

鋼箱型断面柱の有効長さ係数について

塩見 弘幸*, 石川 健一**, 菊池 洋一*

Effective Length Factor for End Restraint Columns of Welded Box-section

Hiroyuki SHIOMI*, Ken-ichi ISHIKAWA**, and Youichi KIKUCHI*

(Received June 6, 1989)

This paper derives the effective length factor equations for columns in braced frames, corresponding to the boundary conditions of both ends of the columns. It is considered as the boundary conditions that the top of the columns is an elastic rotational restraint end replacing the connecting beams, and the bottom is a pinned-end.

84 models of the columns of the welded box-section are provided for computer analysis. The ultimate strength of the models is estimated by a numerical integration method taking into consideration the initial geometrical imperfection of the columns, magnitude and distribution of residual stresses in the material. Based on the parametric study the effective length factor equations are determined.

1. はじめに

鋼ラーメン構造(骨組構造)は建築構造物において多く見られる形式であるが,土木構造物においても,都市内高架橋の橋脚や吊橋,斜張橋の主塔などに用いられている。この場合は箱型断面部材が用いられることが多い。ラーメン構造は基本的には,柱とはりの接合体であることから,その座屈解析は大きく次の2方法に分類される。すなわち,1)ラーメン構造全体に対する座屈解析,2)構成部材の圧縮柱にのみ着目し,その部材端の境界条件を考慮して解析を行う方法,であるがいずれも設計計算のためには簡略な方法を採用する必要があることから,ほとんどの場合,終局的には圧縮柱の安定問題に帰着させ

て取り扱われている。この場合をさらに分類すると,いわゆる有効座屈長(有効長さ)を用いる方法と,部材が変位することによる付加的な曲げモーメントを考慮するP- δ 法とが挙げられる。本報告では有効座屈長に関してのみ触れることにする。

鋼圧縮柱の安定問題では,残留応力や初期変形のいわゆる初期不整を考慮した研究が行われ,ヨーロッパ鋼構造連合(ECCS)が中心となり,主として実験結果から提案された耐荷力曲線¹⁾,アメリカのリーハイ大学で行われた研究成果を取り入れたSSRC (Structural Stability Research Council)の柱の耐荷力曲線を基本とする設計式²⁾が世界各国で用いられてきた。これらの耐荷力曲線では,両端の境界条件を単純支持とした場合のみが取り扱われてきたが,より現実に近い構造モデルの

*土木工学科 (Department of Civil Engineering)

**建設工学専攻大学院学生 (Graduate Student, Architecture)

解析を行うために、1979年SSRCは初期不整の影響の他に端拘束の影響を取り入れた研究の必要性を強調した³⁾。これ以降この方面の研究が活発となってきている。

本報告では、当研究室で行った端拘束のある鋼圧縮柱の有効長さ係数に関する数値解析結果を紹介するものである。

2. 有効座屈長（有効長さ）について

2.1 有効長さ係数の概念

有効長さ係数の概念として、図1に示すように、端拘束のある無次元化細長比 λ_{ac} を有する柱の強度と同じ強度を有する両端単純支持の柱の無次元化細長比 λ_{ab} との比を有効長さ係数 k としている。

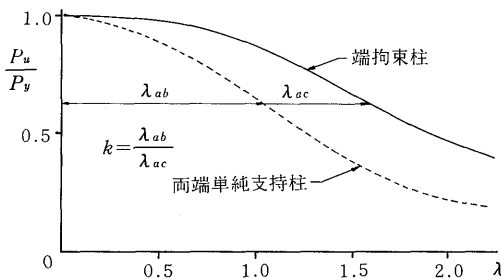


図1 有効長さ係数の定義

$$k = \lambda_{ab} / \lambda_{ac} \quad (1)$$

ここに、 $\lambda_{ab} = 1/\pi \cdot l/r\sqrt{\sigma_y/E}$ 、 $\lambda_{ac} = 1/\pi \cdot L/r\sqrt{\sigma_y/E}$ 、 l = 有効座屈長、 L = 圧縮柱の長さ

上式は有効長さ係数の一般的な概念であるが、Wood⁴⁾は多層骨組み構造における有効長さの考え方を次の4通りに分類している。

- 1) 圧縮柱を理想化された単一部分材として扱い、弾性座屈解析に基づくもの。
- 2) 許容応力が設計基準の場合において、はりとは結合されている柱の応力と同じ応力を与える両端単純支持の柱を定め、それらの長さの比を有効長さ係数とする。
この場合は、はりとの接合部の剛性が複雑に影響する。
- 3) 軸力のみが作用する場合について、座屈時の変曲点の間で曲げモーメントが描く部分の長さを有効座屈長とする。この場合は弾性柱を対象とする。
- 4) ラーメン全体が弾性座屈する場合と、一部塑性化して崩壊する場合との関係を、Merchant-Rankine式で表し、これから有効座屈長を決める。

