

鋼球の衝撃による両端固定非金属梁の動的応答

松井 賢治*

Dynamic Response of Clamped Non-metal Beams

Impulsed by a Spherical Steel Impactor

Kenji MATSUI*

(Received May 31, 1993)

The dynamic response of metal beams subjected to a lateral impact has been reported in some papers. The author and co-workers proposed a numerical approach for estimating the transient vibration of the beam and the contact force between beam and impactor. Furthermore, they showed that the numerical results estimated by the proposed approach agree very well with the experimental ones. In the study, the impact between phosphor bronze beam and steel ball was discussed and it followed that the effects of the damping on the transient vibration of the beam and the contact force between beam and ball seem to be negligible since the damping ratios of both materials are very small.

The present paper discusses whether the proposed numerical approach can be applied to the impact problem of non-metal beam, of which damping ratio is more large than metal beam.

The dynamic responses of bakelite beam and polyvinyl chloride beam have been analyzed by using the proposed numerical approach. Numerical results are compared with experimental ones.

1. 緒 言

鋼球と梁の衝撃に関する研究では、衝突時の接触機構として静荷重時におけるヘルツの接触理論の適用が可能

であることが報告されている^(1,2,3)。この理論を適用して鋼球と片持梁、両端支持梁、あるいは両端固定梁の衝撃問題が解析されている^(4,5,6)。両端固定梁の衝撃問題の解析では、1)接触力に起因する非線形性と2)衝突によって

*機械工学科(Department of Mechanical Engineering)

生ずるたわみに起因する軸力の影響を考慮することが必要である。

鋼球と両端固定梁の衝撃問題については、上記1)と2)の条件を考慮に入れた解析法が提案されている⁽⁷⁾。

筆者らは、鋼球と焼青銅製の両端固定梁との衝撃実験を行ない、得られた実験結果と数値計算結果を比較検討した結果、文献(7)で提案された解析法は鋼球と焼青銅梁との衝撃問題に関して十分実用に耐え得る有益なものであることを確認した^{(8),(9)}。

しかしながら、提案された数値計算法では梁および球の減衰は考慮されていない。本研究では、提案された数値計算法がどの程度の減衰を有する梁まで適用可能かを確かめることを試みる。金属梁よりも減衰の大きい非金属梁の例として、ペークライト梁および塩化ビニール梁に鋼球が衝突したときの衝撃問題を解析し、数値計算結果と実験結果とを比較検討する。

2. 数値解析モデルおよび解析法の概要

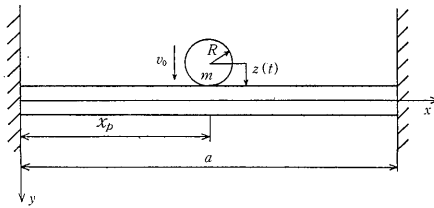


図1 座標系

図1に示す両端を固定した長さ a の梁に、質量 m の鋼球が初速度 V_0 で衝突する場合を想定する。梁の長さ方向に x 軸をとり、梁のたわみを y 、鋼球の変位を z 、衝突位置を x_p とする。両端固定梁に鋼球が衝突する場合の梁の基礎式は、式(1)により与えられる。

$$L[y] + \rho A \ddot{y} = p \delta(x - x_p) \quad (1)$$

ここで、 $L[\]$ は梁の静的曲げ問題の微分演算子であり、式(2)で表される。

$$L[\] = EI_z \frac{\partial^4 [\]}{\partial x^4} - N_x \frac{\partial^2 [\]}{\partial x^2} \quad (2)$$

ただし、

- A : 梁の断面積
- E : 梁材の弾性係数
- ρ : 梁材の密度
- I_z : 梁材の断面二次モーメント
- $N_x(t)$: 梁に生じる軸力
- $p(t)$: 鋼球と梁の間の接触力
- $\delta(\)$: Diracのデルタ関数
- t : 時間変数

