

微小変位にもとづく、曲線の接線等の 実用的図学解法（続）

伊 藤 三 郎* 小 野 博 宜**

Une Graphie Pratique pour Déterminer les Tangentes de la Courbe et les Autres, Fondées sur le Déplacement Infinitésimal du Point (Suite)

Samuro ITO, Hironobu ONO

Ce que l'étude précédente a expliqué était que la tangente en un point de la courbe sera déterminée par le déplacement infinitésimal du point de tangence, et pour obtenir sur nos épreuves, si petit mouvement inobservable, auteurs présentaient une solution au moyen de la proportion qui existe entre les composantes de sa direction, et ils se propoiaient quelques applications aux courbes planes. Cette fois, nous allons étudier en ce qui concerne les tangentes qui se trouvent au croisement de la ligne de l'intersection de deux surfaces, c'est-à-dire au point double.

En ce point spécial, les plans tangents qui feront à leur croisement une tangente au point courant ordinaire, ne pourront plus la faire.

Nous avons déjà, deux méthodes très connues, "du cône d'erreur et de l'indicatrice."

Pourtant, bien qu'elles soient excellentes, comme on a su, mais on s'embarrassera par les fois à cause de la position incertaine où elles se rencontrent.

Auteurs proposeront une méthode nouvelle qui permettra de remédier à cet inconvénient.

Considérons deux diamètres conjugués communs des indicatrices. et si l'un est une tangente à la ligne de séparative de l'ombre propre de cette surface, l'autre doit être un des rayons lumineux passant par ce point de tangence.

En cône d'erreur, le point de croisement de sa base et de la trace du plan tangent commun de deux surfaces, se trouvera à la distance par rapport aux pieds de la tangente et celui du rayon, en proportion directe, à l'intérieur et à l'extérieur, de racine carrée du rayon de courbure de la section plane, contenant le point double, et parallèle au plan de base.

Alors, une des tangentes était sue, la recherche de l'autre conduit à des constructions très simples, et ainsi, on peut trouver les tangentes demandées, en utilisant ces lignes droites.

Auteurs montrent la commodité de cette troisième méthode pour chercher la tangente à la séparative de l'ombre-autoportée, dont l'ouverture a fait sur la surface intérieure, appliquant aux surfaces coniques, hémisphère, demi-tore, hyperboloïde de révolution et surface hericoïdale gauche, par exemple.

ま え が き

前回におきましては、立体の投影に関する問題にも、二、三触れてありますが、いずれも平面的な扱いによっても、解き得られる範囲に止まりました。本論では立体投影への適用、殊に工学方面の設計

* 中部工業大学建築学科教授

** 中部工業大学建築学科助手

製図にも広く利用される、二曲面の相貫線上に生れる点の内での特殊の点について、その接線などの
 前記からの解法と、極微変位の考察による実用的な新解法の私案を述べて、批判を得たいと思います。

二曲面の相貫線の上の点、いわゆる交線の流点での曲線の接線は、普通は、それぞれ双方の曲面
 に、その点での接平面を作り、その接平面の交線によって得られますから、別段、問題にはならない
 のですが、たとえば、このときの接線が投影面に垂直で、交線の投影が尖点を作るときや、流点が重
 畳して複点になり、相貫線が集まって、交叉線を形成するときのような特殊な場合には、一般的手法
 でない別個の方法が必要になってきます。それゆえ、従前、諸先輩によって、幾通りもの解法が考案
 されて来たことは、すでに読者の御承知の通りであります。しかし、これ等の解法が、理論的にも、
 構想の上からも、優秀であるにも拘らず、問題によっては、かならずしも実用上、困難を伴わないと
 は云い得ないこともまた、御承知の通りであります。そこで、より実用的に有利な解法をと、かねが
 ね私共なりの考えで、微小変位にもとづく解法などを試みまして、御批判を願ってまいりましたので
 した。本紀要におきましてまた、その引続きであります、すでに尖点での接線については、その
 一部概要を公表^{*}いたしてありますので、この度は、専ら相貫線の複点^{*}においての接線について、その
 性質と描法だけに止めることにしたいと思います。

なお、なるべく平易な例題から始め、順次に一般解法へ進めましたのも、また *Note* を挿入したり、
 透視図を添えるようにいたしましたのも、前回同様、これに興味を持たれる学生諸君の、研究の一助
 にもなればとの外に他意ありません。御諒承下されば幸いです。

I. 複点での接線の描き方の比較。

前述のごとく、複点では、双方の曲面の接平面が重なり、一個の共通接平面となって、その交線を
 不定にしているばかりでなく、接線も、他の一般の流点での接線とは性質を異にしている。

