

トカマックにおけるLモードからHモードへの転換モデル

長 尾 重 夫*

The Model of L- to H- Mode Transition in a Tokamak

Shigeo NAGAO*

(Received May 31, 1990)

It is shown that the main feature of L- to H- mode transition can be explained by the term of long time penetration of the vertical field increment into the plasma column, which follows the additional plasma heating. The recovery of magnetic surface may often be helped by the heat output of sawtooth pulse.

1. 緒 言

トカマックのHモードとは、1982年マックスプランクプラズマ研究所で始めて発見された現象で、¹⁾第1図に示されているように、中性粒子ビーム加熱した後プラ

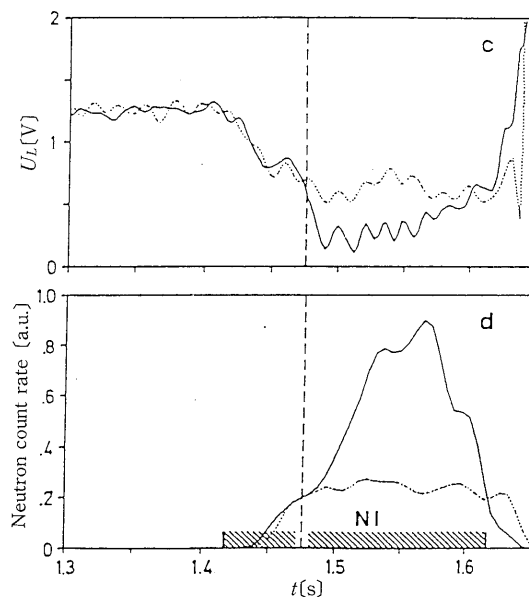
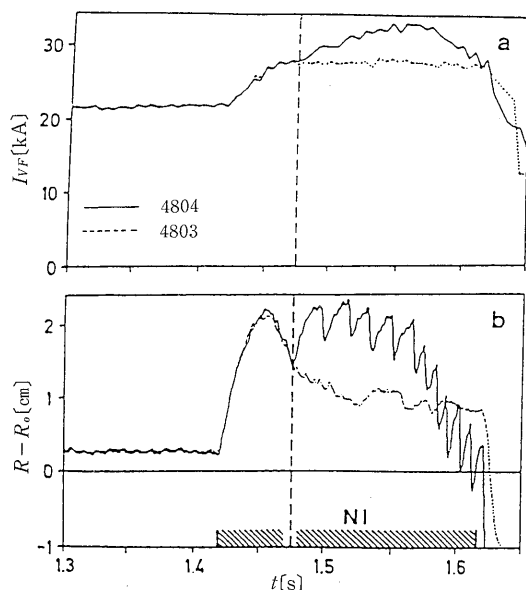


図1 L型放電(#4803, 破線曲線)とH型放電(#4804, 実線曲線)のプラズマパラメータの比較 a) 垂直磁場電流 I_{VF} b) プラズマ位置のシフト $R - R_0$ ($R_0 = 165$ cm) c) ループ電圧 λ d) 中性子カウント ϕ_n . H型の位相への転換は破線で示されている。(Ref. 1) より転写)

*自然系列-物理学 (Natural Science-Physics)

ズマ閉込めの著しく改善される場合のあることで、それをHモードと呼び、それが改善されない場合即ちLモードと比較して名付けられたものである。その後他の研究所も含め精力的に研究されているが、未だ結論には達していない。そこで先ずこの現象の概要を簡単にまとめてみると次のようになる。④中性粒子ビーム加熱を始めると、プラズマ柱はトラス大半径を大きくするように外側に膨張する。そこで、垂直磁場を増加させてそれを押え、その膨張は一応止まる。⑤しかし垂直磁場をそれ以上に大きく増加させないにも拘らず、プラズマ柱は少しずつ内側に戻るが、そのままベータ値の増加もなく内側に少しずつ戻っていくLモードの場合と、突然ベータ値が増加しはじめ、再び外側に膨張するHモードへ転移する場合と、二つの場合がある。⑥この現象に関連して重要なパラメータの一つは、プラズマ柱表面の電子温度である。屢Hモードへの移転の引き金となるソートウースもプラズマ柱表面の電子温度を増加させるものである。これらのことを念頭に置きながら、LモードからHモードへの変換モデルとして提案したいと考えていることを要約すれば、次のようになる。

即ち、中性粒子ビーム加熱をすると、プラズマ柱はトラスの大半径を大きくするように外側に膨張するので実験ではそれを垂直磁場を増加させて押える。しかしその磁場増加分はプラズマが高温で導電的であるためプラズマ柱内に直ちに入ることが出来ないため、閉じた磁気面を壊しやすい。しかしその後の種々の条件によって、垂直磁場の増加分がうまくプラズマ柱内に入って閉じた磁気面をもつ安定な平衡状態に移行したのがHモードであり、うまくいかなかったのがLモードである、とこのように考えるのである。これらのことを、シャフラノフの磁気面関数を使って以下で説明したい。

2. シャフラノフの磁気面関数

シャフラノフら²⁾はトカマックのプラズマの平衡に必要な垂直磁場を求めるため、トラス座標 (ρ, θ, s) の近似で、プラズマの平衡に関するグラッド-シャフラノフ方程式から次式のような真空領域の磁気面関数を得ている。(第2図参照)

$$\begin{aligned} \psi_e = & \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\ln 8 R/\rho - 2) \\ & - \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [(\ln 8 R/\rho - 1) \rho \cos \theta \\ & + (\langle \beta_p \rangle + l_i/2 - 1/2) a^2/\rho \cos \theta \\ & - \{\ln(8 R/a) + \langle \beta_p \rangle + l_i/2 - 3/2\} \rho \cos \theta] \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 I はプラズマ電流、 R はトラス大半径、 a は