また、 $\delta_p(t)$ は梁と球との相対変位である。さらに、梁のたわみによって生ずる軸力 N_x は式(3)により求められる。

$$N_x = 0.5EA \int_0^a \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3)$$

一方、鋼球の運動方程式は(4)によって与えられる。

$$m\ddot{z} = -p \quad (4)$$

ただし、 z は鋼球の変位である。鋼球と梁との接触機構としてヘルツの接触理論を用いれば、衝突時の接触力は式(5)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p &= n(\delta_p)^{1.5} \quad (\delta_p > 0) \\ &= 0 \quad (\delta_p \leq 0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし、

$$n = \frac{4\sqrt{R}}{3 \left[\frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_R^2}{E_R} \right]} \quad (6)$$

- E_R : 鋼球の弾性係数
- R : 鋼球の半径
- ν : 梁材のポアソン比
- ν_R : 鋼球のポアソン比

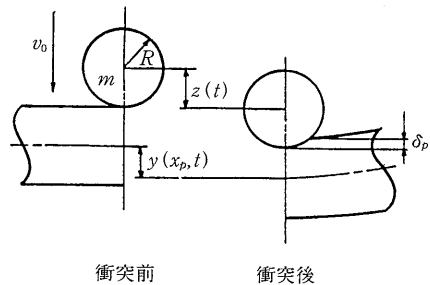


図2 鋼球と梁の相対変位

図2において、左側は静止している梁に質量 m 、半径 R の鋼球が初速度 V_0 で接触した瞬間を示すもので、右はその後の様子を示すものである。接触面の弾性変形を含めた鋼球の変位を z 、梁のたわみを y で表せば、鋼球と梁との相対変位 $\delta_p(t)$ は式(7)により求められる。

$$\delta_p(t) = z(t) - y(x_p, t) \quad (7)$$

さらに、初期条件は式(8)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y(x_1, 0) &= \dot{y}(x_1, 0) = \ddot{y}(x_1, 0) = 0 \\ z(0) &= 0, \quad \dot{z}(0) = v_0, \quad \ddot{z}(0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 V_0 は衝突時の鋼球の初速度である。数値計算法は文献(7)に詳述されているので、ここでは詳細は省略する。

3. 実験装置および試験片形状

3. 1 実験装置

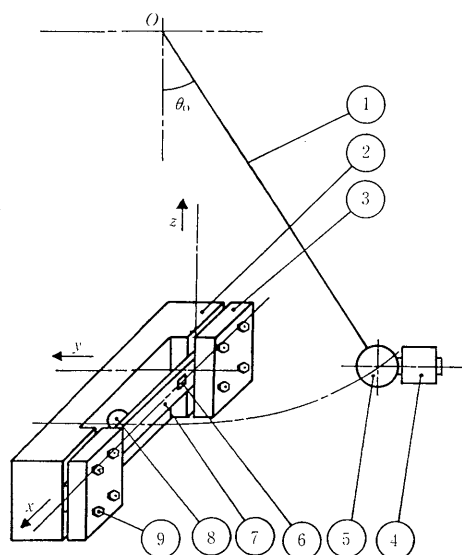


図3 実験装置

実験装置は文献(6)に紹介されている装置とほとんど同様である(図3参照)。質量の十分大きい定盤に試験片固定具②を固定し、締め付けボルト⑨により試験片押え板③を介して試験片⑦を試験片固定具に固定した。試験片の両面には固定端から0.005mの位置にモーメントおよび軸力検出用の歪ゲージ⑥を接着した。また、長さ1mの銅細線①の一端を支点Oに固定し、他端には鋼球⑤を固定した。電磁石④により一定位置に保持された鋼球⑤は、磁力を解除することにより弧を描いて落下し、試験片の中央に衝突する。静止時の銅細線と鉛直線とのなす角度 θ_0 より、鋼球の衝撃速度 V_0 を算出した。試験片中央のたわみは試験片固定具に取り付けた非接触変位計⑧により測定した。