Note—一方の曲面の接平面が、まだ他方の曲面を僅かに切るような状況では、相貫線は、左右から至近に迫り
 ながらも、なお微細な間隙があり、かつ、それぞれの接線を有つている。しかし、更に接近して遂に接着して複
 点を作るとき、相貫線は交叉線になる。そしてその瞬間に、先の殆んど平行線であった二個の接線は消えて、交
 叉した相貫線への新しい接線を持つことになる。この突然の変化は、逐次に変化し続け、ついに接触面の跡に
 移行する尖点の場合などとは異質である。

前記、複点の接線を求める方法として、(a)両曲面の、共通接平面上に描いた指示線の交点を結ぶ直
 線を以て接線とする方法と、(b)複点を頂点とし、相貫線を子線とする錐面と、共通接平面との交線を
 以てする方法とが、主として用いられてきたようである。仮りに(a)を指示線法(または第一法)、(b)を
 交線錐法(あるいは第二法)と呼ぶことにしよう。

Note—指示線は、接線上に、これを含む法線切り口の曲率半径の平方根に従って、接点の両側に測って取った
 点を結んだ曲線で、曲率中心が総て接平面の一侧に在れば楕円、両側にならば双曲線で、曲面の接平面による極
 小断面の形を現わすと考えられる図形であるが、両曲面のそれぞれの指示線が交叉するとき、接点を通り、その
 交点を結ぶ直線は、両曲面に共通な断面曲線の、すなわち相貫線の接線であることを示している。

指示線法は優れた方法に相違ない。だが、指示線が直線であるとか、円であるとか、あるいは何等
 の方法で指示線の交点が確定されない限り、交点の位置、ひいては接線^{*}の方向にも疑問が残る。

* 尖点の接線への提案とその応用 (2曲面の相貫線の場合) 日本建築学会東海支部 1965, 12. 4.

交線錐法は、もともと相貫線その物が、流点の位置を信用した上で成立しているのであるから、複点と流点とを結ぶ、交線錐の母線は、一応、信用されてよい筈である。だが実際には、必要な母線は複点に接近した流点を通るものでなくてはならないので、短い距離の二点を結ぶ危険、すなわち僅かな狂いも、母線の足の位置に大きく影響するであろうし、また、たといこれ等の足の位置が正しく求められていたとしても、これを結んで作る、交線錐の底と、共通接平面の跡との交点を適確に握んで、交線錐の切り口母線を確定し得られるか、不安がともなう。

そこで、可能な限り、作図を単純化することによって誤差の集積を避け、精度を高める手法が望まれる。検討してみよう。

II. 交線錐の切り口母線。指示線の交点。

交線錐の母線の足は、複点と流点とを含んだ、二個の平面の跡の交点で定められる。いま簡単な例として、錐面と柱面との相貫線を選んで、第二法による複点での接線について考察を試みよう。(図1)

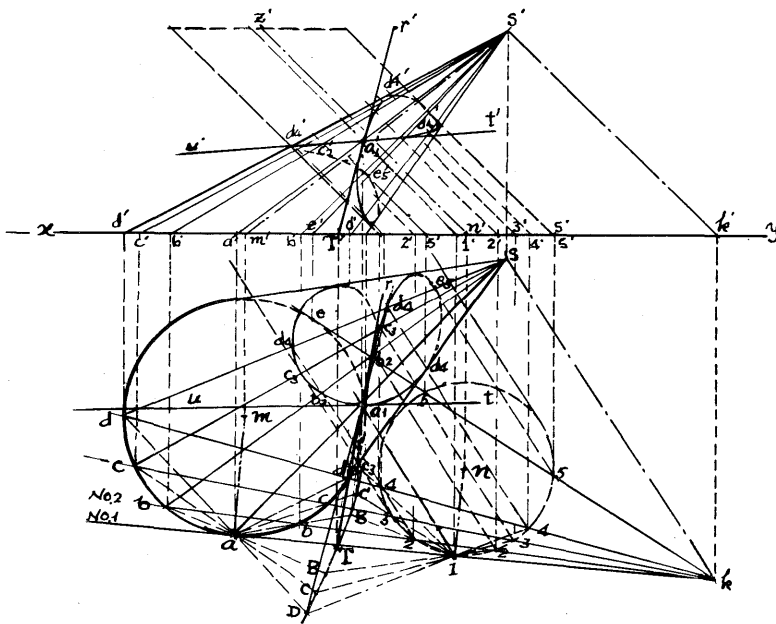


図 1

二曲面の底は、それぞれ点 mm' , nn' を中心とする円、直線 $sk-s'k'$ は錐頂 ss' を過り、柱軸に平行な、いわゆる連頂線で、その足 kk' は、両曲をその母線で切断する補助面の跡の放散点である。

補助面 No.1 は、その跡 $k1a$ が、点 1 で柱面の、点 a で錐面の底に接した限面、すなわち共通接平面で、その接触母線 $1a_1-1'a_1'$ と、 $aa_1-a'a_1'$ とはその交点に複点 a_1a_1' を定め、相貫線の交叉点を作っている。

