が雪と接触しているが、



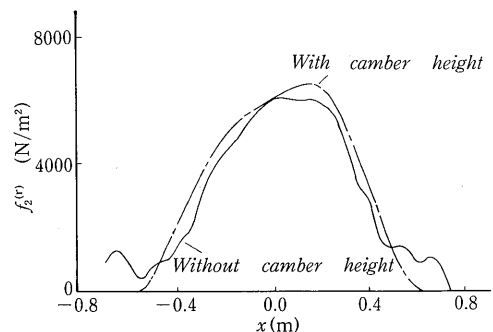
(a) スノーボードの変形状



(b) 雪面からの反力

図9 ばね係数 k_0 の影響

(a) スノーボードの変形状



(b) 雪面からの反力

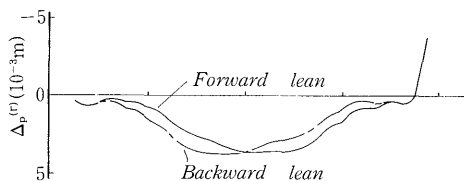
図10 キャンバー高さの影響

雪が堅くなるにつれて荷重の作用点、テール近傍、およびトップ近傍のみで接触するようになり、スノーボード

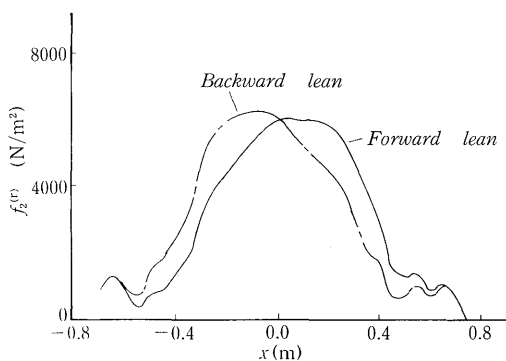
と雪面が接触しない部分が生じてくる。また、雪が堅くなるにつれてシューズセンター C_1 , C_2 付近の反力が大きくなるとともに、その作用域が狭くなる。

7.2 キャンバー高さの影響

シューズセンター C_1 , C_2 に垂直荷重 $Q^{(1)}=390\text{N}$, $Q^{(2)}=590\text{N}$ のみが作用した時のスノーボードの変形形状、反力分布を図 10 に示す (ただし, $y=0$)。雪のばね係数は $k_0=1.7\times 10^6\text{N/m}^3$ である。キャンバー高さが無い場合にはスノーボードと雪面の接触長さは短くなるとともに、中央付近の反力のみが大きくなる。一方キャンバー高さをつけることにより、接触長さは長くなるとともに、トップおよびテール近傍に比較的大きな反力を受けることになり、滑走中のスノーボードの安定性が増加すると考えられる。



(a) スノーボードの変形形状



(b) 雪面からの反力

図11 前傾および後傾姿勢の影響

7.3 スノーボーダーの姿勢の影響

シューズセンター C_1 , C_2 に作用する垂直荷重を変えることにより、前傾姿勢 ($Q^{(1)}=390\text{N}$, $Q^{(2)}=590\text{N}$) および後傾姿勢 ($Q^{(1)}=590\text{N}$, $Q^{(2)}=390\text{N}$) の影響を検討した (図 11 参照)。変形形状および反力分布は $y=0$ の直線上の値のみを示す。雪のばね係数は $k_0=1.7\times 10^6\text{N/m}^3$ の場合である。前傾姿勢では、トップ側の変形がより大きくなり、後傾姿勢ではテール側の変形がより大きくなる。しかしながら、トップ近傍、テール近傍および原点の変形はほとんど変わらない。また、最大反力の生じる位置は荷重の加え方により大きく移動するが、トップおよびテール近傍の反力は大きな影響を受けない。従って、滑走中のターンの原動力となる雪面からの水平方向分力の作用位置は変化するが、いずれの場合も安定した滑走が可能であると考えられる。これも、キャンバー高さの効果の一つであると考えられる。

8. 結論

雪面上に静止したスノーボードの静的曲げ変形の解析法を提案した。また、解析法の妥当性を検討するために、雪面の代わりにウレタン製マットを使用して実験を行った。実験結果と計算結果は良く一致した。さらに、計算例として、雪のばね係数、スノーボードのキャンバー高さ、スノーボーダーの姿勢がスノーボードの変形形状および雪面からスノーボードに作用する反力分布に及ぼす影響を明らかにした。

参考文献

- 1) 「SNOWBOARD year book」(Skier '94 別冊), 山と溪谷社, (1993), 35.
- 2) 小出・浦井, 国際スキー科学技術研究会第 25 回大会サマリー, (1992), 52.
- 3) 坂田・河田, 機講論, No.9331-1(1993), 272.
- 4) 坂田・鈴木, 中部大学工学部紀要, 28(1992), 5.
- 5) 坂田・田川, 中部大学工学部紀要, 29(1993), 7.
- 6) 坂田・田川, 日本機械学会論文集, 59-567, C(1993), 3357.
- 7) 坂田・森下, 中部大学工学部紀要, 27(1991), 19.