3. 2 試験片

試験片は布ベークライト、紙ベークライト、および塩化ビニール板より所定の寸法に切りだした。振動部分の寸法は次の通りである。板厚は $h=0.002\text{m}$, 0.003m , 0.005m の3種類、幅は $b=0.0279\text{m}$, および長さは $a=0.28\text{m}$ である。また、密度、弾性係数、ポアソン比の値はそれぞれ実測値を用いた。これらの値には板材の製造過程で不可避であろうと考えられるバラツキと素材の切断方向によると考えられる方向性が認められた。鋼球の半径は $R=0.0127\text{m}$, 弾性係数は $E_R=2.058 \times 10^5 \text{MPa}$,

密度は $\rho=7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, およびポアソン比は $\nu=1/3$ である。

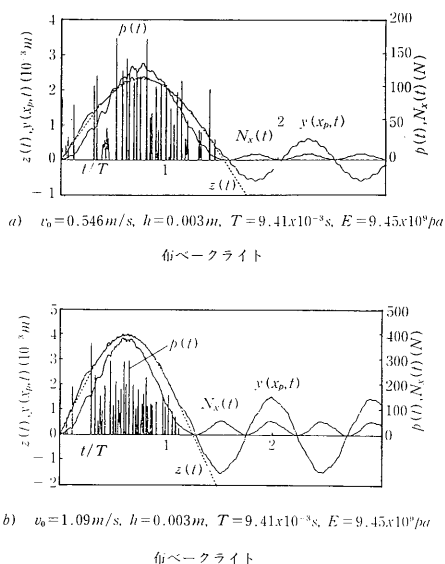


図4 梁の過渡振動および鋼球の変位

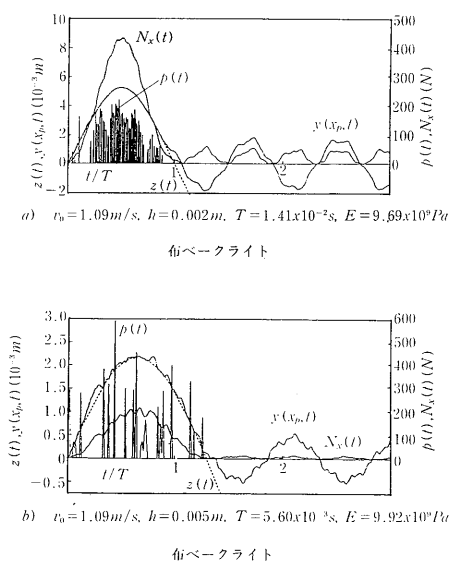


図5 梁の過渡振動および鋼球の変位

4. 計算例

数値計算結果の収束性に及ぼす梁の分割数 I および時間刻み Δt の影響を検討した結果、本研究では $I=20$ 、 $\Delta t=T/1000$ とした。ただし、 T は軸力を考慮しない梁の基本周期である。なお、ウィルソンの θ 法では $\theta=1.4$ とした。

図4は厚さ $h=0.003\text{m}$ の布ペークライト梁と鋼球の衝突に及ぼす鋼球の初速度の影響を示す。図中、時間軸に対して垂直な実線は衝撃力 $p(t)$ 、破線は球の変位 $z(t)$ 、実線は軸力 $N_x(t)$ 、一点鎖線は梁の衝撃点におけるたわみ $y(x_p, t)$ を表わす。図より、鋼球の初速度が速くなれば、1)衝撃力が増加するので、2)たわみが大きくなり、その結果3)軸力が増加し、そのため4)梁の振動周期は短くなることが明らかである。

図5は布ペークライト梁と鋼球の衝突に及ぼす梁の厚さの影響を示す。図5より、梁が薄くなれば、1)梁のたわみが大きくなり、2)衝突回数が増え、3)衝撃力が減少し、4)軸力が増加することが明らかである。これは、梁が薄くなれば梁の曲げ剛性が小さくなるので、同じ運動エネルギーを受けるには大きいたわむ必要があり軸力の影響を受けやすくなるためであろう。