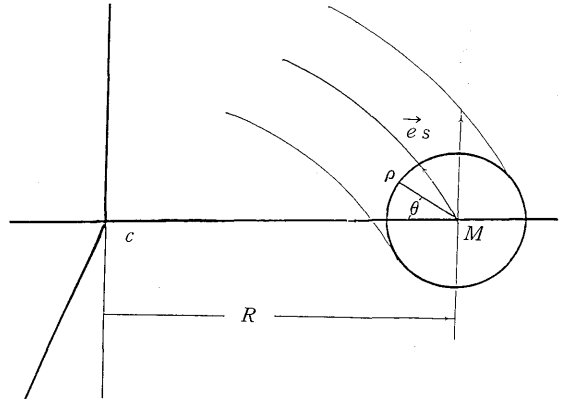


図2 トラス座標 (ρ, θ, s)
 R はトラス大半径、 C はプラズマ柱の円断面の中心である。

プラズマ柱小半径である。また $\langle \beta_p \rangle$ は平均ポロイダルベータ値、 l_i は電流 I の内部インピーダンスである。しかし(1)式の第3項と第4項の大きさはグラッド-シャフラノフ方程式によって直接決めることは出来ないで、次の二つの条件で決められる。即ちプラズマの境界 $\rho = a$ では上式の中の $\cos \theta$ に比例する各項は全体として相殺し(1)式が円断面を与えることで、これは磁場 B の動径方向成分 B_ρ が境界が零になることを意味している。また方位角方向成分 B_θ はプラズマの境界 $\rho = a$ で、

$$B_\theta = B_{\theta 0} [1 - (a/R) \Delta \cos \theta] \quad (2)$$

$$\Delta = \langle \beta_p \rangle + l_i/2 - 1 \quad (3)$$

を満足しなければならない。これはプラズマ柱内での磁場圧力とプラズマ圧力との和が全体として釣り合うための条件である。磁場は一般に磁気面関数 ψ から

$$\begin{aligned} B_\rho &= \frac{\partial \psi}{h \rho \partial \theta} & B_\theta &= -\frac{\partial \psi}{h \partial \rho} \\ h &= 1 - (\rho/R) \cos \theta \end{aligned} \quad (4)$$

により求められ、これを用いて(1)式の第3項と第4項の大きさが上記のように決まるのである。

また(4)式によって(1)式の各項がどのような磁場に対応するかを容易に理解することも出来る。即ち、第1項はプラズマ電流 I が直線状に流れている場合に作る真空磁場に対応した零次の近似であり、第2項はその電流をトラス状に曲げたときの効果である。第3項はプラズマ電流に含まれる双極子電流成分が真空領域に作る双極子磁場に対応するので、ここでこれをもう少し詳しく説明しよう。第3図のように、互いに $2d$ だけ離れた直線無限長の $\pm I$ の二本の電流が作る双極子磁場を求め、その

B_ω 成分を示すと次式ようになる。

$$B_\omega = \frac{\mu_0 J}{2\pi} \left[\{ (r^2 + d^2 + 2rd\cos\omega)^{-1} - (r^2 + d^2 - 2rd\cos\omega)^{-1} \} r + \{ (r^2 + d^2 + 2rd\cos\omega)^{-1} + \{ (r^2 + d^2 - 2rd\cos\omega)^{-1} \} d \cos\omega \right] \quad (5)$$

ここで、 r が d より十分大きいときは、

$$B_\omega = -\frac{\mu_0 (2dJ)}{2\pi} r^{-2} \cos\omega \quad (6)$$

となり、これに対応する磁気面関数は

$$\psi = -\frac{\mu_0 (2dJ)}{2\pi} r^{-1} \cos\omega \quad (7)$$

である。そこでこれを(1)式の第3項と比較すると、プラズマ柱内に流れている双極子電流の大きさは

$$(2dJ) = \frac{a^2}{2R} (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) \quad (8)$$

であると考えてよいであろう。

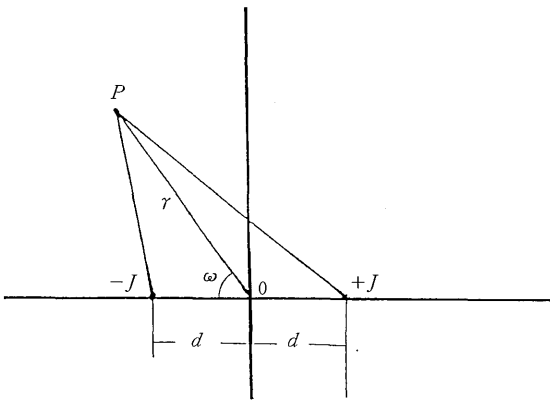


図3 プラズマ電流に含まれる双極子成分の図式的モデル
プラズマ柱の円断面の中心Cから内外にdずつ離れた±Jの電流

なおここで(1)式の第3項の最後の $-1/2$ は主電流Iのトーラス効果によるものであり、プラズマ内の双極子電流成分とは別のものと考えられるので(8)式には入れていない。これは後述するように、プラズマ内部の磁気面関数を見ても解ることである。

