

一般化された質量行列によるグルーボールの解析

北村 市次郎*, 森下 範一*, 手嶋 忠之*

Analysis of Glueballs in a Generalized Mass Matrix

Ichijiro KITAMURA*, Norikazu MORISITA*, and Tadayuki TESHIMA*

(Received April 15, 1988)

QCD predicts the existence of glueballs which are gg bound states. Gluons mediate the interaction between two $q\bar{q}$ mesons, and there are the interactions between the gg bound state and the $q\bar{q}$ meson. With a generalized mass matrix containing these interactions, $q\bar{q}$ meson masses and a glueball mass, we investigated the mixing problem of 0^{-+} , 0^{++} and 2^{++} multiplets.

In 0^{-+} multiplet, it is predicted that the $\iota(1440)$ is a good candidate for glueball and mixes with $\eta'(958)$ appreciably. This result is the same one we obtained in the chiral symmetry formalism and the asymptotic symmetry formalism. In 0^{++} multiplet, $S^*(975)$ is thought to be the candidate for glueball and mixes with $\epsilon(1300)$ being N -like meson appreciably, then rises the ϵ mass to 1300 MeV. The result that the $q\bar{q}$ part of $S^*(975)$ is not S -like is obtained and this contradicts the traditional experimental result. However, states having this characteristic are recently found in 900~990 MeV region. In 2^{++} multiplet, it is shown that $\theta(1720)$ is a good candidate for glueball. It is predicted that the value of mass of $\theta(1720)$ is preferred to be a rather smaller one than 1720 MeV.

1. 序 論

クォークの力学と考えられている QCD (Quantum Chromodynamics; 量子色力学) は, クォークの束縛状態だけでなく, グルオンの束縛状態“グルーボール”の存在を示唆している。¹⁾ 実験的にもグルーボールの候補がいくつか見つかり、²⁾ $\iota(1440)$ が擬スカラーの, $\theta(1720)$ がテンソルのグルーボールとして, 現在多くの研究者の調査の対象になっている。

素粒子の力学である QED (Quantum Electrodynam-

ics; 量子電気力学) においては, 素粒子間の電磁気的力を媒介する光子が中性であるため, 光子の束縛状態は作られないが, クォークの力学である QCD においては, クォーク間の力を媒介するグルオンが中性でなく“色”荷を持っているので, グルオンの間に引力が生じ, 束縛状態が作られる。これをグルーボールと呼んでいる。グルーボールが自然界に存在することが疑いもなく確認されたならば, QCD がクォークの力学であることの正しさが証明されたことになる。

グルーボールの量子数とクォークの束縛状態 $q\bar{q}$ の中間子 (q : クォーク, $\bar{q}$: 反クォーク) のアイソスピン $I =$

*自然第 1 系列 (Natural Sciences - I)

0のものの量子数は同じであり、質量も同程度であることが予想されるので、³⁾⁻⁵⁾ これらが混合を起こしてしまう。それ故グルーボール固有の特徴を探すと言う方法ではグルーボールを見つけることは難しい。そこで、次の方法が採られる。 $q\bar{q}$ 中間子として予想される中間子以外の状態が見つかったら、それをグルーボールの候補とする。又グルーボールであればその崩壊の仕方が $q\bar{q}$ 中間子のそれと異なるのでその崩壊の様子を調べる。

我々の中の一人 (T.T.) は、ここ数年間、グルーボールの候補の $\iota(1440)$ 、 $\theta(1720)$ 等の、 $q\bar{q}$ 中間子との混合と崩壊の仕方について調べてきた。解析の方法は、クォークの持っているカイラル対称性に着目して解析する方法、⁶⁾ $q\bar{q}$ 中間子の運動量 $\vec{p} \rightarrow \infty$ での漸近的対称性に着目して解析する方法⁷⁾ の2つであった。この中で $\iota(1440)$ 、 $\theta(1720)$ は各々、擬スカラー、テンソルのグルーボールの候補としての資格を十分に持っていることが示され、スカラーグルーボールとしては $S^*(975)$ 又は $S^{*'}(1770)$ がその候補である可能性の高いことが示された。

我々はこの論文において、 $q\bar{q}$ 中間子およびグルーボールの質量、およびこれらの間の相互作用に着目した“一般化された質量行列”を用いる方法⁸⁾ で解析を行った。解析の対象としたのは、 $J^{PC} = 0^{-+}$ (擬スカラー中間子)、 2^{++} (テンソル中間子)、そして 0^{++} (スカラー中間子) のグルーボールである。得られた結果は、 0^{-+} に対しては前の解析と同じで、 $\iota(1440)$ がグルーボールの非常に良い候補であって混合の割合も同じで、 η' との混合が強いという結論である。 2^{++} に対しては、やはり $\theta(1720)$ がグルーボールの良い候補であることが示されたが、 θ の質量が 1670 MeV 位の比較的低い値の方が良さそうである。混合の割合については前の解析の結果と多少異なっていた。 0^{++} に対しては、グルーボールの候補としては $S^*(975)$ を考える必要があることが示された。 $S^*(975)$ は $\epsilon(1300)$ と可成り強く混合し、 ϵ の質量を 1300 MeV にまで押し上げている。 $S^*(975)$ は S 的ではない

という結果が得られたが、その微候を持った状態が、900~990 MeV 領域で最近見つかった。⁹⁾ それ故、我々の得た上の結果は非常に興味あるものと考えられる。

2. $q\bar{q}$ 中間子及び gg グルーボール

2.1 $q\bar{q}$ 中間子

現在クォークは $q = (u, d, s, c, b, t)$ の6種類があると考えられているが、そのうち t クォークを除く5種類のクォークの存在が確認されている。これらは(赤, 青, 緑)の3原“色”を持っている。我々は、このうち質量の軽い (u, d, s) クォークのみを考察する。それらの量子数及び質量は表1の通りである。

表1 クォークの量子数と質量

クォークの種類	荷電 Q	アイソスピン I	I の第3成分 I_3	ストレンジネス S	質量*(MeV)
u	2/3	1/2	1/2	0	~300(7)
d	-1/3	1/2	-1/2	0	~300(7)
s	-1/3	0	0	-1	~500(175)