上記の内、1)～3)は構造を圧縮柱の単体として扱い、境界条件を考慮する方法であるが、これに類似した扱いをするのがYura⁵⁾の方法である。これはノモグラフを用い、多層多径間のラーメンにも適用でき、有効座屈長を求める従来からの基本的な方法の一つである。こ

の他日本の道路橋示方書⁶⁾のように、ラーメン全体を微小変位弾性理論により座屈解析を行い、最終的には圧縮柱の座屈長を求めるという方法を採用している例もある。

2.2 有効長さに関する最近の研究

次にSSRCの要請が行われた以降の研究について簡単に展望する。はりと柱の接合部の形式によって研究の流れは二つに分けられる。第1は、接合部が剛結合のものを対象とする。第2は剛結合以外の種々な接合形式を対象とする場合である。一般的に前者は土木構造物で、後者は建築構造物で多くみられる形式であるといえよう。

まず前者について、Shen⁷⁾らはH形鋼柱の弱軸回りの座屈に関する解析を行い、非常に小さな端拘束でさえも強度の増加は顕著であること、弾性有効座屈長を用いた場合は、強度を低く見積ることを確認した。Razzaq⁸⁾らは差分法によって解析を行い、有効座屈長の決定は、JulianとLawrence⁹⁾が弾性座屈解析の結果から得た有効長さ係数 k を用い、これを弾塑性解析の場合の塑性有効長さ係数に換算した。この方法は本質的にはYuraの提案した方法と同じものである。AokiとFukumoto¹⁰⁾は実験的研究を行なったが、この種の実験は非常に少なく貴重なデータを提供した。ラーメン構造全体に対する研究として、西村ら¹¹⁾は中間たわみを弾性拘束されたラーメン構造の弾塑性有限変形解析を行い、有効長さ係数の定式化を試みた。また、西野ら¹²⁾はラーメン構造の固有値解析結果から有効座屈長を得るべきだとしている。DuanとChen¹³⁾は現行のAISC¹⁴⁾の示方書で用いられている k 値(JulianとLawrenceのノモグラフ)の算出方法に改良を加えた。宇佐見ら¹⁵⁾は非弾性域における有効座屈長の計算をYuraの方法を応用して行った。

後者に対する研究では、Lui・Chenの研究^{16), 17)}、Jones・Kirby・Nethercotらの一連の研究¹⁸⁾、Sugimoto・Chenの研究¹⁹⁾、Vinnakotaの研究²⁰⁾等がある。これらはいずれも柱とはりの接合部の回転容量とモーメントとの関係に着目し、有効長さ係数を求めたものである。

3. 端拘束のある圧縮柱の数値計算

3.1 数値計算モデル

図2に計算対象とした一端単純支持、他端弾性回転支持の計算モデルを示す。図3はその断面形状と仮定した残留応力分布図である。残留応力分布は実測に基づいた結果²¹⁾を単純化したもので、 $\sigma_r = 0.3\sigma_y$ とした。表1は数値計算に用いた断面諸元でこれらを基本とし、無次

元化細長比パラメータ λ を $\lambda=0.6, 0.8, 1.0, 1.2$ の 4 種類とした。端拘束度パラメータ γ ($\gamma=(I_b/L_b)/(I_c/L_c)$) を $\gamma=0.1, 0.5, 1.0$, の 3 種類とした。したがって計算に用いたモデル数は 84 個になる。なお、降伏応力は $\sigma_y=4100 \text{ kgf/cm}^2$ とした。