最後に、第4項は、プラズマの平衡に必要な外部から印加する垂直磁場を与えるものである。なお(2)式の中の一の符号は、方位角 θ を第2図のように磁気軸の円の法線から取り、シャフラノフらとは反対に取っているためである。

3. プラズマ内の磁気面関数

シャフラノフらは上述のようにしてプラズマ柱の外の磁気面関数を求めたのみで、内部の磁気面関数を与えていない。そこで同様な手法でそれを求めると次のようになる。この(9)式はどのような訳か(1)式ほど一般には知られていないし、用いられることも少ない。しかし(9)式も(1)式同様基本的な関係式である。

$$\psi_i = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} \left[\rho^2 + (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) a^2 R^{-1} \rho \cos\theta - (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) R^{-1} \rho^3 \cos\theta + \dots \right] \quad (9)$$

なおここで、グラッドーシャフラノフ方程式を逐次近似的に解くとき、プラズマ内の電流分布を零次では一様としているので l_i のところは $1/2$ となるが、(1)式との比較上 l_i としておく。

(9)式を求めるときも、グラッドーシャフラノフ方程式で直接決まるのは第1項と第3項であって、第2項は(2)式と(3)式の条件または(1)式との接続によって決定される。第3項はプラズマ内の双極子電流が外側を作る磁場で、上述したように、この項には(1)式第3項のように $-1/2$ は含まれていない。また第2項もプラズマ内の双極子電流が内側断面の中心付近に作る磁場に関係しているが、外部から印加された垂直磁場で打消され、その大きさは半減している。

従ってこの双極子電流成分が、プラズマ柱の中心近くに作る磁場の磁気面関数は、垂直磁場で打消されないとすると

$$\psi = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} 2 (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) a^2 R^{-1} \rho \cos\theta \quad (10)$$

となる。これを(5)式で r が d に比べて十分小さいときの近似から求めた磁気面関数

$$\psi = -\frac{\mu_0 (2dJ)}{2\pi} d^{-1} \cos\omega \quad (11)$$

と比較し、前の(8)式とあわせて、このプラズマ柱内の双極子電流成分について、次のような図式的なモデルが得られる。即ち互に $2d$ だけ離れ、 $\pm J$ の電流が流れており、その値は次式で与えられる。

$$J = 2^{-3/2} (a/R) (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) I \quad (12)$$

$$d = 2^{-1/2} a \quad (13)$$

勿論この双極子電流成分はプラズマ柱内に分布しているのである。

さて、(9)式はプラズマの境界 $\rho=a$ で円断面を与え、そ

の中心は座標原点と一致しているが、磁気軸は原点からトーラスの外側にあり、(9)式で第3項を無視してみれば直ぐ解るように次式 Δ_a だけずれている。

$$\Delta_a = 1/2 (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) a^2/R \quad (14)$$

そこで(1)式と(9)式とを第4図のように磁気軸を原点とする座標系 (ρ', θ') へ変換してみよう。

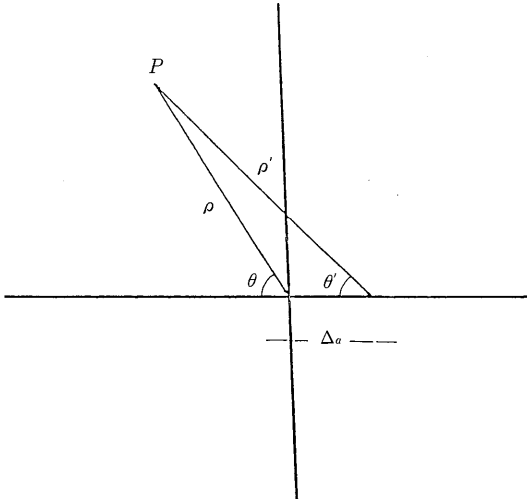


図4 円断面の中心Cを原点とする座標 (ρ, θ) から磁気軸Mを原点とする座標 (ρ', θ') への変換

$$\begin{aligned} \rho \cos \theta &= \rho' \cos \theta' - \Delta_a \quad \text{及び} \\ \rho \sin \theta &= \rho' \sin \theta' \end{aligned} \quad (15)$$

を用いると

$$\begin{aligned} \ln 8R/\rho &= \ln 8R/\rho' + \\ &1/2 (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) a^2 / (R\rho') \cos \theta' \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \rho^2 &= \rho'^2 - \\ &1/2 (\langle \beta_p \rangle + l_i/2) (a^2/R) \rho' \cos \theta' \end{aligned} \quad (17)$$

を得るので、これを(1)式及び(9)式に代入すると

$$\begin{aligned} \psi_e &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\ln 8R/\rho' - 2) \\ &- \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [(\ln 8R/\rho' - 1) \rho' \cos \theta' \\ &+ (-1/2) a/\rho' \cos \theta' - \\ &\{ \ln (8R/a) + \langle \beta_p \rangle + l_i/2 - 3/2 \} \rho' \cos \theta'] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \psi_i &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} [\rho'^2 - \\ &(\langle \beta_p \rangle + l_i/2) R^{-1} \rho'^3 \cos \theta' + \dots] \end{aligned} \quad (19)$$

を得る。これらの式は、グリーン・ジョンソンら²⁾が円環座標を用いてグラッド・シャフラノフ方程式を解いた結果と一致している。しかし(19)式だけ見ると、プラズマのベータ値が増加するにつれてプラズマ柱が内側にずれるように思われるがそうではない。 Δ_a だけ座標系の原点が外側にずれており、プラズマ柱の中心は常に大半径Rの位置にあって、(1)式の垂直磁場が正しく印加されていれば不動である。

