

スキー板に作用する雪面からの反力

坂田 敏行*, 鈴木 博貴**

Reacting Force Acting on Ski from Snow Surface

Toshiyuki SAKATA* and Hirotaka SUZUKI**

(Received May 30, 1992)

Skiing is related closely to a reacting force acting on a ski from a snow surface. Although many studies have been reported on the skiing mechanism, one can find few reports discussing skiing by considering the reacting force. The reacting force is determined by the relative deformation between ski and snow surface. Then, it is impossible to make clear the effects of mechanical properties and shape of ski and snow on the skiing without considerations for the reacting force.

As a first step to study the reacting force acting on the ski from the snow surface, in the present paper, the reacting force due to a bending deformation is discussed when a lateral load acts statically on the shoe center of the ski. From the numerical results, effects of spring coefficient of snow, lateral load, camber height of the ski, and the flexural rigidity of the ski on the reacting force are made clear.

1. 緒言

スキー滑走に関する研究は長年にわたって勢力的に続けられており、スキー滑走の力学的解析は様々なモデルを用いて行われている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。しかしながら、スキー板の機械特性および雪の力学的特性をも考慮したスキー滑走の力学的解析はほとんど行われていないのが現状である⁽⁴⁾。また、スキー関係者がスキーの滑走を論じるときによく用いる用語に「面圧分布」がある。この言葉はスキー滑走中に雪面からスキー板に作用する反力の分布状態と密接な関係があり、スキー滑走を論じる場合には反力の分布状態を明らかにしておく必要があると考えられるが、反力に関する研究もほとんど報告されていない。

本研究では、雪面からスキー板に作用する反力に関する研究の第一歩として、シューズセンターに垂直荷重が作用することにより生じる、曲げ変形時の反力分布について考察する。雪面からスキー板に作用する反力はスキー板と雪面との相対的変形に大きく依存する。また、スキー板および雪の変形はそれぞれの機械特性および形状により影響される。これらのことを考慮して、雪面からスキー板に作用する反力に及ぼす、1) 雪のばね特性、2) 垂直荷重、3) キャンバー高さ、および4) スキー板の曲げ剛性の影響について検討する。

2. 数値解析モデル

図1に示す様に、水平な雪面上に置いたスキー板の長手方向に x 座標をとり、シューズセンターを通り x 軸に垂

*機械工学科 (Department of Mechanical Engineering)

**株式会社ダイフク (Daifuku Co., Ltd)

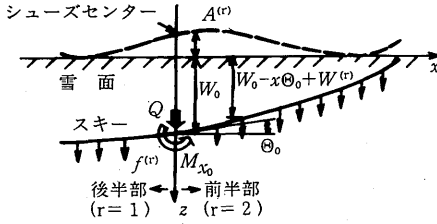


図1 スキー板の曲げ変形状態と作用荷重

直下向きに z 軸をとる。シューズセンターでスキー板を二分し、スキー板の後半部および前半部をそれぞれ上付文字"1"および"2"で表す。スキー板の全長を l 、テールおよびティップの座標をそれぞれ $l^{(1)}$ 、 $l^{(2)}$ とする。スキー板のシューズセンターには金具を通じて垂直荷重 Q および曲げモーメント M_{x0} が作用するとともに、スキー板全体には重力と雪面からの反力の和である分布荷重 $f^{(r)}$ が作用していると考え。荷重およびモーメントによるシューズセンターの垂直方向の移動量を W_0 、スキー板の回転角を Θ_0 、およびスキー板の曲げによるたわみを $W^{(r)}$ で表す。スキー板はキャンバー高さのため破線のようにわずかに曲っているが、曲げ変形の解析では真直として扱う。垂直荷重、重力および雪面からの反力が作用していない時、雪面上(x 軸上)に静止しているスキー板は、荷重およびモーメントの作用により、太い実線のように変形すると仮定する。このように仮定すれば、スキー板の垂直方向の移動量 $\Delta_w^{(r)}$ 、スキー板の変形形状 $\Delta_p^{(r)}$ 、および雪面の変形量 $\Delta_s^{(r)}$ はそれぞれ次のように表される。

$$\Delta_w^{(r)} = W_0 - x\Theta_0 + W^{(r)} \quad (1)$$

$$\Delta_p^{(r)} = \Delta_w^{(r)} - A^{(r)} \quad (2)$$

$$\Delta_s^{(r)} = \Delta_p^{(r)} \quad \left. \begin{array}{l} (\Delta_p^{(r)} > 0) \\ = 0 \quad (\Delta_p^{(r)} \leq 0) \end{array} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $A^{(r)}$ はスキー板のキャンバー高さである。