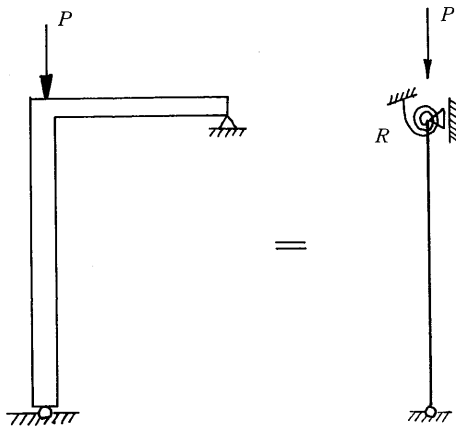


図2 数値解析モデル

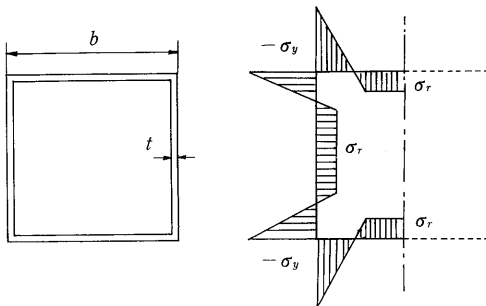


図3 数値解析モデルの断面形状と残留応力分布

表1 数値解析モデルの断面諸元

Model	A	B-1	B-2	B-3	B-4	C	D
$b(\text{cm})$	10	25	25	25	25	35	50
$t(\text{mm})$	6	9	16	22	30	20	30
$A(\text{cm}^2)$	23	87	150	200	264	264	564
$I(\text{cm}^4)$	330	8,400	13,700	17,500	21,700	48,100	208,000
$Z(\text{cm}^3)$	80	780	1,300	1,700	2,200	3,200	9,900
$M_{pc}(\text{tf}\cdot\text{m})$	3	32	54	71	90	134	408

3.2 解析方法

接合形式が剛結の場合、従来の研究における解析方法は、弾性座屈解析によるものがほとんどで、弾塑性有限変形解析を試みたものは、筆者の集め得た資料では西村らの研究に見られる程度である。また、箱形断面を対象とした研究も少ない。ここに述べる有効座屈長の決定方法は基本的には西村らの方法と同じであるが、弾塑性有

限変形解析には、先に筆者の一人が開発した数値積分法による数値計算プログラム²²⁾を使用した。この手法について以下に簡単に述べる。

数値計算に際し次の仮定を設けた。1) 応力～ひずみ関係は完全弾塑性曲線とする。2) 横断面形は座屈後も元の断面形を保つものとする。3) 部材の初期変形は次式で表される初期たわみ形状を仮定する。

$$y = (L/1000) \sin \pi x / L \quad (2)$$

ここに、 x は部材軸に沿った長さである。残留応力分布は図3に示すものを用いた。4) 部材を軸方向にいくつかのセグメントに分割し、各セグメントは一樣な曲げを受けるものとする。

まず解析モデルの曲げモーメント～軸力～曲率 ($M-P-\phi$) 関係および非弾性域まで考慮した部材断面に関する種々の剛性値の計算を行うが、この計算方法は、Fukumoto²³⁾の方法に基づいて開発したものである。これは横断面を細分割し、軸方向力によるひずみの大きさを仮定し、これから得られる応力、残留応力、および曲げ応力の合計による内力と外力の釣合式から正確な軸方向ひずみを算出し、以下この値から与えられた曲率に対する曲げモーメントや断面の剛性値を順次計算する方法である。

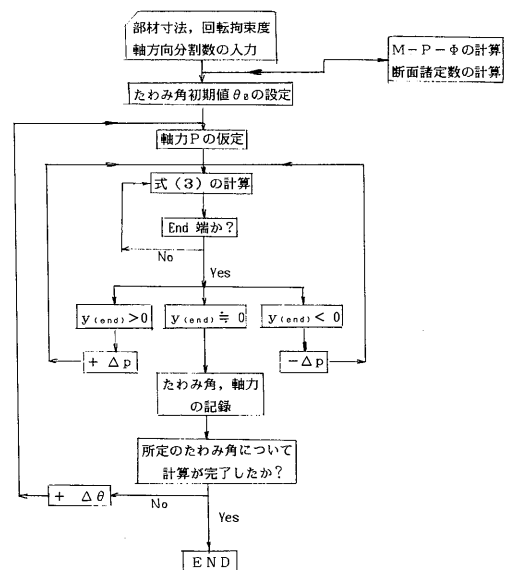


図4 数値解析のためのフローチャート

次に数値積分を行うが、部材軸方向に細分割したセグメントの1個のたわみ曲線を円弧と仮定すると、たわみ角 θ 、たわみ y 、軸方向変位 u および曲げモーメント M の関係が次式のように得られる。基本的な形は文献24に詳述されているが、これとは式(3-4)が異なる。