また(1)式と(18)式とを比較すると、プラズマ内の双極子電流成分が真空領域に作る磁場に対応する項 $(a^2/\rho) \cos \theta$ の係数が異なっている。これはもともと電流分布の非対称性によるものであるから、原点を移動して左右に振り分ける位置を変えれば、(9)式の第2項が(19)式でなくなっているのに対応して同様に変っても不思議ではないであろう。

4. 追加加熱直後の磁気面関数

いまRFやNBIなどによる追加加熱をした直後の磁気面について考える。プラズマの導電率が表面でも或る程度高いと仮定する。プラズマ加熱によってプラズマ圧力が Δp だけ増すと、よく知られているようにトーラス半径を大きくするような方向に膨張力Fが働き、それは

$$F = 2\pi a^2 \Delta p \quad (20)$$

で与えられる。そこでこの膨張を押えるため、当然垂直磁場を強くするわけで、その増分の磁気面関数は、(1)式から

$$\Delta \psi = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \Delta \langle \beta_p \rangle \rho \cos \theta \quad (21)$$

であることは容易に理解出来よう。

しかしこの垂直磁場の増分はプラズマ表面の表皮効果の電流に阻まれて、直ちにプラズマ内部に入ることには出来ないであろう。従って、追加加熱直後のプラズマ内部の磁気面関数は、 Δp による双極子電流成分の増分だけの変化だけで、次のようになる。

$$\begin{aligned} \psi_i &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} [\rho^2 - \\ &(\langle \beta_p \rangle + 2\Delta \langle \beta_p \rangle + l_i/2) a^2 R^{-1} \rho \cos \theta + \\ &(\langle \beta_p \rangle + \Delta \langle \beta_p \rangle + l_i/2) R^{-1} \rho^3 \cos \theta + \dots] \end{aligned} \quad (22)$$

ここで注意したい点は、第2項の $\Delta \langle \beta_p \rangle$ だけが2倍になっていることで、その理由は(10)式と同じで、垂直磁場の分で半減されることがないからである。またこのためにプラズマ断面の中心は座標原点から外側に

$$\Delta_b = 1/2 \Delta \langle \beta_p \rangle a^2 / R \quad (23)$$

だけずれる。この現象は第1図の場合のように、NBI加熱直後のプラズマ柱のシフトとして観測されている。ASDEXの装置パラメータ ($R=165$ cm, $a=40$ cm) で図のように2 cmのシフトをするには、 $\Delta \langle \beta_p \rangle = 0.41$ でなければならないが、大体妥当な値と言えよう。

次にプラズマ柱の外真空領域の磁気面関数について考える。勿論プラズマから十分離れたところでは、(1)式の $\langle \beta_p \rangle$ を $\langle \beta_p \rangle + \Delta \langle \beta_p \rangle$ で置換えた式になる筈である。しかしプラズマ柱の近くで、垂直磁場がプラズマ内に浸み込めない場合は、超電導の円筒が一樣な磁場中に置かれたときの磁場の変化を想定すればよい。即ち、

$$B_r = B_0 [1 - (a/r)^2] \sin \theta \quad (24)$$

$$B_\theta = B_0 [1 + (a/r)^2] \cos \theta \quad (25)$$

となるので、この場合の磁気面関数としては、

$$\Delta \psi = \frac{\mu_0 I}{4 \pi R} \Delta \langle \beta_p \rangle [\rho - (a^2/\rho)] \cos \theta \quad (26)$$

である。これを第5図に示す。図のaが加熱後で垂直磁場が未だプラズマ内に浸み込んでいない状態、bがプラズマ内に完全に浸み込んだ状態を表している。従って(1)式は次のようになる。勿論プラズマの中は全て零であり、 $\rho \geq a$ では

$$\begin{aligned} \psi_e = & \frac{\mu_0 I}{2 \pi} (\ln 8 R / \rho - 2) - \\ & \frac{\mu_0 I}{4 \pi R} [(\ln 8 R / \rho - 1) \rho \cos \theta + \\ & (\langle \beta_p \rangle + 2 \Delta \langle \beta_p \rangle + l_i / 2) (a^2 / \rho) \cos \theta \\ & \{ \ln (8 R / a) + \langle \beta_p \rangle + \Delta \langle \beta_p \rangle + l_i / 2 - 3/2 \} \times \\ & \rho \cos \theta] \end{aligned} \quad (27)$$

この場合も第3行目の $\Delta \langle \beta_p \rangle$ の係数が1ではなく2であるのは、(26)式について述べたように、垂直磁場増分がプラズマの中に入らないためである。

さて、(22)式と(27)式とはプラズマ断面の位置は一致するが、プラズマの表面における磁場は不連続を示している。従ってプラズマ表面電流が存在する。いまそれを σ とおくと、その値は次式で与えられる。

$$\sigma = -\frac{\mu_0 I}{4 \pi R} \Delta \langle \beta_p \rangle \cos \theta \quad (28)$$

そしてこの表面電流 σ とプラズマ表面のポロイダル磁場 $B = \mu_0 I / (2 \pi a)$ とのベクトル積による力が内側へ向かっていて、プラズマの圧力増加によりトーラスの環を