2. 1 スキー板の静的曲げ問題の基礎式

スキー板は厳密には真直梁ではないが、曲げ変形の計算では真直梁として解析を行う。スキー板の曲げ変形の基礎式は次式で表される。

$$L^{(r)}(W^{(r)}) = f^{(r)} \quad (r=1, 2) \quad (4)$$

ここで、 $L^{(r)}(\)$ は不均質梁の静的曲げ問題の微分演算子であり、次式で与えられる。

$$L^{(r)}(\) = \frac{d^2}{dx^2} \left[EI^{(r)} \frac{d^2}{dx^2} (\) \right]$$

ただし、 $EI^{(r)}$ はスキー板の曲げ剛性である。

また、 $f^{(r)}$ はスキー板に作用する重力と雪面からスキー板に作用する反力との和である。すなわち、

$$f^{(r)} = f_y^{(r)} - f_z^{(r)} \quad (5)$$

$$f_y^{(r)} = \gamma^{(r)} g \quad (\text{重力}) \quad (6)$$

$$f_z^{(r)} = k^{(r)} \Delta_s^{(r)} \quad (\text{雪面からの反力}) \quad (7)$$

ただし、 g 、 $\gamma^{(r)}$ および $k^{(r)}$ はそれぞれ重力加速度、スキー板の線密度および雪のばね係数である。雪のばね係数は非常に重要であるが、ここでは単純に次のように仮定した。

$$\left. \begin{array}{l} k^{(r)} = k_0 \quad (\Delta_s^{(r)} > 0) \\ = 0 \quad (\Delta_s^{(r)} = 0) \end{array} \right\} \quad (8)$$

2. 2 境界条件

スキー板の境界条件は、シューズセンター($x=0$)では固定、ティップあるいはテール($x=l^{(r)}$)では自由であり、次式で表される。

$$W^{(r)} = \frac{dW^{(r)}}{dx} = 0 \quad (x=0) \quad (9)$$

$$\left. \begin{array}{l} EI^{(r)} \frac{d^2 w^{(r)}}{dx^2} = 0 \\ \frac{d}{dx} \left[EI^{(r)} \frac{d^2 W^{(r)}}{dx^2} \right] = 0 \end{array} \right\} \quad (x=l^{(r)}) \quad (10)$$

2. 3 平衡条件式

スキー板を原点で二分して計算しているので、スキー板に作用する垂直力の平衡条件、式(11)、およびモーメントの平衡条件、式(12)、を満足する必要がある。

$$\sum_{r=1}^2 \int f^{(r)} dx + Q = 0 \quad (11)$$

$$\sum_{r=1}^2 \int f^{(r)} x dx - M_{x0} = 0 \quad (12)$$

3. 数値計算法

スキー板の静的曲げ問題のグリーン関数 $G^{(r)}(x, \xi)$ はスキー板の境界条件、式(9)および(10)、および微分方程式(13)を満足する。

$$L^{(r)}(G^{(r)}(x, \xi)) = \delta(x - \xi), \quad (r=1, 2) \quad (13)$$

式(4)および(13)より、曲げのたわみ $W^{(r)}$ は

$$W^{(r)}(x) = \int f^{(r)}(\xi) G^{(r)}(x, \xi) d\xi \quad (r=1, 2) \quad (14)$$