$$\theta_{j+1} = \theta_j - \phi_i \cdot l \quad (3-1)$$

$$y_{j+1} = y_j + (\cos \theta_{j+1} - \cos \theta_j) / \phi_i \quad (3-2)$$

$$z_{j+1} = (\sin \theta_j - \sin \theta_{j+1}) / \phi_i \quad (3-3)$$

$$M_{j+1} = M_j + P(y_{j+1} - y_j) - S_j \cdot z_{j+1} \quad (3-4)$$

ただし, $M_1 = -M_r$. ここに, $\phi_i = \phi_o + \phi_{im}$, ϕ_o は初期変形による曲率, ϕ_{im} は $M-P-\phi$ 関係から求まる値, M_r は回転拘束による抵抗モーメントであり, $M_r = \theta_1 \cdot R$ ($R = \gamma \cdot EI_c / l_c$). S_j は j 点でのせん断力である。

上式から軸方向圧縮力とたわみ角の関係 ($P-\theta$) を求める手順を, 図4のフローチャートに示す。

3.3 数値解析結果

最初に, 用いた数値解析プログラムの特性を調べるため, 端拘束の影響を考えない基本的な計算結果について検討した。図5は耐荷力に及ぼす残留応力の影響を表すために, B-2モデルについて, λ をパラメータとする耐荷力の計算結果を示したものである。 λ が0.5~0.9の範囲で残留応力の差の影響が顕著に見られ, 耐荷力に約10%前後の差を及ぼしている。このことは他の研究結果と同様の傾向を示しており, 本計算結果の妥当性が確認された。

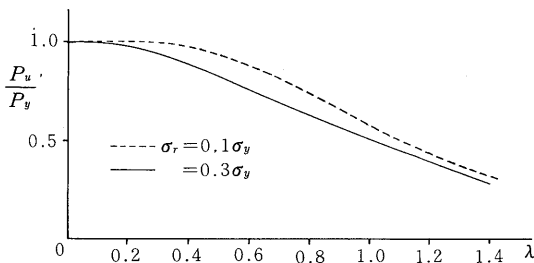


図5 残留応力の影響による両端単純支持柱の耐荷力

次に式(1)における λ_{ab} を ECCS の耐荷力曲線とすることの是非について検討を行う。図6は ECCS の耐荷力曲線のb曲線(箱形断面)と比較するために, B-1およびB-3モデルについて λ をパラメータとする耐荷力を求めた結果である。計算に用いた残留応力は $0.1\sigma_y$ の場合である。 $\lambda < 1.0$ では ECCS の耐荷力曲線にほぼ

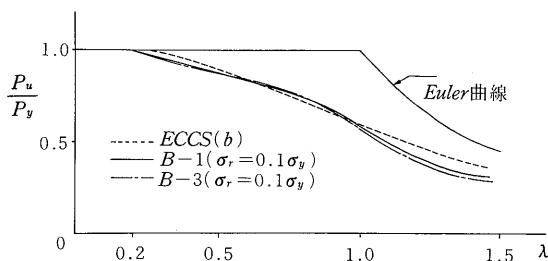


図6 ECCS (b)曲線との比較

等しいが, $\lambda > 1$ の比較のスレンダーになる範囲では多少下回る傾向を示している。このことから端拘束を受ける耐荷力の計算と比較して有効長さを決めるためには, ECCS の耐荷力曲線を基本曲線として用いず, それぞれの断面に関する端拘束がない場合の耐荷力曲線を予め描いておいて, これを用いることにした方が合理的と思われる。