大きくしようとする膨張の力と釣り合うのである。即ちこれをプラズマの全表面に亙って積分すれば、

$$\begin{aligned} 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\mu_0 I}{4 \pi R} \Delta \langle \beta_p \rangle \cos \theta [\mu_0 I / (2 \pi a)] a d\theta \\ = 2 \pi^2 a^2 \Delta p \end{aligned} \quad (29)$$

となる。即ちプラズマの安定性のことに目をつむれば、一応プラズマの平衡が成立っているのである。以上がプラズマ追加熱直後の状態で、この状態からの推移を次に考えよう。

5. 垂直磁場のプラズマ柱への浸透

プラズマを加熱した直後の、垂直磁場の増加分がプラズマの中に全然入っていない状態での磁気面関数を表わしたのが第5図のaであり、十分時間がたって磁場がプラズマの中に完全に入ったときの磁気面関数であることは既に述べた。

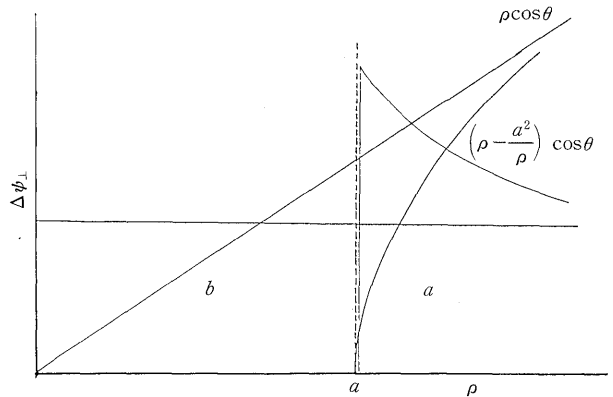


図5 ベータ値の増分に対応する垂直磁場磁気面関数変化分 $\Delta \psi$

a: 垂直磁場の増分を印加した直後

$$\rho < 0 \quad \Delta \psi = 0$$

$$\rho > a \quad \Delta \psi = \frac{\mu_0 I}{4 \pi R} \Delta \langle \beta_p \rangle (p - a^2/\rho) \cos \theta$$

b: 垂直磁場の増分の完全に浸透したとき

$$\Delta \psi = \frac{\mu_0 I}{4 \pi R} \Delta \langle \beta_p \rangle \rho \cos \theta$$

そこで次に、垂直磁場が有限な比抵抗をもつプラズマ柱へ浸透する過程を考える。これまでの計算の近似から、円筒形のプラズマについて考えれば充分であるから、古い文献を調べれば既に公表されているであろうが、磁気面関数を用いると、以下に示すように、比較的簡単に求めることが出来る。

垂直磁場 $B_{\perp}$ はトーラス方向の成分を含んでいないから、磁気面関数により次式で与えられる。⁴⁾

$$\vec{B}_{\perp} = -\vec{u} \times \nabla \psi_{\perp} \quad (30)$$

ここで

$$\vec{u} = \vec{e}/h, \quad h = 1 - (\rho/R) \cos \theta$$

である。普通一般の方法としては電磁誘導の式

$$-\partial \vec{B} / \partial t = \text{rot} \vec{E}$$

にオームの法則

$$\vec{E} = \eta \vec{j}$$

(η は比抵抗) を代入して、磁場拡散の式

$$-\partial \vec{B} / \partial t = (\eta / \mu_0) \text{rot rot} \vec{B} \quad (31)$$

を得て、これを解くのであるが、ここでは(30)式を用いる。即ちそのローテーションを2回とると、

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{B} &= -\xi \psi \vec{u} \\ \text{rot rot} \vec{B} &= -\vec{u} \times \nabla (\xi \psi) \end{aligned}$$

の関係式を得るから、これを(30)式に代入すれば

$$-\vec{u} \times \nabla \partial \psi / \partial t = -(\eta / \mu_0) \vec{u} \times \nabla (\xi \psi)$$

となり、これより垂直磁場の浸透はスカラー量 ψ の拡散方程式によって求めることができる。即ち

$$\nabla \partial \psi_{\perp} / \partial t = (\eta / \mu_0) \xi \psi_{\perp} \quad (32)$$

である。ここで演算子 ξ は

$$\xi = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial}{h \rho \partial \rho} + \frac{\partial^2}{\rho^2 \partial \theta^2} - \frac{\sin \theta \partial}{R h \rho \partial \theta} \quad (33)$$

である。

そこでまず(32)式を次のような簡単な条件で解いた。

- ①円筒の近似とし、トーラス効果は(4)式の h を通してのみ考慮する。
- ②プラズマの温度は一樣で時間的にも一定である。
- ③時間 $t=0$ においては、磁場はプラズマ柱に全然浸透していないので、どこでも一樣に $\psi_{\perp} = 0$ である(第5図のa参照)。
- ④ $t=\infty$ では、磁場はプラズマ柱に完全に浸透しているので、どこでも一樣な垂直磁場を表わすように、 $\psi_{\perp} = A \rho \cos \theta$ の形になる(第5図のb参照)。この条件のもとで $\rho \leq a$ のプラズマ領域で、解いた結果は次のとおりである。

$$\begin{aligned} \psi_{\perp} = A [& \rho - 1.8761 a J_1(\beta_1 \rho) \exp(-t/\tau_1) \\ & + 0.6703 a J_1(\beta_2 \rho) \exp(-t/\tau_2) \\ & - 0.2647 a J_1(\beta_3 \rho) \exp(-t/\tau_3) \\ & + 0.0429 a J_1(\beta_4 \rho) \exp(-t/\tau_4) \\ & + \dots \dots \dots] \cos \theta \end{aligned} \quad (34)$$