* 質量は構成的クォークの質量で、()内の数字は代数的クォークの質量

これらのクォーク q と反クォーク $\bar{q}$ が結合して9種の中間子を作る。 q のスピンは $1/2$ であるので、軌道角運動量 $L=0$ の場合、全角運動量 $J=0, 1$ の $^{2S+1}L_J = (^1S_0, ^3S_1)$ の2つの状態がある。これらの J^{PC} (P : パリティ, C : 荷電共役パリティ) は各々 0^{-+} , 1^{-+} で、これらは擬スカラー中間子、ベクトル中間子と呼ばれている。これらは全て見つかっており、量子数、質量とともに表2に掲げた。 $L=1$ の場合は、 $J^{PC} = (0^{++}, 1^{++}, 2^{++}, 1^{+-})$ の4つの状態があるが、それらの状態に対応する中間子も殆ど見つまっている。以下各々の状態 (multiplet) について少し詳細に見てみよう。

(a) 0^{-+} 中間子

表2 $L=0, 1$ の中間子

I	$q\bar{q}$ 成分	$L=0$		$L=1$			
		$0^{-+}(^1S_0)$	$1^{-+}(^3S_1)$	$0^{++}(^3P_0)$	$1^{++}(^3P_1)$	$1^{+-}(^1P_1)$	$2^{++}(^3P_2)$
1	$u\bar{d}, \bar{d}u$	$\pi^{\pm}(140)$	$\rho^{\pm}(770)$	$\delta^{\pm}(983)$	$A_1^{\pm}(1275)$	$B^{\pm}(1233)$	$A_2^{\pm}(1318)$
	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\pi^0(135)$	$\rho^0(770)$	$\delta^0(983)$	$A_1^0(1275)$	$B^0(1233)$	$A_2^0(1318)$
1/2	$u\bar{s}, s\bar{u}$	$K^{\pm}(494)$	$K^{*\pm}(892)$	$\kappa^{\pm}(1350)$	mix $Q^{\pm}(1270)$	$Q^{\pm}(1406)$	$K^{*\pm}(1426)$
	$d\bar{s}, s\bar{d}$	$K^0, \bar{K}^0(498)$	$K^{*0}, \bar{K}^{*0}(892)$	$\kappa^0, \bar{\kappa}^0(1350)$	$Q^0, \bar{Q}^0(1270)$	$Q^0, \bar{Q}^0(1406)$	$K^{*0}, \bar{K}^{*0}(1426)$
0	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$	$\eta(549)$	$\omega(783)$	$\epsilon(1300)$	$D(1285)$	$H(1190)$	$f(1274)$
	$s\bar{s}$	$\eta'(958)$ } mix	$\phi(1020)$	$S^*(975)$	$E(1422)$	$H'(?)$	$f'(1525)$

()内の数字は質量(単位はMeV)、1986年の Particle Data を参照¹⁰⁾

$I=0$ 状態の η , η' は各々 SU(3) 対称性の 8 (八重項) - 成分, 1 (一重項) - 成分に近い。8 - 成分を η_8 , 1 - 成分を η_1 と記すと

$$\eta_8 = \frac{1}{\sqrt{6}} (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}),$$

$$\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + 2s\bar{s})$$

である。良く知られている様に, η_8 の質量は Gell-Mann-Okubo の質量公式

$$3m_8^2 = 4m_K^2 - m_\pi^2 \quad (2-1)$$

により得られ, $m_8 = 567 \text{ MeV}$ となるが, これと η の質量は非常に近い。それに対して, η_1 の質量は, SU(3) - 一重項に特有の効果が無いとすると, (2-1) に似た質量公式

$$3m_1^2 = 2m_K^2 + m_\pi^2 \quad (2-2)$$

により得られ, $m_1 = 413 \text{ MeV}$ となる。これは η' の質量に較べて非常に小さい。QCD に於いては, グルオン g とクォーク q の相互作用が可成強いので SU(3) - 一重項に特有の効果として図 1 の様な相互作用 $q\bar{q} \rightarrow gg \rightarrow q\bar{q}$ が考えられる。¹¹⁾

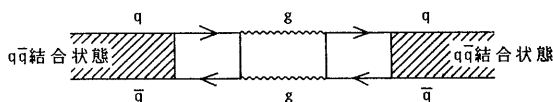


図 1 $q\bar{q} - q\bar{q}$ 相互作用

斜線の部分は結合状態内部の q と $\bar{q}$ の間の相互作用を表している。

この効果の質量への寄与を λ と記すと, η と η' の質量は次の質量行列の固有値となる。

$$M_S = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(4m_K^2 - m_\pi^2) & -\frac{2\sqrt{2}}{3}(m_K^2 - m_\pi^2) \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3}(m_K^2 - m_\pi^2) & \frac{1}{3}(2m_K^2 + m_\pi^2) + 3\lambda \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

固有状態 η , η' は各々 η_1 , η_8 の混合状態

$$\begin{cases} \eta = \eta_8 \cos \theta - \eta_1 \sin \theta \\ \eta' = \eta_8 \sin \theta + \eta_1 \cos \theta \end{cases} \quad (2-4)$$

で表される。基底を $N = \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} + d\bar{d})$, $S = s\bar{s}$ に変えると (2-3) は

$$M_I = \begin{pmatrix} m_N^2 + 2\lambda & \sqrt{2}\lambda \\ \sqrt{2}\lambda & m_S^2 + \lambda \end{pmatrix} \quad (2-3')$$

となる。但し, $m_N^2 = m_\pi^2$, $m_S^2 = 2m_K^2 - m_\pi^2$ 。固有値の 1 つを $m_{\eta'}^2$ にすると $\lambda = 0.224 \text{ GeV}^2$, $m_{\eta'}^2$ にすると $\lambda = 0.781 \text{ GeV}^2$ と, 可成り大きな効果である。混合角を計算すると

$$\tan^2 \theta = \frac{m_8^2 - m_\eta^2}{m_{\eta'}^2 - m_8^2}, \quad (2-5)$$

より $\theta = -10^\circ$ (一符号は (2-3) の知識より) が得られる。

この様に, この中間子の $I=0$ の質量には λ の効果が非常に大きな役割を持っているが, 更に 2.2 で述べる様に, gg 結合状態のグルーボールとの混合も考えられる。この問題を考えるのがこの論文の目的である。