図7 a, b, cはモデルA, C, およびDについて端拘束度 γ の違いによる耐荷力曲線を示したものである。

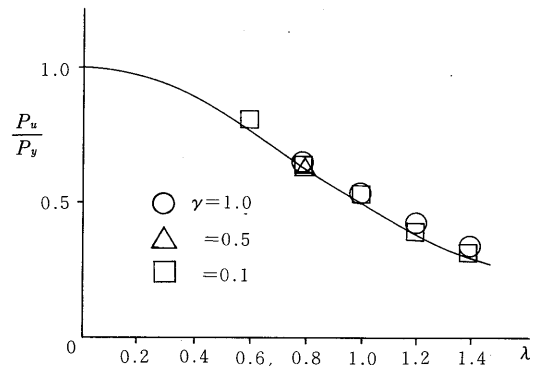


図7 a モデルAの耐荷力

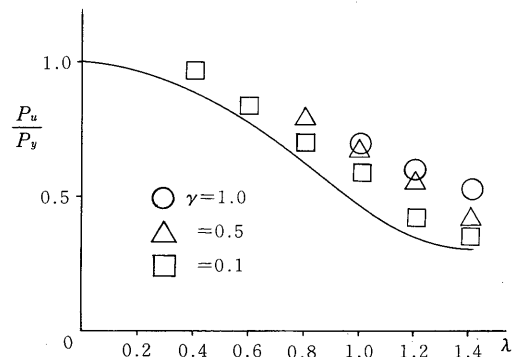


図7 b モデルCの耐荷力

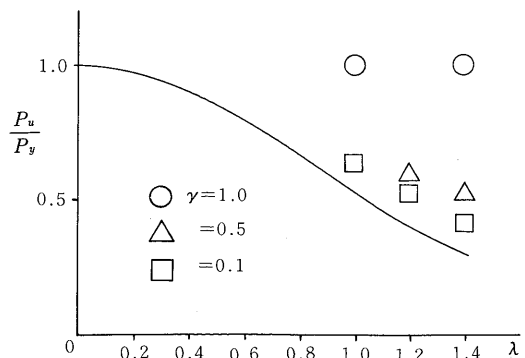


図7 c モデルDの耐荷力

当然のことながら小さな断面形状モデル(モデルA)ではこの程度の γ の値の相違では、耐荷力に顕著な差は見られないが、大きな断面形状モデル(モデルD)ではその差が明確に現れている。これらの図から有効長さ係数を求めるわけであるが、耐荷力曲線上では同じ強度レベルにおける無次元化細長比を調べ、式(1)により計算する。

4. 有効長さ係数に関する考察

図8は前節で述べた方法により有効長さ係数を求めた結果を表したものである。整理した横軸に関するパラメータは弾性回転バネ定数 R である。他のパラメータ、例えば回転拘束度 γ 、拘束度係数 α ($\alpha=R/M_p$,ここに M_p は柱端部に関する全塑性モーメント)で整理した場合、

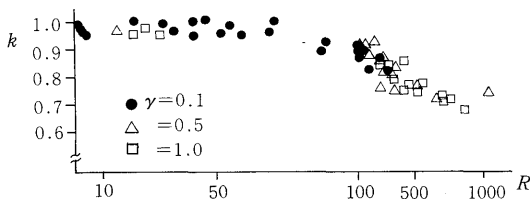


図8 回転バネ定数 R で示された有効長さ係数 k

ばらつきが大きくなることが確認されたので、信頼度が低くなると考えられる。図が煩雑になることを避けるために、図8は回転拘束度 γ についてのみ示したものである。一般に γ の値が大きいものは R の値が大きくなるが、 R は断面寸法にも影響されることがわかる。同じデータを λ について整理してみたが、 λ についての規則性は見いだすことはできなかった。 $k=0.7$ は一端固定・他端単純支持の柱の弾性座屈に関する有効長さ係数であるが、本数値計算結果もほぼこの値付近でデータが見あたらない。したがって、 $k=0.7$ を k の下限値としても差し支えないと考えられる。

これらの値の平均値から k と R の関係式を次式のように提案する。

$$\begin{aligned} k &= 1.00 - 0.074 C_1 & 0 \leq C_1 \leq 0.7 \\ k &= 1.07 - 0.170 C_1 & 0.7 < C_1 \leq 1.0 \\ k &= 0.93 - 0.030 C_1 & 1.0 < C_1 \leq 8.0 \\ k &= 0.70 & 8.0 < C_1 \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $C_1 = \log(R/10^2(\text{tf} \cdot \text{m}))$

5. まとめ

ラーメン構造の一部材である柱を、一端単純支持、他端弾性回転バネ支持の圧縮柱にモデル化し、数値積分法による有限変形解析を行った。この結果を利用して両端

単純支持の圧縮柱の長さに換算するいわゆる有効長さ係数を求めた。その結果得られた結論を列挙する。

- 1) 有効長さ係数は、従来用いられている回転拘束度 λ や拘束度係数 α をパラメータとするよりも、回転バネ定数 R をパラメータとして用いた方がばらつきが小さくなる。
- 2) 本研究で対象とした解析モデルの有効長さ係数の下限値は一端単純支持・他端固定支持の弾性柱の有効長さ係数にほぼ等しくなる。
- 3) 有効長さ係数を式(4)に示すように R の関数で表した。
- 4) 今回の報告は片端のみが回転拘束を受けているモデルに限ったが、両端が回転拘束を受けている場合についても検討する必要があるが、現在計算中である。