いま、複点 a_1a_1' に近い流点 b_2b_2' は、補助面 No.2 による切り口母線 $2b_2-2'b_2'$ と、 $bb_2-b'b_2'$ との交点であり、そして、この流点と複点 a_1a_1' とを結んだ、交線錐の母線 $a_1b_2-a_1'b_2'$ は、それぞれの接触母線と、点 b_2b_2' とで成立した二個の平面の交線であるから、その足 BB' は、補助面 No.2 の跡 $k2b$ と、曲面の底との交点 2 と 1、 b と a とを結んだ直線 12 と ab との交点に在る。

ad を Q , aO を R , その延長線上, $2R$ の点を e とすれば, Q は ka に比らべて極めて小さく, bc は殆んど $1a$ に平行である。

よって, $\triangle abd \sim \triangle aeb$

ゆえに, $P^2 = Q(2R - Q)$

$$= 2QR - Q^2$$

Q は極小であるから, Q^2 を省略すると

$$P^2 = 2QR$$

同様に, 柱面についても, 底の曲率半径を r , 弦の半を p , 矢を q とすれば,

$$p^2 = 2qr$$

よって, $P^2 : p^2 = 2QR : 2qr$

あるいは $P : p = \sqrt{QR} : \sqrt{qr}$

次に, ca と 21 との交点を B とし, T を, B から $1a$ への垂線の足とすれば,

$$aT : BT = P : Q$$

また, $1T : BT = p : q$

よって, $aT : 1T = Pq : pQ = \sqrt{QR} \cdot q : \sqrt{qr} \cdot Q = \sqrt{Rq} : \sqrt{rQ}$

また同様に, ab と 12 との, それぞれ延長線の交点 C から ka への垂線 Ct の足を t とすれば,

$$at : 1t = \sqrt{Rq} : \sqrt{rQ} \text{ を得る。}$$

また, $q : Q = k1 : ka$ よって,

“相貫線の複点(a_1)での接線の足(T, t)は, 両接面の接触母線の足($1, a$)の間を, それぞれその点での底曲線の曲率半径長(r, R)に, 放散点(k)からの距離($k1, ka$)を乗じた積の平方根の比($\sqrt{rQ} : \sqrt{Rq}$)に内分および外分する点(T, t)にある。”

Note— $ka/k_1 = K$ とすれば, $aT : 1T = \sqrt{R} : \sqrt{Kr}$ で, Kr を r_1 とし, これを r に代替して作図を簡単にすることができる。 k_0 を結び, aO との交点を o_1 とする。 $o1$ は求める r_1 である。 また逆に, Ok と o_1 との交点 O_1 は, $1O_1 = R_1$ で R の代替を作る。(図4)

Note— ab の間を $\sqrt{A} : \sqrt{B}$ に分割する点を定めるには, 任意の直線 ag 上に, $ao = A$, $oe = B$ に取り, 半円 afo と, ao に垂直な ef との交点を f とすれば, $ao : of = \sqrt{A} : \sqrt{B}$ である。

次に, ag と, 中心 o , 半径 of の円弧との交点 g と j を定め, gb の平行線 oT は, ab との交点に, 内分点 T を, また, jb の平行線 ot は, ab の延長線上に外分点 t を定める。(図5)

Note— R と r_1 (R_1 と r) との比は複点を通り, 底面に平行な平面での切り口曲線の曲率半径長の比である。

若し R と r_1 とが等しければ, T は $1a$ の中央に在り, t は至遠に去って, 接線は底面に平行になる。

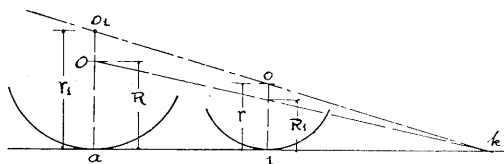


図 4

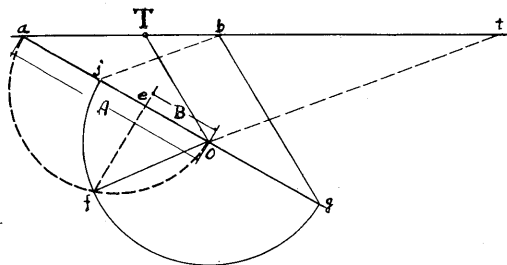


図 5

次に、母線が曲線であったり、直線であっても利用されにくい場合などは、両曲面の指示線によらなければならないが、これも可能なかぎり、曲線でなく、直線の扱いでの解法が望まれる。

図6において、 M を相貫線の複点、指示線の楕円の、あるいは双曲線との交点を t, r, u, s とすれば、点 M での相貫線の接線は菱形 $trus$ の対角線 tu と rs である。 us と ts の midpointを、それぞれ j, l とし、これと M とを結ぶ直線 jM, lM は、両方の指示線に共通な共軛軸の方向を示している。