ここで $A = \psi_{\perp}(a)/a$ であり、また

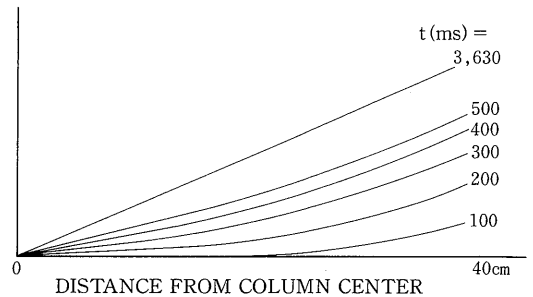
$$\begin{aligned} \beta_1 a &= 1.8415, & \beta_2 a &= 3.8317 \\ \beta_3 a &= 5.3305, & \beta_4 a &= 7.0150 \end{aligned} \quad (35)$$

はベッセル関数 $J_1(z)$ 及びその微分の零点によって決められる。また同様に四つの時定数は

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \mu_0 / (\eta \beta_1^2), & \tau_2 &= \mu_0 / (\eta \beta_2^2) \\ \tau_3 &= \mu_0 / (\eta \beta_3^2), & \tau_4 &= \mu_0 / (\eta \beta_4^2) \end{aligned} \quad (36)$$

で与えられる。この解の一例を第6図に示す。

a) Te(eV) = 400 Tau(ms) = 363
PENETRATION OF MAGNETIC SURFACE FUNCTION



b) Te(eV) = 1000 Tau(ms) = 1.434
PENETRATION OF MAGNETIC SURFACE FUNCTION

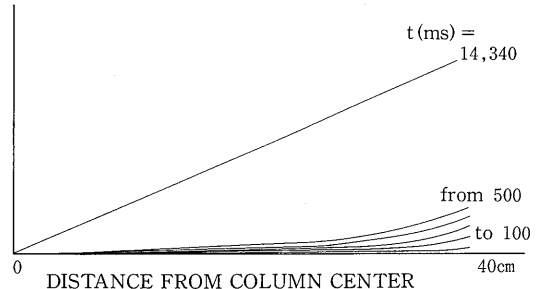


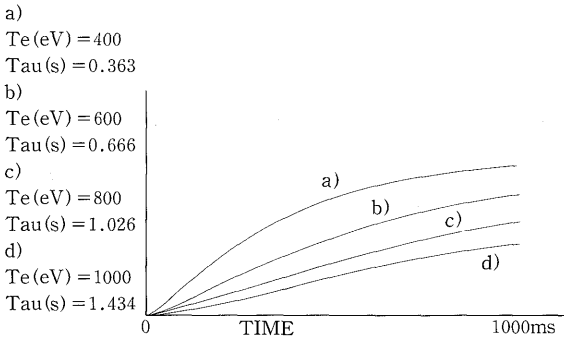
図6 磁気面関数のプラズマ中への浸透
a) 電子温度 400 eV, 時定数 363 ms の場合
b) 電子温度 1000 eV, 時定数 1434 ms の場合

計算に用いたパラメータの数値は ASDEX のものを使っている。また磁気面関数 ψ は物理的には磁束を意味するから、その動径 ρ についての微係数は磁場になるの

で、そのプラズマ表面における値を第7図に示す。これらの計算結果から解ることは、

- ⑧ 時定数 τ_i 程度の時間が経過しても $\psi_{\perp}$ の浸透は未だ完全に終わっているわけではない。
- ⑨ しかし磁場 $\partial\psi_{\perp}/\partial\rho$ の浸透は $\psi_{\perp}$ の浸透に比べて数倍早い。特にプラズマの表面における磁場の強さは第7図に示したように、磁気面関数の浸透より時定数が小さいので、飽和値に早く到達する。
- ⑩ プラズマの温度の効果は予想以上に大きい。

a) MAGNETIC SURFACE FUNCTION ON THE SURFACE AS FUNCTION OF TIME



b) MAGNETIC FIELD ON THE SURFACE AS FUNCTION OF TIME

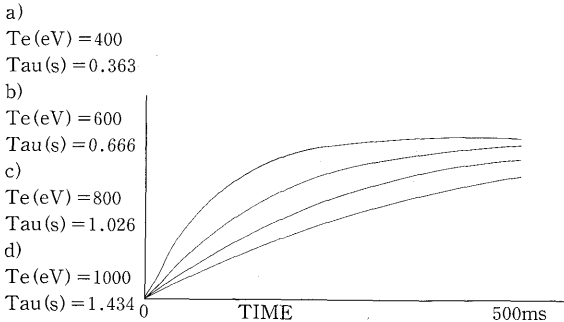


図7 a) プラズマ表面における磁気面関数の時間的変化
b) プラズマ表面における磁場の時間的変化

などである。しかしこれがこのままの形で磁気面の破壊に導く程大きくはない。

しかしこれらの知見を基にして、磁気面の破壊について考察したことを次に示す。

6. 磁気面の破壊とプラズマ表面温度勾配

よく知られているように、磁気面の破壊はセパトリックスの形成から始まり、磁気アイランドへと発展する。円断面トカマックの場合は方位角の方向に広がった巾の薄いアイランドとなるであろう。