紙ペークライト梁および塩化ビニール梁についても同様な結果を得たが、ここでは省略する。

また、衝撃力と軸力の大きさを比較すると、文献(8)に示した燐青銅梁の計算結果とは逆に、本計算例の方が軸力が大きくなっている。これは、同じ板厚の梁では燐青銅に比べて布ペークライトは曲げ剛性が約 $1/10$ 、密度も約 $1/6.5$ と小さいので、衝突エネルギーを変形量すなわちたわみ量で受けるため、衝撃力は小さくなり軸力が大きくなるものと解される。

5. 実験結果と解析結果の比較

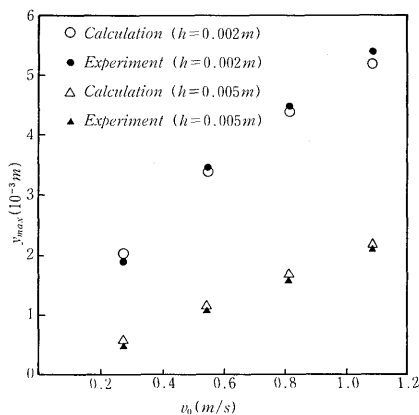


図6-a 最大たわみ量の比較

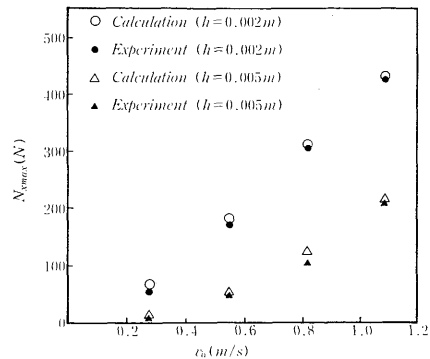


図6-b 最大軸力の比較

図6は布ペークライト梁の計算結果と実験結果の比較を示す。図6-aは最大たわみ量の比較を、図6-bは最大軸力の比較である。梁の厚さ $h=0.002\text{m}$ および 0.005m の何れの場合も計算結果と実験結果はよく一致している。

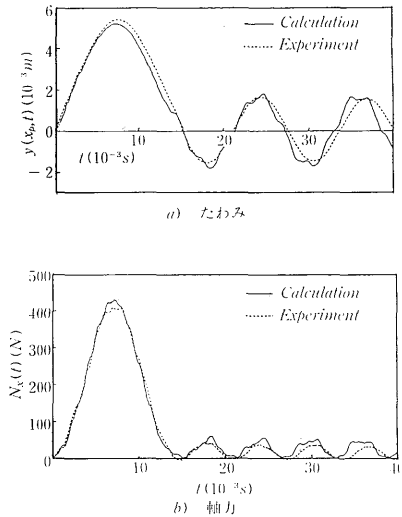
次に、梁の衝撃点のたわみおよび軸力の時間変動の計算結果と実験結果の比較を図7～9に示す。図7は布ペークライト梁の場合を、図8は紙ペークライト梁の場合を、図9は塩化ビニール梁の場合をそれぞれ示す。何れの場合も、計算結果と実験結果とは良く一致しているが、詳細に比較すれば、図7および図8に比較して、図9の場合には高次振動に差異が現れている。この差異は梁の材料の減衰性に起因すると考えられる。前報⁽⁹⁾で用いた燐青銅の減衰比の概略値は 1.7×10^{-3} であり、実験結果と計算結果は良く一致した。

一方、布ペークライト梁と紙ペークライト梁の減衰比の概略値は 1.0×10^{-2} 、塩化ビニール梁の減衰比の実測値は 1.1×10^{-2} であり、図7～9の結果とよく対応している。