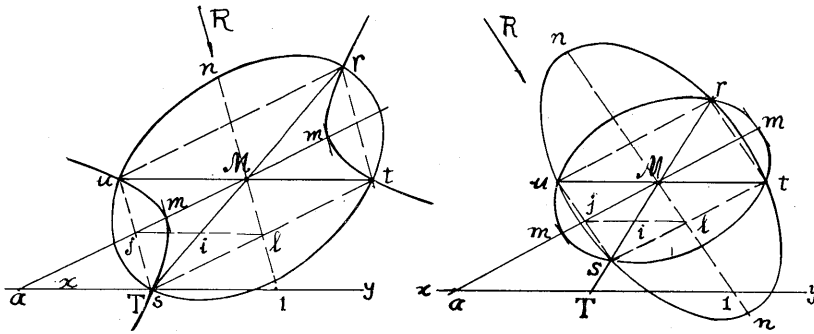


図 6

それゆえ、もし接線の一つの方向を知っておれば、次の如くにして、他の一つを作ることができる。

- 1) 既知接線の方法、例えば uMt に平行に、任意の直線 jl を作り、これと共通共軛軸との交点を j, l とし、 jl の midpointを過る直線 Mi を作る。 Mi は求める第二の接線 MT の方向である。
- 2) 既知接線 uMt 上に、複点 M より等距離の点 u, t を定め、 u, t から、それぞれ共軛軸に平行に ur, tr を作り、交点を r とする。 Mr を結ぶ直線は求める第二の接線である。

Note—交線錐法による解法(1)と、指示線法による解法(2)とは、互いに独立した別個の解法のように見える。しかし、(1)の底面を、複点の真近にまで移動させたときの接触母線と、(2)の指示線の交点は、複点と至近の流点との位置の関係を表わすと考えれば、両者間に、極めて密接な関係のあることが認められる。

Ⅲ. 光線、陰線。微小変位法。

前述のごとく、複点での接線は、その内の一つと指示線の共通共軛軸とが備われば、他の一つは、すべて直線だけの作図によって得られ、そしてその一つは、交線錐法によって求められるから、問題は自然、共通共軛軸だけに絞られる。

以下に、この問題が光線と陰線との関係にあることと、これによって、この軸方向が求められることを述べてみよう。

共軛軸の先端での、指示線の接線は、互いに他の軸に平行であるから、いま、その一つの方法を、この曲面を照射している光線の方法とすれば、他の一つは、この光線によって生まれた、曲面上の陰線の接線である。

Note—陰線は、光線が曲面に触れる点の集りであるから、陰線上にある極めて近接した二個の点を過る光線を含む平面は、曲面の極小断口を作り、光線はこの切り口曲線を挟んで接している。(図7)

例えば、至近の二光線 $\triangle m$ と $\triangle_1 m_1$ とが、断口曲線と点 m, m_1 で接するとすれば、 m, m_1 を結ぶ直線は、陰線上の至近の二点を結ぶ直線、すなわちこの陰線の接線であるが、このような光線は平行線と考えてよいから、光線の方法と、陰線の接線の方法とは、この曲面の点 m での指示線の共軛軸の方向を示している。

て、ほとんど無意識的にか、でなければ、影線の投影楕円の点 m での接線として、あるいは、指示線解法によるなどしていたのですが、この場合、すでに第一の接線の方法は開口円の接線 $mt-m't'$ 、窮隆面の陰線は円柱の母線であることが判明しているのですから図 8 の $tl=tm$ の場合であり、従って mT の勾配は $1/2$ であることが立証されます。

この例は、次の応用例の一形式です。

応用例1. 円筒内面に投ずる開口円の影。(図10)

垂直線 $oc-o'c'$ を軸とし、上底は水平面上の円 $aMN-a'M'N'$ 、光線の方法は RR' とし、影線の離点 MM' 、 NN' での接線を求める。

解。前述の如く、内面の影線は、上底を共通の子線とし、母線が垂直線と光線との二円柱の相貫線で、求める離点での接線は、その一つは、開口円が共通切り口であるから、これの接線 $MT-M't'$ である。第二の接線、すなわち円筒内面の影線の接線は、これに交線法、指示線法、微変位法の三つの解法を適用し、比較して見よう。

1) 第一法、共通接平面の跡は $hm_0-h'm'_0$ 、接触母線は $Mh-M'h'$ と $Mm_0-M'm'_0$ とする。足 hh' 、 $m_0m'_0$ の中点 TT' は接線の足。よって求める接線は $MT-M'T'$ である。