そこで、セパトリックスの生成の条件を我々の場合に当てはめて書くと、プラズマ表面 $\rho=a$ において、

$$\begin{aligned} \frac{\partial\psi}{\partial\rho} &= \frac{\mu_0 J}{4\pi R} [2\rho + (\beta_p + l_i + 2\Delta\beta_p)] \\ (a^2/R)\cos\theta + 3(\beta_p + l_i + \Delta\beta_p)R^{-1}\rho^2\cos\theta \\ &+ \partial\psi_{\perp}/\partial\rho \leq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

と書くことが出来る。

そして、この式の最後の項 $\partial\psi_{\perp}/\partial\rho$ が、プラズマ表面に温度の勾配があるときには可成り大きくなり、磁気面を破壊する原因の一つとなると考えられる。

またもう一つの、最も重要な問題は、これ迄は導電的なプラズマの円筒が無限に広い空間に存在する場合を考えたのであるが、実際のトカマック装置では、プラズマは導電壁に囲まれている。そのためプラズマ柱から排除された磁束はプラズマとこの導電壁とに挟まれた狭い間隙 g に集中することになる。全磁束を一定とすると、その磁束が一様に分布される領域が狭くなればなるほど磁場が強くなる。これはトーラス全周に亘って狭くなる必要はなく、測定器の配置などの理由で、何処かで非常に狭くなっていれば、そこから磁気面が壊れる可能性があるのである。このとき、プラズマ表面での磁場は、無限に広い空間に存在する場合に比べ、何倍かになっている筈である。この倍率を M とすれば、およそ

$$M = (a+g)/(g+\lambda) \quad (38)$$

となる。ここに λ は磁場の浸透の距離で、

$$\lambda = 3.8317 (\eta/\mu_0)^{1/2} t^{1/2} \quad (39)$$

で評価できる。しかし第6図及び第7図で解るように、磁場が大きくなるときには λ も大きくなるので、プラズマの温度が一樣で、その中へ磁場が浸透する場合には特別の磁場増幅の作用は期待出来ない。

しかしプラズマの表面に厚さ d の薄い低温の層があると、事情は全く変わってくる。いま仮に第8図にモデル的に示したように、プラズマの表面に 400 eV の低温層があり、その厚さ d を半径 a の 1/10 とすれば、(39)式から解るように、磁場が表面の低温層には短時間の内に浸透を完了し、しかも内部の高温の部分に浸透していない状態が可成りの時間継続する筈である。ASDEX の場合を例にとれば低温層への浸透時間は 2 ms 以下である。それに対し、残りの半径 36 cm の部分のプラズマの温度を 1000 eV とすれば、その中へ磁場が浸透するには 400 ms を要するのである。そしてその間

$$M = (a+g)/(g+d)$$

であるから、 g/a の値次第で可成大きくなりうる。しかも上述のように g はトーラス全周に互って、どこかにあればよい最小値であるから、この場合の M はアスペクト比或はそれ以上の値になっても不思議ではないであろう。即ち

$$\partial\psi_{\perp}/\partial\rho = -M \frac{\mu_0 J}{4\pi R} \Delta\beta_p a^2 / R \cos\theta \quad (40)$$