ただし、積分はそれぞれ領域"1"あるいは"2"で行う。式(5)を式(14)に代入した後、積分領域を I 個の微小領域に分割し、その領域内では被積分関数が一定との仮定のもとで積分を行う(文献5参照)と、微小領域の代表点($x=x_i$)における離散化たわみ $W^{(r)}(x_i)$ に関する連立一次方程式が次のように求められる。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^I [\delta_{ij} + k^{(r)}(x_j) G^{(r)}(x_i, x_j) \Delta x_j] W^{(r)}(x_j) \\ = C_1 + C_2 W_0 + C_3 \Theta_0 \\ i = 1, 2, \dots, I \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、 $C_1 \sim C_3$ は定数、 Δx_j は微小領域の長さ、および δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。連立一次方程式(15)を解くことにより、離散化たわみ $W^{(r)}(x_i)$ は次式のように求められる。

$$\begin{aligned} W^{(r)}(x_i) = T^{(r)}(x_i) + P_1^{(r)}(x_i) W_0 \\ + P_2^{(r)}(x_i) \Theta_0 \end{aligned} \quad (16)$$

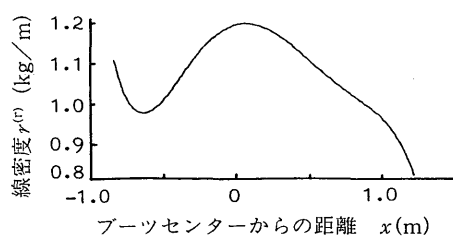
ただし、 $T^{(r)}(x_i)$ 、 $P_1^{(r)}(x_i)$ 、および $P_2^{(r)}(x_i)$ は座標 x_i により決る定数である。平衡条件、式(11)および(12)に式(16)を代入すれば、 W_0 および Θ_0 に関する連立一次方程式が次のように求められる。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_0 \\ \Theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{13} \\ A_{23} \end{bmatrix} \quad (17)$$

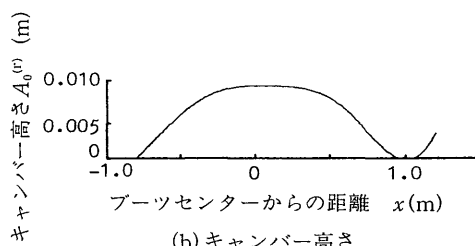
ただし、 $A_{11} \sim A_{23}$ は定数である。連立一次方程式(17)より求められた W_0 および Θ_0 を式(16)に代入することにより、離散化されたスキー板のたわみ $W^{(r)}(x_i)$ が求められる。式(8)で定義したように、雪面が変形している場合($\Delta_s^{(r)} > 0$)には雪のばね係数 $k^{(r)}$ は一定値 k_0 となるが、変形していない場合($\Delta_s^{(r)} = 0$)にはばね係数は零となる。しかしながら、変形しているか否かは不明であるため、最初は全ての離散点で変形していると仮定して計算を行い、計算結果からばね係数を補正し、仮定した雪面の変形状態と補正後の変形状態が一致するまで反復計算を行った。

4. 計算結果および考察

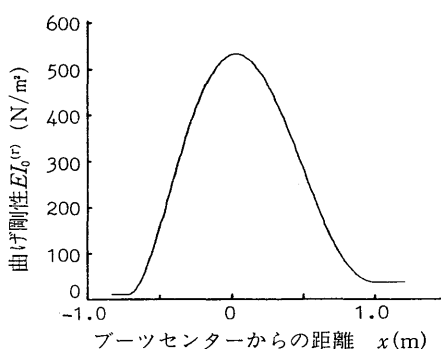
計算に用いたスキー板の全長は $l=1.98\text{m}$ 、全質量は $m=1.44\text{kg}$ である。スキー板の綿密度分布 $\gamma^{(r)}$ 、キャンバー高さ $A_0^{(r)}$ 、および曲げ剛性 $EI_0^{(r)}$ の実測値を図2に示す⁽⁵⁾。数値計算では曲げ剛性は実測値の0.5、1および



(a) 線密度



(b) キャンバー高さ



(c) 曲げ剛性

図2 スキー板の特性値の実測値

2倍の場合を計算した。キャンバー高さは実測値の0、1および1.5倍の場合を計算した。垂直荷重は、基本荷重 $Q_0=395\text{N}$ (スキーヤーの体重の約半分)の1、2および5倍の場合を計算した。雪のばね係数としては $k_0=1 \times 10^5\text{N/m}^2$ (柔らかい雪)、 $1 \times 10^6\text{N/m}^2$ (普通の雪)および $1 \times 10^7\text{N/m}^2$ (固い雪)の場合を計算した。また、スキー板に作用する曲げモーメントは $M_{x0}=0$ と仮定した。