反対側での離点 NN' での接線も、同様にして求めることができる。

2) 第二法、開口円は共通の法線切り口である。従って曲率半径も共通で、その平方根の比など考えるに及ばない。

離点 MM' で、開口円の接線 $uMt-u'M't'$ の上に、 M' から両側へ等距離に t' 、 u' を定め、 $t's'$ を $M'h'$ に、 $u's'$ を $M'm'_0$ に平行に作れば、その交点 s' と M' とを結ぶ直線は、求める接線 $MTm-M'Tm'$ を導びく。

離点 NN' についても同様にして、接線 $NTn-N'Tn'$ を求めることができる。

3) 第三法、開口円の接線上に任意の点 t' を通り、 $M'h'$ に平行な $t's'$ と、 $M'm'_0$ との交点 l' を定め、 $t'l'$ に等しく $l's'$ を作り点 s' とする。 s' は求める離点 MM' での接線 $Ms-M's'$ を定める。

離点 NN' についても同様である。

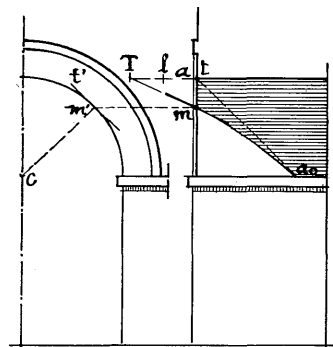


図 9

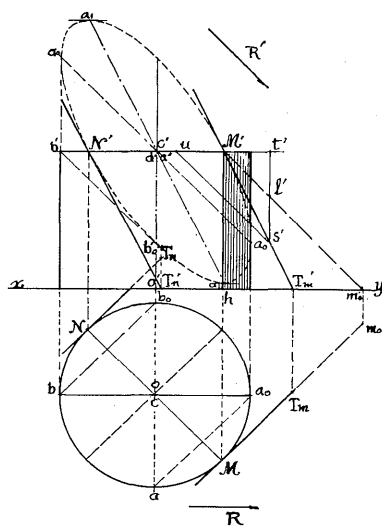


図 10

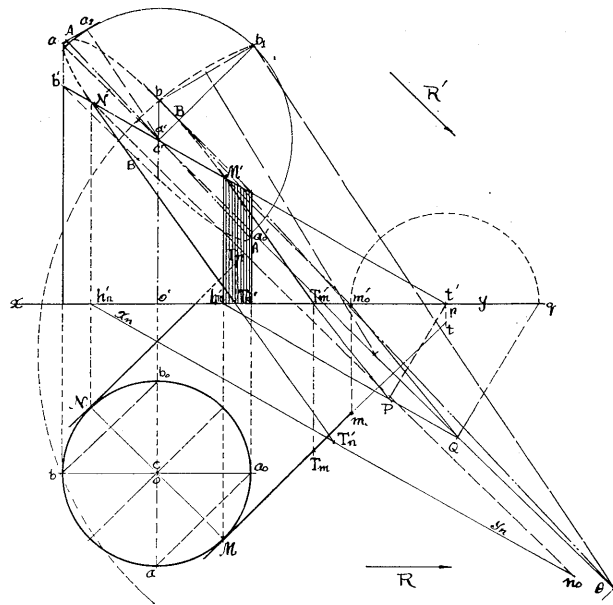


図 11

上底が傾斜面であるときも、前題と同様、三方法が適用せられる(図11)。ただし、開口の接線の足 tt' が有限距離に在るので、 $MT_m-M'T'_m$ のように図5の扱いによるか、または新たに上底に平行に下底面 $x_n y_n$ を設定し、図10と同じ状態に替えて $NT_n-N'T'_n$ のごとく求めてもよい。

Note—影線の立面図は楕円 $M'ac'N'$ である。よって、楕円上の点 MM' 、 NN' での接線としての解法によることもできる。しかし、描法は上のいづれよりも煩瑣を免れまい。

透視図。投影図と全く同じ手法を適用して接線を求めることができる。垂直と水平の円筒を例とし、その開口円の投ずる内面影の接線を求めてみよう。

a) 直円筒。垂直線 oo' を軸とし、開口は水平面上の円 MN 、光線の方の消点は RR' とする。(図12)

解—この例題には、微変位法の適用が最も簡明である。すなわち、離点 M での開口円の接線は MtR 、光線の方の消点は MR' である。よって、陰線に平行な垂直線 RF_m の上に、 RR' に等しく、 $R'F_m$ を取れば、 F_m は筒の内面影の離点 M での接線 (MT) と N での接線の消点である。

Note—指示線法、あるいは交線法によれば、開口円の接線 Mt 、あるいは接平面の跡 hm_0 上に、等長の線分 Mt と Mu 、あるいは h 、 m_0 の中点 T などの点を求めるため、一度、画面に平行になるまで回転して、各間の実距離を求めてから、それぞれの描法を用いなくてはならない。

b) 水平円筒。軸は水平線で方向 cF 、開口は $F_m F_t$ を消線とする垂直面上の円、光線の方の消点は R とする。

視点を E 、視心を V (以下特に説明のない限り、この記号とする。) とし、筒内面影の離点 M 、 N での接線を求める。(図13)