(b) 1^- 中間子

0^{++} の場合と違って 1^- 状態の場合 $q\bar{q} \rightarrow ggg \rightarrow q\bar{q}$ の様に (図 2), 3 つのグルオンが通る。

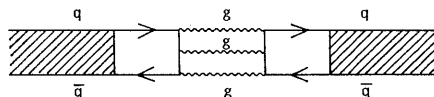


図 2 $q\bar{q} - q\bar{q}$ 相互作用

それ故このグラフの寄与は, 0^{++} の場合に較べて小さいと考えられる。これを無視すると, 1^- 中間子に対する (2-3') と同様の質量行列は

$$M_I = \begin{pmatrix} m_N^2 & 0 \\ 0 & m_S^2 \end{pmatrix}, \quad (2-6)$$

但し $m_N^2 = m_\rho^2$, $m_S^2 = 2m_K^{*2} - m_\rho^2 = (0.999)^2 \text{ GeV}^2$ となるが, 実際これらは m_ω^2 , m_ϕ^2 に非常に近い値となっている。この様に 1^- 中間子の場合, グルオン相互作用の効果 λ が小さい上に, 2.2 で見る様にグルーボールの質量も非常に高くなる可能性があるので, この論文では 1^- 中間子は考えない。

(c) 0^{++} 中間子

この中間子は一応表 2 の様な割当が成されているが, 次の様な問題点を含んでいるため未だ確定している訳ではない。その問題点の 1 つは, ϵ が N に近い状態でありながら δ の質量に比べて大きな質量を持つこと, 問題点の第 2 は S^* が $S = s\bar{s}$ に近い状態と考えているのにも拘らず, $m_S^2 = 2m_\pi^2 - m_\delta^2 = (1.64 \text{ GeV})^2$ の質量の値に比べて小さな質量を持つことである。この問題に対して, S^* を $q\bar{q}q\bar{q}$ 状態とする考え方, 又ユニタリティーの効果による説明, そして $K, \bar{K}$ の分子の結合による説明¹²⁾がある。

0^{++} 中間子の場合, 0^{++} 中間子と同様, 図 1 の様な $q\bar{q}$

→ $gg \rightarrow q\bar{q}$ の相互作用があるので, 0^{-+} 同様, グルオンの質量への効果 λ の寄与は可成りあると考えられる。更に 2.2 で示される様に, gg の結合状態であるグルーボールが非常に低い所にあることが予想³⁾⁻⁵⁾されているので, $q\bar{q}$ とグルーボールとの混合が大きく効いてくる可能性がある。我々はこの様な考え方で, 上の問題を解く可能性について考える。

(d) $1^{++}, 1^{+-}$ 中間子

1^{++} 中間子の場合, $q\bar{q} \rightarrow gg \rightarrow q\bar{q}$ の相互作用があるが, この時の gg は $L=3$ の状態になるので, $L=0$ の場合の 0^{++} とか, $L=1$ の場合の 0^{-+} に較べてこの相互作用は小さくなると思われる。又 1^{+-} 中間子の場合, 1^{-} 中間子の場合と同様 $q\bar{q} \rightarrow ggg \rightarrow q\bar{q}$ の相互作用は小さくなる。それ故この2つの中間子についてはこれ以上議論しないことにする。

(e) 2^{++} 中間子

この中間子の場合, $q\bar{q} \rightarrow gg \rightarrow q\bar{q}$ の相互作用が gg の $L=0$ の状態でありうる。それ故 0^{-+} , 0^{++} と同様に λ の影響, グルーボールとの混合の寄与があるはずである。我々はこの寄与について, 又グルーボールの候補についての考察を行う。

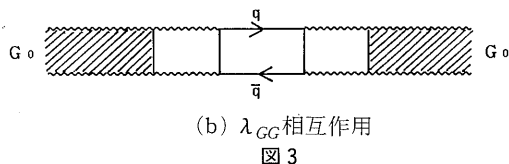
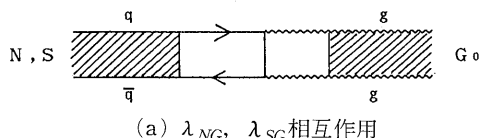
2.2 gg グルーボール

QCD に於ては, グルオン相互の相互作用により, いくつかのグルオンで作られた結合状態(グルーボール)が出来る。このグルーボールの質量は種々なモデルで計算されているが, どのモデルも大体同じ様な値を出している。表 3 (a), (b), (c) に, 各々のモデルで計算されている基底状態, 又は基底状態に近いグルーボールの質量を掲げておこう。

3. 一般化された質量行列

2.1 で議論したように, 図 1 で表されるような相互作用で, $I=0$ の N と S の間の混合が起こる。又 2.2 で議論したように, $I=0$ のグルーボールの存在が⁶⁾言われている。それ故グルーボール(これを G_0 と記す)と N ,

S との間に相互作用があれば, G_0 と N , S との間にも混合が起こる。例えば, その様な相互作用としては図 3 (a) の様なものが考えられる。更に, G_0 と G_0 の間にも, $q\bar{q}$ の中間状態があり得る(図 3(b))ので, 結局, 式(2-3')を



拡張した次の様な質量行列が考えられる。

$$M_I = \begin{pmatrix} m_N^2 + 2\lambda_{NN} & \sqrt{2}\lambda_{NS} & \sqrt{2}\lambda_{NG} \\ \sqrt{2}\lambda_{NS} & m_S^2 + \lambda_{SS} & \lambda_{SG} \\ \sqrt{2}\lambda_{NG} & \lambda_{SG} & m_{G^2} + \lambda_{GG} \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

ここで, u, d クォークと s クォークの質量が異なることによる $SU(3)$ の破れの効果を考慮して, (2-3') の λ を $\lambda_{NN}, \lambda_{NS}, \lambda_{SS}$ の様にした。我々はこの質量行列を以後“一般化された質量行列”と呼ぶ。