4.1 雪のばね係数 k_0 の影響

スキー板に荷重 $Q=Q_0$ が作用したときのスキー板の変形形状 $\Delta_p^{(r)}$ および雪面からの反力 $f_s^{(r)}$ をそれぞれ図3(a)および(b)に示す。曲げ剛性およびキャンバー高さは図2に示す実測値を用いた($EI^{(r)}=EI_0^{(r)}$ 、 $A^{(r)}=$

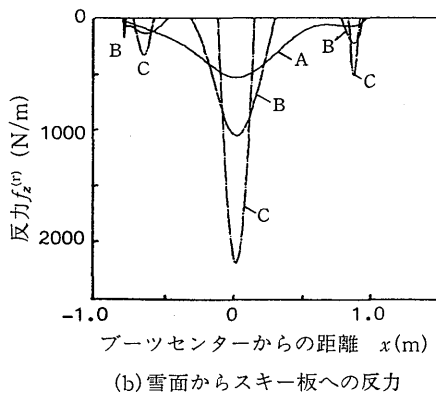
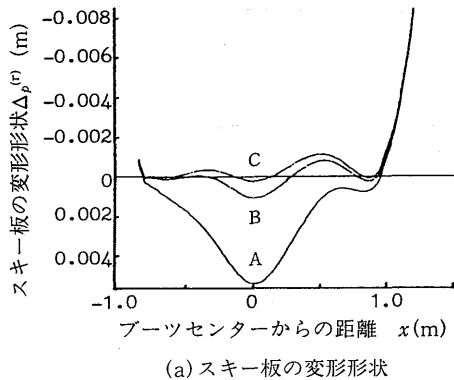


図3 雪のばね係数の影響

A: $k_0 = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, B: $k_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$,
 C: $k_0 = 1 \times 10^7 \text{ N/m}^2$, $EI^{(r)} = EI_0^{(r)}$,
 $Q = Q_0$ (ただし, $Q_0 = 392 \text{ N}$), $A^{(r)} = A_0^{(r)}$.

$A_0^{(r)}$ 。雪のばね係数は $k_0 = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ (柔らかい雪, 図中の記号A), $1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ (普通の雪, 図中の記号B), および $1 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ (固い雪, 図中の記号C) の場合を計算した。柔らかい雪 (記号A) の場合にはスキー板の滑走面全体が雪と接触しているが, 雪質が固くなるにつれてテール, シューズセンターおよびティップそれぞれの近傍のみで接触するようになる。シューズセンター近傍の反力は雪のばね係数が大きくなるにつれてその作用域は狭くなるとともに, その値は急速に大きくなっている。

4.2 垂直荷重 Q の影響

スキー板に垂直荷重 Q が作用したときのスキー板の変形形状 $\Delta_p^{(r)}$ および雪面からの反力 $f_z^{(r)}$ をそれぞれ図4(a)および(b)に示す。キャンバー高さおよび曲げ剛性は図2に示す実測値を用い, 雪のばね係数としては $k_0 =$

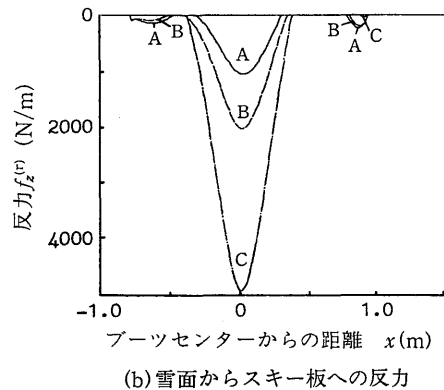
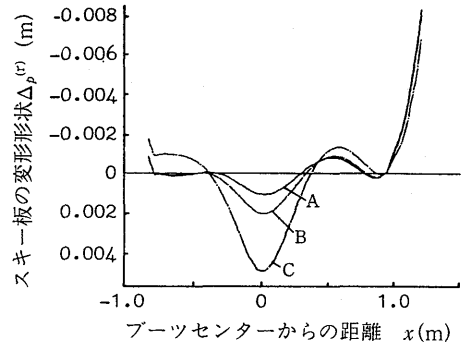