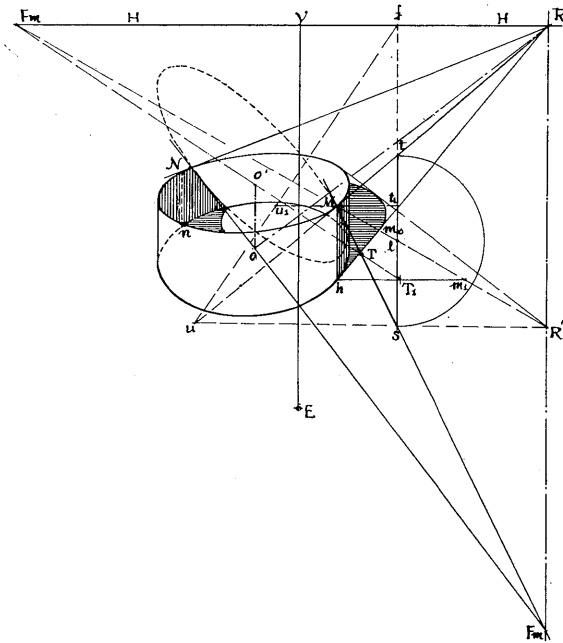


図 12

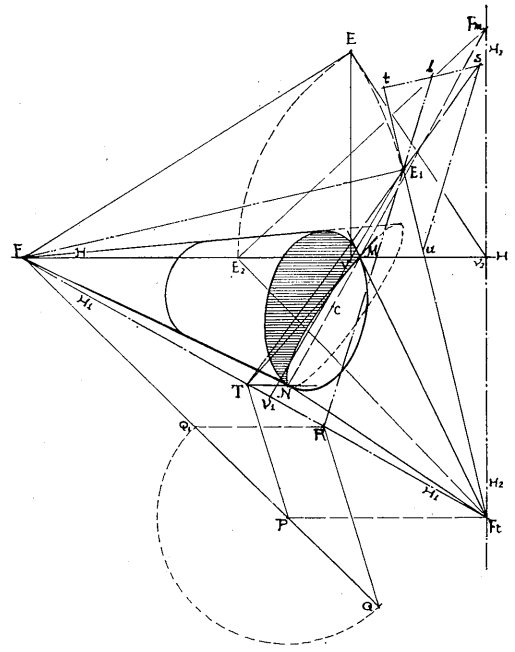


図 13

解一円筒軸の消点 F ，光線の R ，離点での開口円の接線の F_t を用いて，まず交線錐法を適用してみる。

接平面の跡は FF_t 。よって図 5 の描法に従い $FF_t : RF_t = FT : RT$ に点 T を定める。点 T は求める接線の消点である。すなわち離点 M, N での内面影の接線は MT, NT である。

Note—離点は， F, R をそれぞれの母線の消点とする二柱面の交線の複点で，その共通接平面は両柱面の母線を含むから， F, R を結ぶ直線はその消線である。よって， FR と開口の面の消線 F_tF_m との交点 F_t は，離点を定める開口の接線の消点である。

指示線法や微変位法を，直接図上に作図することは，線分の実長を求めるなどの手数を要するばかりでなく，図が重り合う不利がある。よって次のような方法をお奨めしたい。

接平面の消線 FF_t を，新水平線 H_1H_1 とし，これに応じて，視点，視心など E_1, V_1 を作る。然らば， E_1F_t は開口の接線の， E_1R は光線の， E_1F は円筒の陰線の方である。よって， E_1F_t 上に， E_1 の両側に等距離の点 t, u を定め，これを通る直線 ts, us を， E_1F, E_1R に平行に作り，その交点 s を，あるいは， t から ts と RE_1 との交点 l までの距離の二倍を ts 上にとって点 s を作れば， sE_1 は求める接線の方である。よって sE_1 を延長し，消線 FF_t との交点に，接線の消点 T を求めることができる。

Note—離点 N, M を結ぶ直線は，開口円の直径であるから，接平面に垂直，従ってその消点 F_m は， FF_t を消線とする平面上の総ての直線と直交する直線の消点である。よって，この消点 F_m を用い，点 M, N, T 等の位置を，検査し確定して置くといよい。

応用例 2. 円錐内面に投ずる開口円の影。(図14)