付記：この研究の一部は、財団法人石田財団の援助で行われたことを記し、深謝の意を表す。

参考文献

- 1) European Convention for Constructional Steel Work, "European Recommendation for Steel Construction" The Construction Press, 1981.
- 2) Jonston, B. G., Ed., "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures 4th ed., John Wiley & Sons, New York, 1988.
- 3) Bjorhoved, R., "Research Needs in Stability of Metal Structures" Journal of the Structural Div., ASCE, Vol. 106, No. ST 12, Dec. 1980, pp. 2425-2442.
- 4) Wood, R. H., "Effective Length of Columns in Multi-Storey Buildings, The Structural Engineer, Vol. 52, No. 7, July, 1974, pp. 235-244.
- 5) Yura, J. A., "The Effective Length of Columns in Unbraced Frames" Engineering Journal, AISC, Apr., 1971, pp. 37-42.
- 6) 道路橋示方書・同解説, I 共通編, II 鋼橋編, 日本道路協会, 1980-2.
- 7) Shen, Z. Y., and Lu, W. L., "Analysis of Initially Crooked, End Restrained Steel Columns" Journal of Constructional Steel Research, Vol. 3, No. 1, 1983.
- 8) Razzaq, Z., "End Restraint Effect on Steel Column Strength" Journal of Structural Engineering, Proc. of ASCE, Vol. 109, No. 2, Feb., 1983, pp. 314-334.
- 9) 前出の2)に紹介されている。
- 10) Aoki, T., and Fukumoto, Y., "Experiments of End-Restraint Steel Welded H-Columns, Proc. Stability of Metal Structures, 3rd International Colloquium, Paris, Nov., 1983, pp. 71-76.

- 11) 西村宣男他: 弾性拘束を受ける圧縮部材の有効座屈長に関する考察, 第38回土木学会年次学術講演会講演概要集第1部門, 1983-10, pp.241-242.
- 12) Nishino, F., and Hasegawa, A., "A Practical Design for Compression Members and Frames Using Eigen-Value Analysis, Proc. Stability of Metal Structures, 3rd International Colloquium, Paris, Nov., 1983, pp.497-504.
- 13) Duan, L., and Chen, W.F., "Effective Length Factor for Columns in Braced Frames" Journal of Structural Engineering, Proc. of ASCE, Vol.114, No.10, Oct., 1988, pp.2357-2370.
- 14) AISC: Specifications for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel for Buildings, Nov., 1978
- 15) 宇佐見勉他: 鋼ラーメン構造物の合理的設計式の一提案, 土木学会論文集, 第404号/I-11, 1989-4, pp.331-340.
- 16) Lui, E.M., and Chen, W.F., "End Restraint and Columns Design Using LRFD, AISC Engineering Journal Vol. 20, No.1, First Quarter, Jan., 1983, pp. 29-39.
- 17) Lui, E.M., and Chen, W.F., "Strength of H-Columns with Small End Restraints" The Structural Engineer, Vol.61 B, No.1, March, 1983, pp.17-26.
- 18) Jones, S.W., Kirby, P.A., and Nethercot, D.A., "Column with Semirigid Joints" Journal of the Structural Div., Proc. of ASCE, Vol.108, No. ST 2, Feb., 1982, pp.361-372.
- 19) Sugimoto, H., and Chen, W.F., "Small End Restraint Effects on Strength of H-Columns, Journal of the Structural Div., Proc. of ASCE, Vol.108, No. ST 3, March, 1982, pp. 661-682.
- 20) Vinnakota, S., "Planar Strength of Restrained Beam Columns" Journal of the Structural Div., Proc. of ASCE, Vol.108, No. St 11, Nov., 1982, pp.2496-2516.
- 21) 岩田・菊池・塩見: 鋼箱形断面部材の残留応力について, 土木学会第42回年次学術講演会講演概要集第1部, 1987-9, pp. 452-453.
- 22) Shiomi, H., and Kurata, M., "Strength Formula for Tapered Beam-Columns" Journal of the Structural Div., ASCE, Vol.110, No. ST 7, July, 1984, pp.1630-1643.
- 23) Fukumoto, y., "Moment-Curvature-Thrust Program for Wide-Flange Shapes" Fritz Engineering Lab. Report, 205 A, 37, Lehigh University, Aug., 1963.
- 24) Shiomi, H., and Nishikawa, S., "An Interaction Formula for In-plane Ultimate Strength of Tapered Beam-Columns" Memoirs of Chubu Inst. of Tech., Vol.17-A, Oct., 1981, pp.49-54.