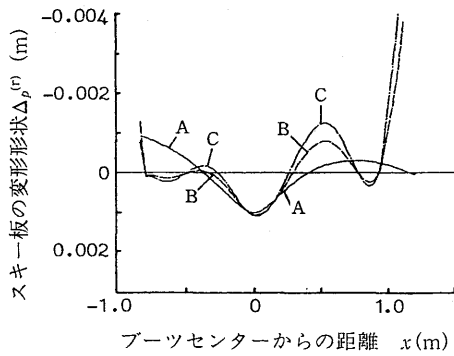
図4 作用荷重の影響

A: $Q = Q_0$, B: $Q = 2 Q_0$,
 C: $Q = 5 Q_0$ (ただし, $Q_0 = 392 \text{ N}$),
 $k_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$,
 $EI^{(r)} = EI_0^{(r)}$, $A^{(r)} = A_0^{(r)}$.

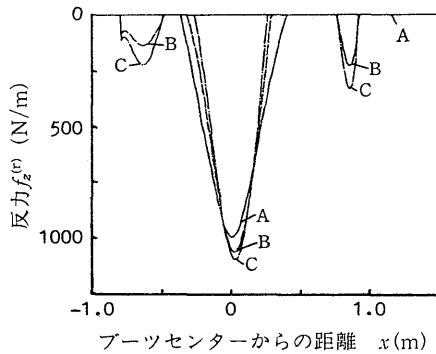
$1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ (普通の雪) を用いた。荷重の大きさは $Q = Q_0$ (図中の記号A), $2 Q_0$ (図中の記号B), および $5 Q_0$ (図中の記号C) とした (ただし, $Q_0 = 392 \text{ N}$)。垂直荷重 Q が大きくなるにつれてシューズセンター近傍の反力は作用域および大きさともに大きくなっている。逆に, ティップおよびテール近傍の反力はわずかながら減少し, 極端な場合にはシューズセンター近傍のみで雪面に接している状態もあり得ることが明らかになった。

4.3 キャンバー高さ $A^{(r)}$ の影響

垂直荷重 $Q = Q_0$ が作用したときのスキー板の変形形状 $\Delta_p^{(r)}$ および雪面からの反力 $f_z^{(r)}$ に及ぼすキャンバー高さの影響をそれぞれ図5(a), (b)に示す。キャンバー高さ $A^{(r)}$ は図2(b)に示す実測値 $A_0^{(r)}$ の0倍 (図中の記号A), 1倍 (図中の記号B), および1.5倍 (図中の記号C) の場合を計算した。曲げ剛性は図2(c)に示す実測値とし, 雪のばね係数は $k_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ (普通の雪) とし



(a) スキー板の変形形状



(b) 雪面からスキー板への反力

図5 キャンバー高さの影響

A : $A^{(r)} = 0$, B : $A^{(r)} = A_0^{(r)}$,
 C : $A^{(r)} = 1.5A_0^{(r)}$, $Q = Q_0$ (ただし, $Q_0 = 392\text{N}$)
 $EI^{(r)} = EI_0^{(r)}$, $k_0 = 1 \times 10^6 \text{N/m}^2$

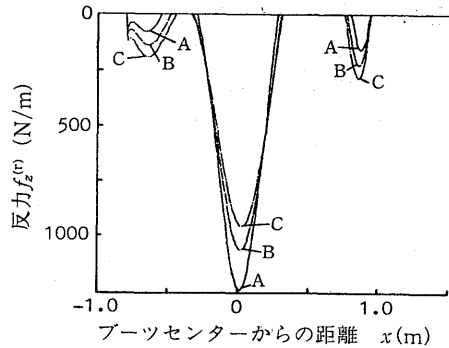
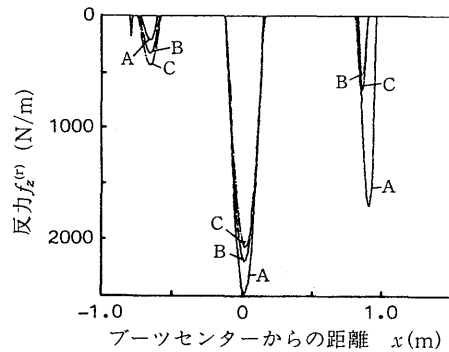
(a) $k_0 = 1 \times 10^6 \text{N/m}^2$ (b) $k_0 = 1 \times 10^7 \text{N/m}^2$