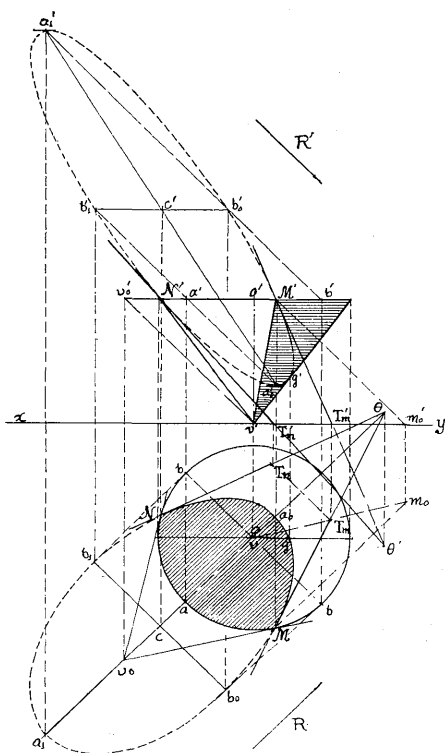


图 14

れば、これと軸影 $o\theta$ との交点 θ と、 N とを結ぶ直線と、 $o\theta$ に垂直な $T_m T_n$ との交点 T_n は複点 NN' での接線 $NT_n - N' T_n'$ を定める。

Note— T_m と T_n とは $c\theta$ について対称である。

透視圖。(圖15)

円錐は、その頂点 v で地上に立ち、軸は垂直線 vv' 、光線の方角の消点は RR' とする。

解。開口円の接線 v_0M と v_0N とは、離点 Mm , Nn を定め、接平面の地上跡 vm_0 上に、陰線と

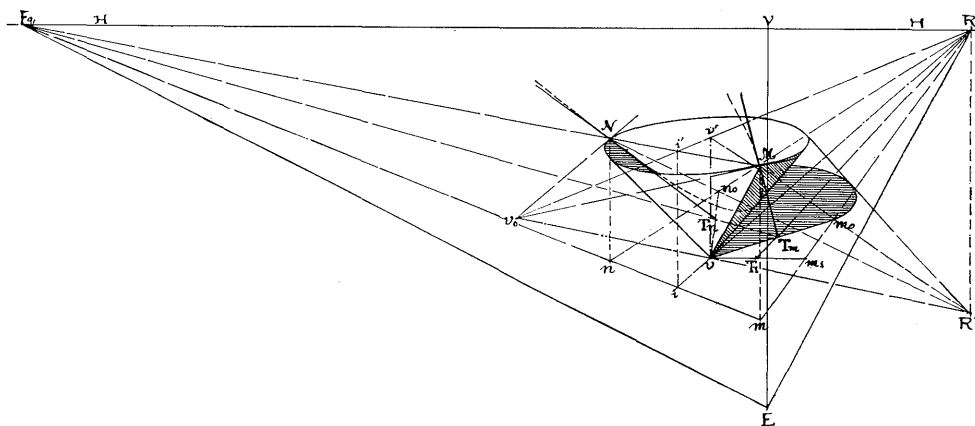


Figure 15

(11)

光線との跡 v と m_0 とを得る。よってこの場合は、交線錐法を最も簡捷とする。

すなわち、画面に平行な水平線 vm_1 を作り、その二等分点 T_1 を、 m_1m_0 の消点 R に結ぶ T_1R が、跡 vm_0 と交わる点 T_m は、離点 M での接線 MT_m を定める。

同様に、離点 N での接線 NT_n が求められる。

Note— MN は v_0v' に垂直である。よってその方向の消点は、 RE に垂直な EF_q と水平線 HH との交点 F_q である。ゆえに、 T_mT_n もまた、 F_q を消点とする。よって T_mF_q と、陰線の影 vn_0 との交点に T_n を求めることもできる。

応用例3. 球面、環面。

例題 1. 球の内面に投ずる開口赤道円の影。(図16)

開口円は水平面、光線の方法は RR' のとき、内面影の離点 MM' 、 NN' での接線を求める。

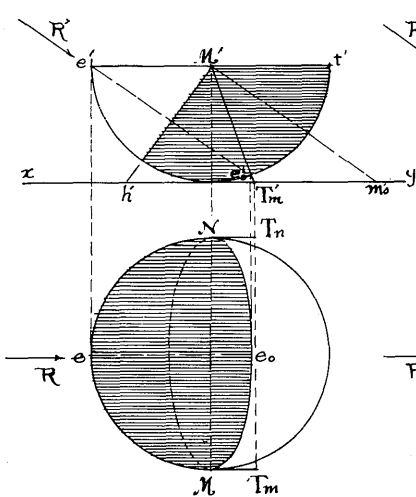


図 16

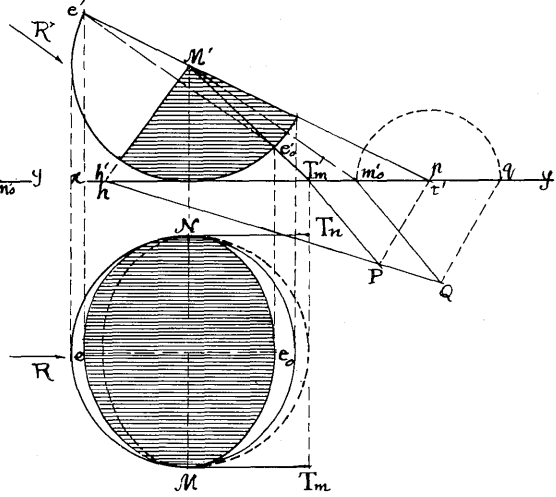


図 17

解—離点 MM' での陰線の接線を $Mh-M'h'$ 、その地面上の跡を hh' 、離点を過る光線の跡を m_0m_0' とすれば、求める内面影の接線は、 $h'm_0'$ の中点 T' を M' に結んで得られる直線 $MT-M'T'$ である。