(3-1) 式において, N と S との相互作用を考えないで, G_0 と N 又は G_0 と S との相互作用のみを考えて解析した仕事⁴⁾, $SU(3)$ の破れを無視して, $\lambda_{NN} = \lambda_{NS} = \lambda_{SS}$, $\lambda_{NG} = \lambda_{SG}$ として解析した仕事¹³⁾がある。この様な解析で可成り成功を収めているが, たとえば 2^{++} 中間子では満足な結果が得られていない。¹⁴⁾ そこで我々は図 1, 図 3 (a), (b) のグラフを参考にして λ が次の関係を満足するとする。

$$\frac{\lambda_{NS}}{\lambda_{NN}} = \frac{\lambda_{SS}}{\lambda_{NS}} = \frac{\lambda_{SG}}{\lambda_{NG}} \quad (3-2)$$

即ち

$$\lambda_{NN} = \lambda, \quad \lambda_{NS} = k\lambda, \quad \lambda_{SS} = k^2\lambda,$$

表 3 グルーボールの質量

(a) Bag Model³⁾

モード	J^{PC}	質量(MeV)
$(TE)^2$	0^{++}	1140
	2^{++}	2120
$(TE)(TM)$	0^{-+}	1440
	2^{-+}	2300
$(TM)^2$	0^{++}	1550
	2^{++}	2300

(b) Potential Model⁴⁾

L	J^{PC}	質量(MeV)
0	0^{++}	1100-1200
	2^{++}	1550-1650
1	0^{-+}	1300-1400
	1^{-+}	1400-1550
	2^{-+}	1700-1800

(c) Lattice Gauge Theory⁵⁾

$m(0^{++}) = 740 \pm 40$ MeV
$m(0^{-+}) = 1420 \pm \frac{240}{170}$ MeV
$m(2^{++}) = 1620 \pm 100$ MeV
$m(1^{-+}) = 1730 \pm 220$ MeV
$m(0^{--}) = 2880 \pm 300$ MeV
$m(2^{--}) = 3420 \pm 300$ MeV
$m(1^{+-}) = 2980 \pm 300$ MeV

グルオンの自己エネルギー比:

$C_{TE}/C_{TM} = 1$. 0^{-+} の質量を input

$$\lambda_{NG} = l\lambda, \quad \lambda_{SG} = kl\lambda, \quad (3-2')$$

ここで、 k は $SU(3)$ の破れの程度を表すパラメータで 1 に近い正の数とし、 λ, l は任意の実数とする。このパラメータの採り方は、E. Kawai⁸⁾ によって採用された λ の分解 $\lambda_{NN} = \lambda_N^2, \lambda_{NS} = \lambda_N \lambda_S, \lambda_{SS} = \lambda_S^2, \lambda_{NG} = \lambda_N \lambda_G, \lambda_{SG} = \lambda_S \lambda_G, \lambda_{GG} = \lambda_G^2$ と同じである。但し、我々が λ_{GG} は他の λ と関係無いとしている点が彼のものとは違っている。彼はこの仮定の基で、 0^{-+} 中間子の解析を行い、我々の 1 人 (T. T.) がカイラル対称性を用いて求めた結果⁶⁾ とか、漸近的対称性を用いて求めた結果⁷⁾ と同じ結果を得ており、これは実験を良く説明している。それ故、(3-2) 又は (3-2') の仮定が 0^{-+} 中間子以外にも成立するとしよう。

$m_N^2 = m_\pi^2, m_S^2 = 2m_K^2 - m_\pi^2$ ($m_\pi: I=1$ の中間子の質量, $m_K: I=1/2$ の中間子の質量) は既知であり、 m_G^2 として Lattice Gauge Theory 等で求められた値を用いると、 $(\lambda, k, l, \lambda_{GG})$ の 4 つのパラメータが未知量となる。式 (3-1) の 3 つの固有値を実験で分かっている $I=0$ の状態の質量に合わせると、上の 4 つのパラメータの中の 3 つが決まり、1 つのパラメータのみ未知となる。未知のパラメータとして λ を採ると、 k, l, λ_{GG} は次式より決まる。

$$k^2 = -2(m_S^2 - m_\eta^2)(m_S^2 - m_{\eta'}^2)(m_S^2 - m_\iota^2) / \{2\lambda(m_S^2 - m_N^2)^2 + (m_N^2 - m_\eta^2)(m_N^2 - m_{\eta'}^2)(m_N^2 - m_\iota^2)\}, \quad (3-3)$$

$$l^2 = \frac{1}{\lambda}(m_\eta^2 + m_{\eta'}^2 + m_\iota^2 - m_N^2 - m_S^2 - 2\lambda - \lambda k^2) \times \left(1 + \frac{m_N^2 m_S^2}{(2m_S^2 + k^2 m_N^2)\lambda}\right) - \frac{m_\eta^2 m_{\eta'}^2 m_\iota^2}{(2m_S^2 + k^2 m_N^2)\lambda^2}, \quad (3-4)$$

$$\lambda_{GG} = m_\eta^2 + m_{\eta'}^2 + m_\iota^2 - m_N^2 - m_S^2 - m_G^2 - 2\lambda - \lambda k^2. \quad (3-5)$$

ここで $m_\eta, m_{\eta'}, m_\iota$ は $I=0$ の 3 つの状態の質量を表す。固有状態 (η, η', ι) と (N, S, G_0) とは直交行列 U で次のように関係している。

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \\ \iota \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} N \\ S \\ G_0 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} a_{\eta N} & a_{\eta S} & a_{\eta G} \\ a_{\eta' N} & a_{\eta' S} & a_{\eta' G} \\ a_{\iota N} & a_{\iota S} & a_{\iota G} \end{pmatrix} \quad (3-6)$$