図6 曲げ剛性の影響

A : $EI^{(r)} = 0.5EI_0^{(r)}$, B : $EI^{(r)} = EI_0^{(r)}$,
 C : $EI^{(r)} = 1.5EI_0^{(r)}$, $A^{(r)} = A_0^{(r)}$
 $Q = Q_0$ (ただし, $Q_0 = 392\text{N}$)

た。図5 (b)より明らかなように、キャンバー高さが零の場合にはシューズセンターの近傍でのみ反力が作用しており、スキー滑走時にはスキー板が前後に不安定になるであろうことが推定される。キャンバー高さが大きくなるにつれて、シューズセンター近傍の反力の作用域が狭くなるとともに、反力の一部はテールおよびティップに移動し、スキー板は安定するものと考えられる。また、キャンバー高さ $A^{(r)}$ が実測値 $A_0^{(r)}$ の0.5~1.5倍の間では反力の分布状態はほとんど変化しないことも数値計算結果から明らかとなっている。すなわち、キャンバー高さは是非とも必要であるが、その値は適当な範囲内にあれば良いことが推定される。

4.4 曲げ剛性 $EI^{(r)}$ の影響

雪面からの反力 $f_z^{(r)}$ に及ぼす曲げ剛性の影響を図6 (a), (b)に示す。スキー板の曲げ剛性 $EI^{(r)}$ は図2 (c)に示す実測値 $EI_0^{(r)}$ の0.5倍 (図中の記号A), 1.0倍 (図中の記号B) および1.5倍 (図中の記号C) とした。キャンバー高さは図2 (b)に示す実測値とし、垂直荷重は $Q =$

Q_0 を用いた。また、雪のばね係数は $k_0 = 1 \times 10^6 \text{N/m}^2$ (普通の雪), $1 \times 10^7 \text{N/m}^2$ (固い雪) とした。図 (a)では曲げ剛性が大きくなれば、シューズセンター近傍の反力が減少し、ティップおよびテール近傍の反力が増加している。しかしながら、図 (b)の場合にはティップ近傍の反力は図 (a)の場合とは異なった増減をしている。図 (a) および (b)を総合して考えると、スキー板の曲げ剛性の設計では、図中の記号Bのように、雪のばね係数が変化しても反力のバランスが保たれるようにばね剛性分布が設計されていると考えられる。

5. 結 論

スキー板に垂直荷重が作用したときの静的曲げ変形にもなっている生じる、雪面からスキー板への反力を計算した。数値計算結果はほぼ妥当であると考えられる。本研究では省略したが、スキー板に作用する垂直荷重および曲げモーメントが時間とともに変化する場合には、スキー板の変形および変位による慣性項を追加することにより、計算が可能である⁽⁶⁾。本研究で得られた静的曲げ間

題の計算結果はそれ自体が有用であるのみならず、動的曲げ変形計算の初期値としても重要である。

なお、本論文は平成3年11月7、8日に開催された日本スキー工業組合主催の「国際スキー科学技術研究会第24回大会」での講演内容に加筆訂正を行ったものである。

参 考 文 献

- 1) 木下他, スキー科学研究会会報, 第11号 (スキー科学会議特集), (1991)。
- 2) 松久他, スキーヤの前後運動によるターンのメカニズムについて, 機講論, No.910-67, (1991), 135。
- 3) 坂田・稲葉, スキーの回転に関する考察, 機講論, No.923-1, (1992), 194。
- 4) A.A.Renshaw and C.D.Mote Jr., A Model for the Turning Snow Ski, Int. J. Mech. Sci., Vol.31, No.10, (1989), 721。
- 5) 坂田・森下, スキー板の機械特性に関する考察, 中部大学工学部紀要, 27, (1991), 19。
- 6) 坂田・鈴木, スキー滑走に関係する力およびモーメントに関する考察, 機講論, No.910-67, (1991), 121。