6. 結論

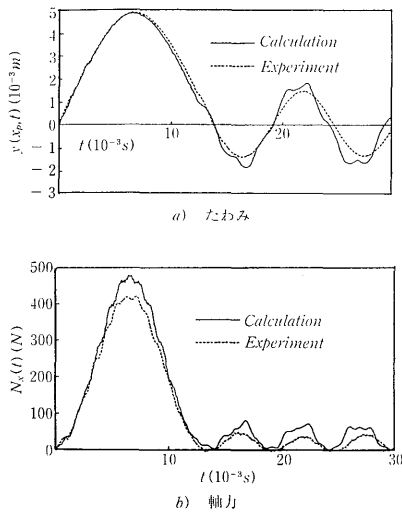
文献(9)で提案した両端固定梁に球が衝突した場合の動的挙動を解析するための数値計算法を非金属材料に適用した。非金属材料としては、布ペークライト、紙ペークライトおよび塩化ビニールを用いた。両端固定梁に鋼球が衝突した場合の数値計算結果と衝撃実験結果とを比較した結果、計算値と実験値は比較的良好一致を示した。

一方、本研究で検討した非金属材料の減衰比は文献(9)で用いた燐青銅の減衰比よりも大きいため、文献(9)の場合に比較して、実験結果と計算結果の差異は高次振動の部分に多少現れた。しかしながら、本研究で用いた計算法は減衰比 $\eta=1.0 \times 10^{-2}$ 程度の非金属材料に対しても適用が可能であることが明らかになった。



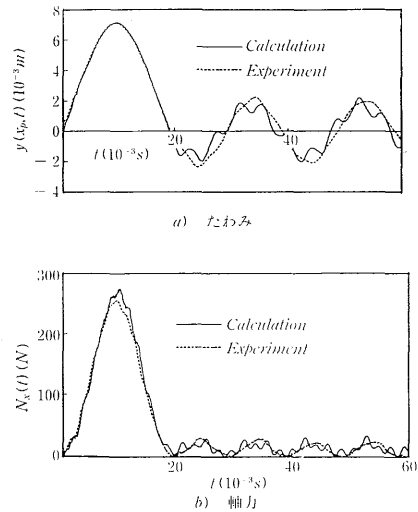
$$v_0 = 1.09 m/s, h = 0.002 m, T = 1.41 \times 10^{-2} s, E = 9.69 \times 10^9 Pa$$

図7 過渡現象の比較(布ベークライト)



$$v_0 = 1.09 m/s, h = 0.002 m, T = 1.27 \times 10^{-2} s, E = 1.23 \times 10^{10} Pa$$

図8 過渡現象の比較(紙ベークライト)



$$v_0 = 1.09 m/s, h = 0.002 m, T = 2.48 \times 10^{-2} s, E = 3.26 \times 10^9 Pa$$

図9 過渡現象の比較(塩化ビニール)

7. 謝辞

本研究を進めるに当り、常時親切にご指導戴いた本学工学部機械工学科坂田敏行教授に感謝すると共に数値計算と実験に関してご協力戴いた本学工学研究科機械工学専攻大学院生吉田隆明君に謝意を表する。

参考文献

- (1) Doyle, J.F., Experimental Mechanics, **24**-3(1984), 10.
- (2) Doyle, J.F., Experimental Mechanics, **24**-12(1984), 265.
- (3) Doyle, J.F., Experimental Mechanics, **27**-3(1987), 68.
- (4) 松本・ほか3名, 機論, **52**-477, A(昭61), 1423.
- (5) Sakata, T., Proc.of Asia Vib.Conf.89(1989), 209.
- (6) 佐藤, 機論, **51**-468, C(昭60), 1937.
- (7) Sakata, T., Proc.of Asia-Pacific Vib.Conf.91(1991), 4.13.
- (8) 松井・坂田・中部大学工学部紀要, **26**(平2), 37.
- (9) 松井・坂田, 機論, **59**-565, C(平5), 2675.