ここで $a_{\eta N}, a_{\eta S}, \dots$ は次式で表される。

$$(a_{iN}, a_{iS}, a_{iG}) = N_i (\sqrt{2} l \lambda (m_S^2 - m_i^2), kl\lambda (m_N^2 - m_i^2), 2k^2 \lambda^2 - (m_N^2 - m_i^2 + 2\lambda))$$

$$\times (m_S^2 - m_i^2 + k^2 \lambda)),$$

$$N_i = [2 l^2 \lambda^2 (m_S^2 - m_i^2)^2 + k^2 l^2 \lambda^2 (m_N^2 - m_i^2)^2 + \{2k^2 \lambda^2 - (m_N^2 - m_i^2 + 2\lambda)(m_S^2 - m_i^2 + k^2 \lambda)\}^2]^{-1/2}, \quad i = \eta, \eta', \iota. \quad (3-7)$$

最後に次の点を強調しておこう。上の (3-3) ~ (3-7) 式から判るように、 m_G^2 に関係しているのは λ_{GG} だけであるので、これから我々が得る結果、たとえば k とか混合パラメータ等は m_G^2 の採り方には無関係である。

4. 解析結果

4.1 0^{-+} 中間子

0^{-+} のグルーボールの候補としては、 $\iota(1440)$ が最有力である。(3-3) ~ (3-7) 式の質量として次の値を用いる。¹⁰⁾

$$m_N = 0.1373 \text{ GeV}, m_S = 0.6874 \text{ GeV}, m_\eta = 0.5488 \text{ GeV}, m_{\eta'} = 0.9576 \text{ GeV}, m_\iota = 1.44 \text{ GeV}. \quad (4-1)$$

又、 G_0 の質量は 2 章の表 3 を参考にして次の値を用いる。

$$m_G = 1.4 \text{ GeV}. \quad (4-1')$$

未知のパラメータ λ は、以下の様にして $\eta \rightarrow 2\gamma, \eta' \rightarrow 2\gamma$ 崩壊巾の実験値を用いて決める。これらの崩壊巾を求める式は

$$\Gamma(P^i \rightarrow 2\gamma) = \frac{m_i^3}{64\pi^2} |F^i|^2, \quad P^i = \pi^0, \eta, \eta', \iota \quad (4-2)$$

であるが、この F^i は図 4 の様なクォークの三角グラフの振幅であるので、 P^i 中のクォークの成分で決まり、次の関係が成り立つ。

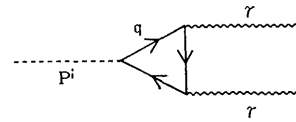


図 4 2γ 崩壊図

$$\left| \frac{5}{3} a_{iN} + \frac{\sqrt{2}}{3} k a_{iS} \right| = |F^i / F_{\pi^0}| \quad (4-3)$$

$$= \left[\frac{\Gamma(P^i \rightarrow 2\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)} \left(\frac{m_\pi}{m_i} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i = \eta, \eta', \iota$$

ここで、図 4 の三角グラフと図 1 のグラフの左半分が同じである(前者は γ が終状態であり後者は g が中間状態になっている違いがある)ことから、 N と S の寄与にはグルーオンの場合と同じ $SU(3)$ の破れがあると仮定した。

(4-3)式で

$$\begin{aligned}\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) &= 7.47 \pm 0.34 \text{ eV}, \\ \Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma) &= 0.408 \pm 0.058 \text{ keV}, \\ \Gamma(\eta' \rightarrow 2\gamma) &= 4.56 \pm 0.75 \text{ keV},\end{aligned}\quad (4-4)$$

の実験値¹⁰⁾を用いて右辺を与え, 左辺を (3-3) ~ (3-7) 式を用いて求め, 最小自乗法で λ を決めた。 λ が決まると他のパラメーターも決まり, その結果は

$$\begin{aligned}\lambda &= 0.360 \text{ GeV}^2, \quad k = 0.809, \quad l = -0.801, \\ \lambda_{GG} &= -0.115 \text{ GeV}^2,\end{aligned}\quad (4-5)$$

$$\begin{cases} \eta = 0.7249 N - 0.6831 S + 0.0883 G_0, \\ \eta' = 0.5905 N + 0.6823 S + 0.4310 G_0, \\ \iota = -0.3547 N - 0.2603 S + 0.8980 G_0. \end{cases}\quad (4-6)$$

(3-4)式から判るように, l の符号は決まらないが, (4-6)式の様な混合パラメーターになる様にした。

(4-6)式の結果は文献 6), 7) で得られた結果と非常に良く一致している。文献 6) で用いられた方法はカイラル対称性を用いる方法であるが, これの適用できる中間子は 0^{-+} 中間子だけであり, 他の中間子に適用出来ないと言う短所があった。文献 7) で用いた方法は漸近的対称性を用いる方法であるが, これは 0^{-+} 以外の中間子に適用出来る利点はあるが, 混合を起こすメカニズムがどの様なものかという点が不明であった。ここで用いた方法はそれらの短所を改良した有力な方法であることが判る。

(4-6)式から判るように, ι は G_0 以外に, $q\bar{q}$ 成分を可成り含んでいる。このことが ι の崩壊に影響を現すわけであるが, 実験と比較してみよう。

理論値	実験値
$\Gamma(\iota \rightarrow 2\gamma) =$	$< 1.6/B(\iota \rightarrow K\bar{K}\pi) \text{ keV}^{15)}$
$4.32 \pm 0.20 \text{ keV},$	$< 2.2/B(\iota \rightarrow K\bar{K}\pi) \text{ keV}^{16)}$
(4-7)	
$\Gamma(\iota \rightarrow \rho\gamma) =$	$0.5 \text{ MeV (95 \% の信頼度)}$
$0.72 \pm 0.10 \text{ MeV},$	$2.9 \pm 1.6 \text{ MeV}$
	$1.4 \pm 0.6 \text{ MeV}^{17)}$
(4-8)	

$B(\iota \rightarrow K\bar{K}\pi)$ は 0.5 ~ 1.0 程度の値であるので, 上の結果は実験と矛盾したものでなく, むしろ合っていると言ってよいであろう。