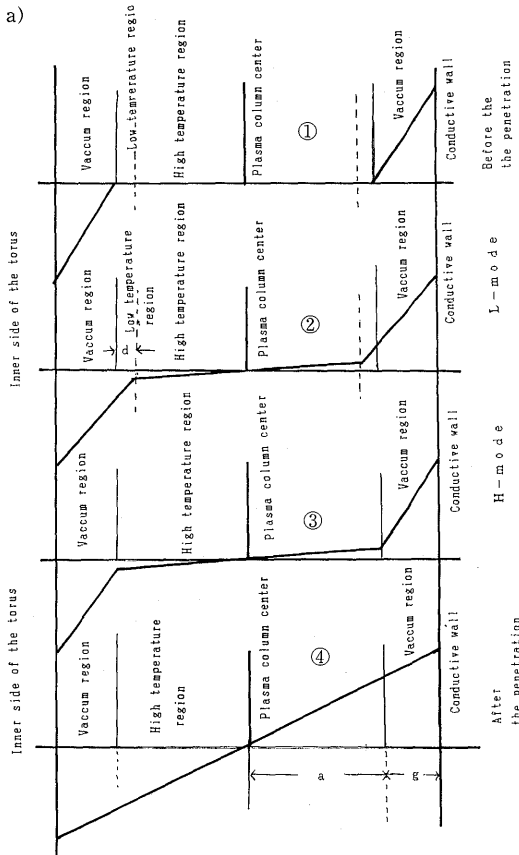


図8 a) 垂直磁場磁気面関数のプラズマ中への浸透

- ① 垂直磁場印加直後
- ② Lモードのとき
- ③ Hモードへの転換後
- ④ 垂直磁場浸透完了後

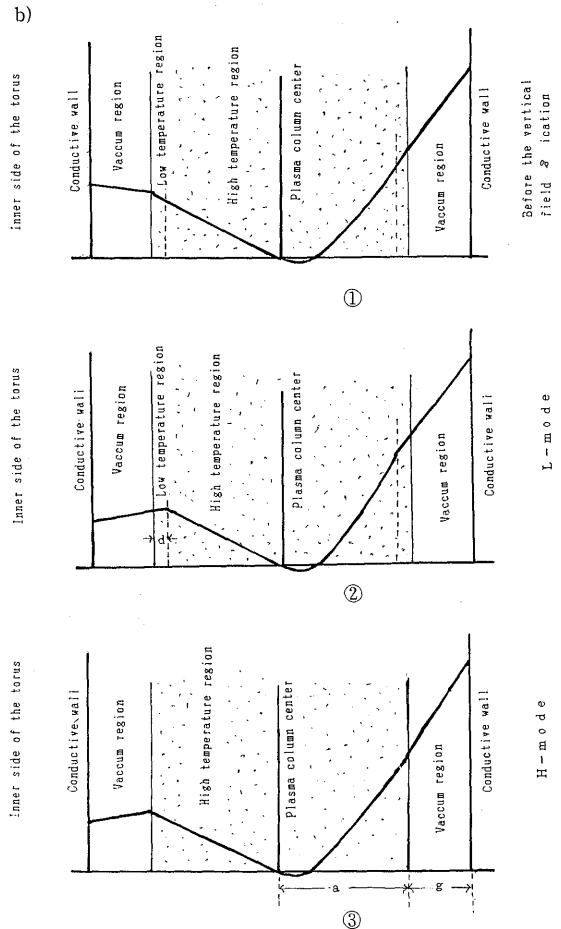
を③式に代入すれば、③式は全体として十分負になり得るので、磁気面が破壊される可能性がある。これがLモードであると言いたいのである。

このように考えると、ソートウースの熱的パルスがプラズマ表面に到達したとき、磁気面の破壊が修復される理由も想像できる。ソートウースがプラズマ表面に運

た熱により表面に高温のプラズマができると、その中には容易に磁場は入れないから、③式は負にはならないのである。これがHモードへの転移である。

このように磁気面の破壊にはプラズマ表面の温度及びその内部での分布と、プラズマと導電壁との間隙の大きさが極めて重要であり、決定的な役割をしているであろう。

これについてのより厳密な考察は、プラズマの抵抗がその温度分布によって ρ の関数になっている場合の拡散の方程式を解かなければならないが、それは次の機会



b) 全磁気面関数の時間的変化

- ① 垂直磁場印加前
- ② Lモードのとき
- ③ Hモードへの転換後

にしたい。

ここでは、表面の温度で決まるような磁場の時間的立上がりをし、内部の温度で決まるような浸透をするようなモデルで次のような表示を提案するに留めたい。即ち

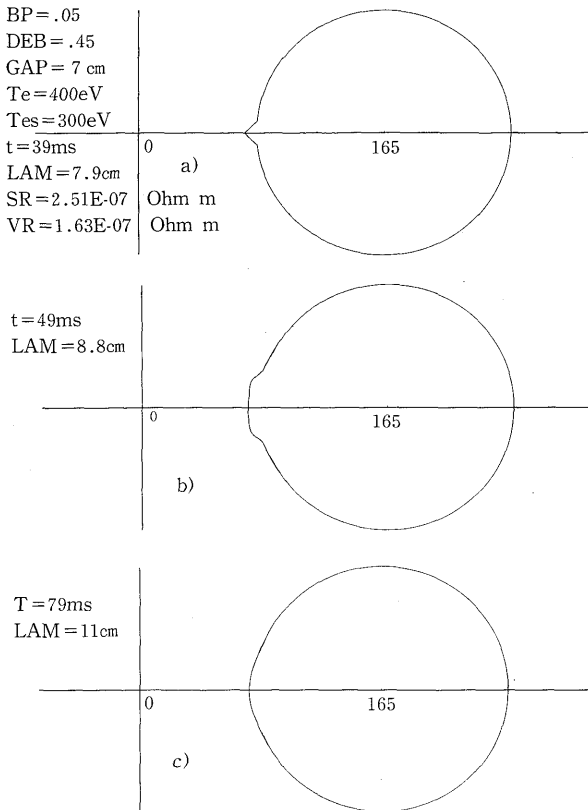


図9 a) 磁気面破壊開始直後のセバトリックスの形成, Lモードへ転換直後
b) 磁気面破壊中の磁気アイランド形成, Lモード中
c) 磁気面破壊が自から終ってHモードへの転換直後

$$\frac{\partial \psi_{\perp}}{\partial \rho} = -M \frac{\mu_0 J}{4\pi R} \Delta \beta_{\rho} [1 - \exp(-4t/\tau_2)] \times \exp[-(a-\rho)/\lambda] (a^2/R) \rho \cos \theta \quad (41)$$

である。ここで τ_2 は表面温度で、 λ は内部温度で決めるのである。(37)式と(41)式とを用いて画いた磁気面破壊の例を第9図に示す。(41)式の評価も厳密な磁場拡散の解を待たなければならない。

7. 結 論

以上、プラズマのベータ値の変化に伴う垂直磁場の増加分は、プラズマの電子温度の上昇に伴ないプラズマ柱の中へ入り難くなり、磁気面を破壊するおそれのあることを示した。ASDEXなどで研究されているLモードHモード間の転換のモデルとして、ここに提案するものである。御意見御批判を賜れば幸である。最後に、興味をもってこの論文の意とするとところに耳を傾けて頂いた谷内俊弥名大名誉教授（本学非常勤講師）に深謝する。

参 考 文 献

- 1) The ASDEX team : IPP III/151 July 1989, Max-Planck Institute for Plasma Physics, Garching bei München.
- 2) V.S.Mukhovatov and V.S.Shafranov : Nuclear Fusion, 11 (1971) p.605.
- 3) J.M.Greene, J.L.Johnson et al. : Phys. Fluid, 14 (1971) p. 671.
- 4) S.Nagao : SOGO KOGAKU, vol.2 (1990) p.125.