4.2 0^{++} 中間子

2.1(c) および, 2.2 で見たように 1 GeV の近くにグルーボールがあることが示唆されている。そしてそれが

N と可成り強く混合する可能性があるので, 1 GeV の近くに N 的な粒子と, $q\bar{q}$ 的でない粒子があるはずである。前者を ϵ (1300), 後者を S^* (975) と考えられるであろうか。それをこの小節で調べたい。 $I=0$ の残りの粒子としては $G(1590)^{10)}$ と $S^{*'}(1730)^{18)}$ があるが, 各々について調べてみる。(3-3) ~ (3-7) 式中の $m_N, m_S, m_{\eta}, m_{\eta'}, m_{\iota}$ の値としては各々 $m_\delta, \sqrt{2m_x^2 - m_\delta^2}, m_\epsilon, m_{G(1590)} (m_{S^{*'}}), m_{S^*}$ の値を用いる。

$$\begin{aligned}m_N &= 0.983 \text{ GeV}, \quad m_S = 1.637 \text{ GeV}, \quad m_\epsilon = 1.3 \text{ GeV}, \\ m_{G(1590)} &= 1.587 \text{ GeV} \quad (m_{S^{*'}} = 1.73 \text{ GeV}), \\ m_{S^*} &= 0.975 \text{ GeV}.\end{aligned}\quad (4-9)$$

$G(1590)$ の場合, (3-3) の解が存在しない。 x の崩壊中が非常に大きいことを考慮して m_x として $m_x = 1.32 \text{ GeV}$ にすると解は存在する。しかし, $G(1590)$ の崩壊モードは, $\eta\eta, \eta\eta'$ が主なもので, $K\bar{K}$ のモードが見つかっていないということなので, 今の我々の計算で得られる $G(1590) \sim s\bar{s}$ と矛盾するので, この $G(1590)$ は考察の対象から除外する。

$S^{*'}(1730)$ の場合, λ として 0.36 GeV^2 を採り, $S^{*'}$ の質量として 1.70 GeV を採ると, 次の解を得る。 λ の値が 0^{-+} 中間子の場合と同じであるが, 同じにならないと必然性は無い。この値にすると実験との一致が良くなる。

$$\begin{aligned}\lambda &= 0.36 \text{ GeV}^2, \quad k = 0.582, \quad l = -0.514, \\ \lambda_{GG} &= 0.0437 \text{ GeV}^2,\end{aligned}\quad (4-10)$$

$$\begin{cases} \epsilon = 0.9066 N - 0.2729 S - 0.3217 G_0, \\ S^{*'} = 0.2568 N + 0.9620 S - 0.0925 G_0, \\ S^* = 0.3347 N + 0.0012 S + 0.9423 G_0. \end{cases}\quad (4-11)$$

ここで l の符号は 0^{-+} 中間子の場合と同じにした。(4-11)の混合パターンは, 文献 7) で得られた混合パターンと少し異なっている。文献 7) の方は, $S^{*'} & S^*$ が非常に強く混合していたのに対し, 今回の結果は ϵ と $S^{*'}$ が可成り強く混合するパターンになっている。 ϵ が N 的であるのはどちらの計算でも出てくる。 λ が変わればこの混合パターンも変わるが, $S^{*'}$ の 3 つの成分, ϵ の S 成分, S^* の S 成分は殆ど変化せず, ϵ の N, G_0 成分, $S^{*'}$ の N, G_0 成分が大きく変化する。又 $S^{*'}$ の質量が変化すると, ϵ の S, G_0 成分, $S^{*'}$ の N 成分, S^* の N 成分が変化する。それ故, $S^{*'} & S^*$ が強く混合するというパターンは今の我々の計算では出てこない。

上の結果 (4-10), (4-11) は以下に見られるように, $\epsilon, S^{*'}, S^*$ の崩壊に関する実験値と良く一致する。先ず $\epsilon \rightarrow K\bar{K}$ と $\epsilon \rightarrow \pi\pi$ 崩壊の分岐比について見る。この時,

$$\Gamma \propto p/m, \quad p: \text{崩壊運動量}, \\ m: \text{崩壊粒子の質量} \quad (4-12)$$

を用いる。

$$\frac{B(\epsilon \rightarrow K\bar{K})}{B(\epsilon \rightarrow \pi\pi)} = \frac{\text{理論値}}{0.072}, \quad \frac{\text{実験値}^{10)}}{0.11}. \quad (4-13)$$

理論値は S^* の質量が大きくなるとともに小さくなる。
次に S^* の崩壊の分岐比を計算してみる。

$$\frac{B(S^* \rightarrow \pi\pi) \cdot B(S^* \rightarrow K\bar{K})}{\Gamma(\epsilon \rightarrow \pi\pi) \cdot \Gamma(\epsilon \rightarrow K\bar{K})} = \frac{\text{理論値 (MeV}^{-2})}{\text{実験値 (MeV}^{-2})} \\ \frac{0.99}{191^2} \sim \frac{0.99}{356^2}, \quad \frac{0.66}{150^2} \sim \frac{0.66}{400^2} \quad (4-14)$$

ここで我々は、上の値を計算するのに、次の実験値を用いた。¹⁸⁾

$$\Gamma(S^* \rightarrow \text{all}) = 200 \pm \frac{156}{9} \text{ MeV}, \\ B(S^* \rightarrow \pi\pi) \cdot B(S^* \rightarrow K\bar{K}) = (0.243)^2. \quad (4-15)$$

(4-14)式の理論値は、 S^* の質量が大きくなるにつれて大きくなる。次に S^* の崩壊について見る。 $S^* \rightarrow \pi\pi$ と $\epsilon \rightarrow \pi\pi$ の崩壊巾の比を (4-11) 式の混合パラメーターで計算すると

$$\frac{\Gamma(S^* \rightarrow \pi\pi)}{\Gamma(\epsilon \rightarrow \pi\pi)} = \frac{\text{理論値}}{13\%}, \quad \frac{\text{実験値}^{10)}}{7 \sim 20\%}. \quad (4-16)$$

ここまでの結果は実験と良く合っていた。しかし、 $S^* K\bar{K}$ の結合定数 $g_{S^* K^+ K^-}$ と $S^* \pi\pi$ の結合定数 $g_{S^* \pi^+ \pi^-}$ の比の実験値と理論値は次の様に非常に異なっている。

$$\left| \frac{g_{S^* K^+ K^-}}{g_{S^* \pi^+ \pi^-}} \right| = \frac{\text{理論値}}{0.50}, \quad \frac{\text{実験値}^{19)}}{2}. \quad (4-17)$$

S^* の質量、 λ をどの様に変化させても、 S^* の S 成分を大きくすることが出来ない (λ を大きくすると S^* の N の成分を多少小さくできるが、 $|g_{S^* K^+ K^-}/g_{S^* \pi^+ \pi^-}|$ の理論値は殆ど変化しない)、この理論では (4-17) の矛盾を解決出来ない。

しかし最近、 S^* は 3 つの共鳴状態に分離されるのではないかという報告がなされた。⁹⁾ もともと S^* の質量領域は $K\bar{K}$ の閾値の近くで、(4-17) の実験値は $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$, $PP \rightarrow K\bar{K}$ (P : ポメロン) の散乱実験から間接的に求めたものである。今回、文献 9) の著者達は、新しいデータを解析することにより上述の結論を得た。彼らの報告によるとその 3 つの共鳴状態は $S_1(991)$, $S_2(988)$, $\epsilon(900)$ で、前 2 者は崩壊巾が小さく、3 番目のものは比較的那れが大きい。そしてそれらの $|g_{S^* K^+ K^-}/g_{S^* \pi^+ \pi^-}|$

は

$$\left| \frac{g_{S^* K^+ K^-}}{g_{S^* \pi^+ \pi^-}} \right| = \begin{matrix} S_1(991) & S_2(988) & \epsilon(900) \\ 1.1, & 14, & 0.46, \end{matrix} \quad (4-18)$$

である。この中の $S_1(991)$ と $\epsilon(900)$ が我々の計算で得られた N 的な S^* と考えれば一応 (4-17) の矛盾からは逃れることが出来る。いずれにしろ、現段階では、未だ (4-17) の実験値の 2 というのは確定したものと考える必要は無さそうなので、我々の計算の結果は有意なものと考えてよからう。

かくして、 0^{++} 中間子にまつわる永年の問題点が、丁度 0^{-+} 中間子における η' -問題が η' とグルーボールの混合を考えることにより解かれた様に、 ϵ とグルーボール " S^* " の混合を考えることにより解かれる可能性のあることが示された。

4.3 2^{++} 中間子

2^{++} のグルーボールの候補になっているのは θ (1720) である。これは次の様な J/ψ の輻射崩壊²⁾

破壊モード	θ の質量 (MeV)	分岐比 (10^{-4} の単位)
$J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma K\bar{K}$	$1720 \pm 10 \pm 10$	$9.6 \pm 1.2 \pm 1.8$
$J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma\eta\eta$	1670 ± 50	3.8 ± 1.6
$J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma\pi\pi$	1713 ± 15	$2.4 \pm 0.6 \pm 0.5$

(4-19)

で発見されており、ハドロニックな反応では見つからないということで、グルーボールの有力な候補になっている。又 2.2 で見た様に、 $1.6 \sim 2.1$ GeV の間に 2^{++} の gg 状態が予言されていることも、そのひとつの理由である。この小節では、質量及び $q\bar{q}$ 状態との混合の側面から上記の θ がグルーボールであるかどうかを調べる。

(3-3) ~ (3-7) 式中の m_N , m_η , $m_{\eta'}$ の値は、今の場合、 m_A , m_f , $m_{f'}$ の値となる。 m_G としては、1.8 GeV を採る。

$$m_N = 1.318 \text{ GeV}, \quad m_f = 1.273 \text{ GeV}, \\ m_{f'} = 1.525 \text{ GeV}, \quad m_G = 1.8 \text{ GeV}. \quad (4-20)$$

$m_S = \sqrt{2m_{K^*}^2 - m_A^2}$ は、 $m_{K^*} = 1.426$ GeV であるので $m_S = 1.526$ GeV と非常に $m_{f'}$ に近く、 k が (3-3) 式にあるように $m_S^2 - m_{f'}^2$ に敏感であるので、一応 m_S を自由なパラメーターとしておく。又、 $m_i = m_\theta$ も、(4-19) のデータにある様に未だ確定していないので自由なパラメーターとする。

$$m_S = 1.520 \sim 1.540 \text{ GeV}, \quad m_\theta = 1.67 \sim 1.72 \text{ GeV}, \\ \lambda = -0.10 \sim 0.2 \text{ GeV}^2. \quad (4-20')$$

解析結果は次の様な傾向がある。先ず第 1 に、 $m_S - m_{f'}$

に a_{fN} , a_{fG} , $a_{\theta S}$ が敏感で, $m_S - m_{f'}$ が大きくなるとこれらの絶対値が大きくなる。又, k も大きくなる。 f は非常に N 的で, f' も殆ど S 的であるので, $m_S - m_{f'}$ の値をある値以上には出来ない。第2に, m_θ が大きくなる時, $a_{\theta S}$, a_{fG} の絶対値が小さくなる。それ故, m_θ が小さい方が, (4-19)の実験値に良く合う。第3に, λ は 0^- , 0^{++} 中間子の場合と違って, 負の値の方が適当な解が得られ, λ の絶対値が大きくなると a_{fG} , $a_{\theta N}$ の絶対値が急に小さくなり, a_{fG} , $a_{\theta S}$ の絶対値がゆっくり小さくなる。 k はその時, ゆっくり大きくなる。

(4-20)式の値, 及び, m_S , m_θ , λ として次の値を採ると, (4-22)の解を得る。

$$\begin{aligned} m_S &= 1.529 \text{ GeV}, & m_\theta &= 1.67 \text{ GeV}, \\ \lambda &= -0.05 \text{ GeV}^2, \\ k &= 0.468, & l &= 1.83, & \lambda_{GG} &= -0.469 \text{ GeV}^2, \end{aligned} \quad (4-21)$$

$$\begin{cases} f = 0.9921 N + 0.0534 S + 0.1121 G_0, \\ f' = -0.0624 N + 0.9939 S + 0.0856 G_0, \\ \theta = -0.1089 N - 0.0927 S + 0.9900 G_0. \end{cases} \quad (4-22)$$

(4-20)の結果を用いて, f , f' , θ の崩壊の分岐比を計算し, 実験データと比較してみよう。この時, $2^{++} \rightarrow 0^{-+} + 0^{-+}$ 崩壊に際しては, $\Gamma \propto p^5$ (p : 崩壊運動量) とする。 $2^{++} \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊に対しては, $\Gamma \propto m^3$ (m : 崩壊粒子質量) とし, $0^{-+} \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊の場合の様に三角グラフ (図4参照) がこの過程に効くとする。又 (4-19)にある様な崩壊 $J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma K\bar{K}$ 等の分岐比を考える際には位相相積を無視する。

$\frac{B(f \rightarrow K\bar{K})}{B(f \rightarrow \gamma\gamma)}$	理論値	実験値
$\frac{\Gamma(f \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(A_2 \rightarrow \gamma\gamma)}$	2.51	3.00 ± 0.64 ,
$\frac{B(f' \rightarrow \pi\pi)}{B(f' \rightarrow K\bar{K})}$	0.023	0.012 ± 0.004 ,
$\frac{\Gamma(f' \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(A_2 \rightarrow \gamma\gamma)}$	0.023	0.125 ± 0.059 ,
$\frac{B(J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma\pi\pi)}{B(J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma K\bar{K})}$	0.67	0.25 ± 0.14 ,
$\frac{B(J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma\eta\eta)}{B(J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma K\bar{K})}$	0.24	0.40 ± 0.21 .

(4-23)

この結果を見ると, $B(J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma\pi\pi)/B(J/\psi \rightarrow \gamma\theta \rightarrow \gamma K\bar{K})$ が大きく出過ぎるが, m_θ を小さくすることによりこれは改善される。勿論, θ の N , S 成分は1%程度(2乗して)故, ハドロニックな反応では θ は見つけにくくなっている。

文献7)の結果と比較しておこう。当時の θ の質量 $m_\theta = 1.64 \text{ GeV}$ を用いて解析したものであるが, (4-22)に比して, $|a_{f'G}|$, $|a_{\theta S}|$ が3倍位大きく出ている。

5. 結 論

我々は, $q\bar{q}$ 中間子の質量, gg グルーボールの質量及びこれらの間の相互作用を含む一般化された質量行列を用いることにより, 0^{-+} , 0^{++} , そして 2^{++} 中間子及びグルーボールの質量及び混合問題を解いた。

0^{-+} 中間子においては, $\iota(1440)$ がグルーボールの良い候補であり, η' と可成り混合していることが示された。この結果は, カイラル対称性を用いる方法及び漸近的対称性を用いる方法で得られた結果と同じものであった。 0^{++} 中間子においては, S^* がグルーボールの候補と考えられ, N 的な $\epsilon(1300)$ と相当混合し, ϵ の質量を1300 MeV 近くまで押し上げていることが示された。この $S^*(975)$ は S 的でないが, その様な徴候を持った状態が, 最近, 900~990 MeV 領域で見つかっている。 2^{++} 中間子においては, $\theta(1720)$ がグルーボールの良い候補であることが示された。この時, θ の質量を1720 MeV より幾分小さいと考えた方が実験に良く合わせられる。

本研究は, 昭和60年度, 61年度及び62年度の本学特別研究Bの研究費補助により進められたことを報告し, 関係各位に深く感謝する。

参 考 文 献

- 1) H.Fritzsch and P. Minkowski, *Nuovo Cimento* 30 A, 393(1975);
P.G.O. Freund and Y. Nambu, *Phys. Rev. Lett.* 34, 1645(1975).
- 2) B.Jean-Marie, in *Proceedings of the XXIII International Conference on High Energy Physics*, (Berkeley, California, 1986), p.652;
L.Köpke (Representing the Mark III Collaboration), *ibid.*, p.692.
- 3) R.L.Jaffe and K. Johnson, *Phys. Lett.* 60 B, 201(1976);
J.F. Donoghue, K. Johnson and B. An Li, *Phys. Lett.* 99 B, 416(1981).
- 4) D.Robson, *Nucl. Phys.* B 130, 328(1977).
- 5) K.Ishikawa, G. Schierholz, A. Sato and M. Teper, *Z. Phys.* C 21, 167(1983).
- 6) T.Teshima and S. Oneda, *Phys. Lett.* 123 B, 455(1983);
T.Teshima and S. Oneda, *Phys. Rev.* D 29, 2067(1984).
- 7) T.Teshima and S. Oneda, *Phys. Rev.* D 27, 1551(1983);
T.Teshima and S. Oneda, *Phys. Rev.* D 33, 1974(1986).
- 8) E.Kawai, *Phys. Lett.* 124 B, 262(1983).

- 9) K.L.Au, D.Morgan and M. R. Pennington, Phys. Rev. D **35**, 1633(1987).
- 10) Particle Data Group, Phys. Lett. **170 B**, (1986).
- 11) A.De Rūjula, H. Georgi, and S.L. Glashow, Phys. Rev. D **12**, 147(1976).
- 12) R.L.Jaffe, Phys. Rev. D **15**, 267(1977); **15**, 281(1977);
N.A.Törnqvist, Phys. Rev. Lett. **49**, 624(1982);
M.Frank et al., Phys. Rev. D **32**, 2971(1985).
- 13) N.Isgur, Phys. Rev. D **13**, 122(1976);
N.H. Fuchs, Phys. Rev. D **14**, 1912(1976).
- 14) J.L. Rosner and S.F.Tuan, Phys. Rev. D **27**, 1544(1983).
- 15) H.Aihara et al., Phys. Rev. Lett. **57**, 51(1986).
- 16) H.Kolanoski, in *Proceedings of the 1985 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies*, (Kyoto, 1985), p 90.
- 17) D.Hitlin, in *Proceedings of the 1983 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies*, (Cornell, 1983), p 746.
- 18) A.Etkin et al., Phys. Rev. D **25**, 2446(1982).
- 19) N.N.Achasov, S.A.Devyanin, and G.N.Shestakov, Phys. Lett. **102 B**, 196(1981);
P.Estabrooks, Phys. Rev. D **19**, 2678(1979).