Note—開口が傾斜面上にあるときは、 h' 、 m_0' と開口の接線の足 t' によって、図5の描法を適用し、点 T_m' を求めることができる。(図17)

Note—指示線法、微変位法の適用も可能であるが、この場合のように、開口面と光線方向とが平行に近いときには交線錐法が最適であろう。

透視図。

1. 水平開口。球は地面上に置かれ、開口は水平の大円、光線の方法は消点を RR' とする。

(図18)

解—離点 M 、 N は、光線の方法に垂直な開口円の直径によって定められる。この点での接平面は、光線を含んだ地上跡 mR の垂直面で、その消線は HH に垂直な $R'RF_t$ 。球の陰線は、光線の方法に垂直な球の大円であるから、その面の消線は $F_qV_1F_h$ 。これと消線 $R'RF_h$ との交点 F_h は、球の陰線の接点の消点。よって陰線の接線は F_hM で、その足は接平面の跡 Rm との交点 h であり、離点を過る光線の足も、この跡上の m_0 にある。 h と m_0 との中点 T_m は求める内面影の離点 M での接線

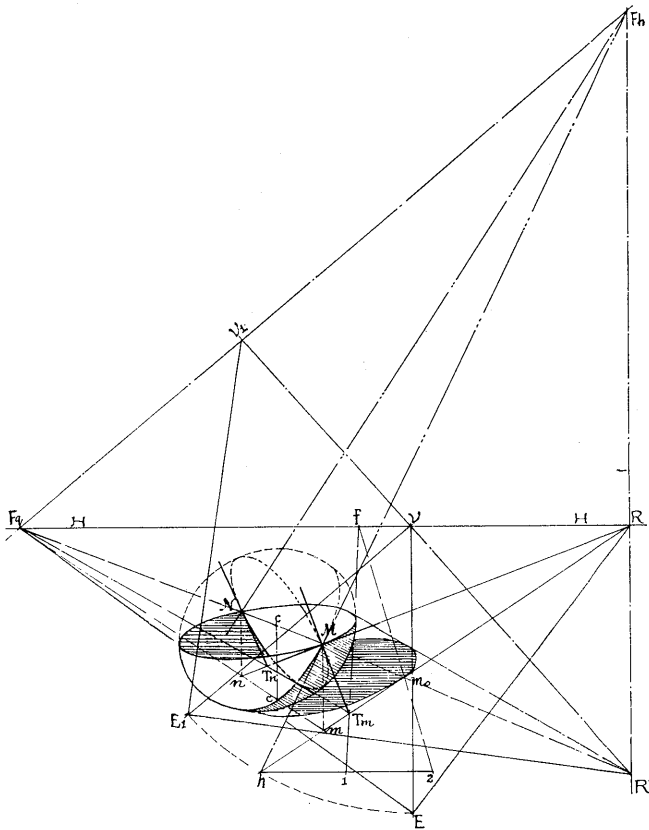


図 18

の消点 T を定めることができる。

Note—球の陰線の接線は、光線の方に垂直である。それゆえ、陰線の接線に平行な直線 ts を作れば、 us と直交し、その交点 s は、半円 tu の上に在る筈である。従って、 ts を作るには及ばない。

また、微変位法によれば、光線の方角 RE_1 は、円弧 ts を l で二等分する。弧上に t から、 tl の二倍を取って点 s を決めることができる。

Note—この影線は Niche 内

MT_m を定める。

同様にして、他の離点 N での接線 NT_n を作ることができる。

Note— T_n は接平面の跡 nR と、これに垂直な直線 T_mF_q との交点に在る。

2. 垂直開口。開口の大円の面の消線は F_tF_m 、光線の方角の消点は R とする。(図19)

解—光線を含む接平面の消線は F_qF_t で、これを水平線 H_1H_1 とし、これに応ずる視点 E_1 等を設ける。

指示線法を適用すれば、接線方角 E_1F_t 上に、 E_1 の両側等距離に点 t 、 u を設け、点 u を過ぎ、光線の方角 E_1R に平行に us を作り、 tu を直径とする円周との交点を s とすれば、直線 sE_1 を延長し、消線 FF_t との交点に求める接線

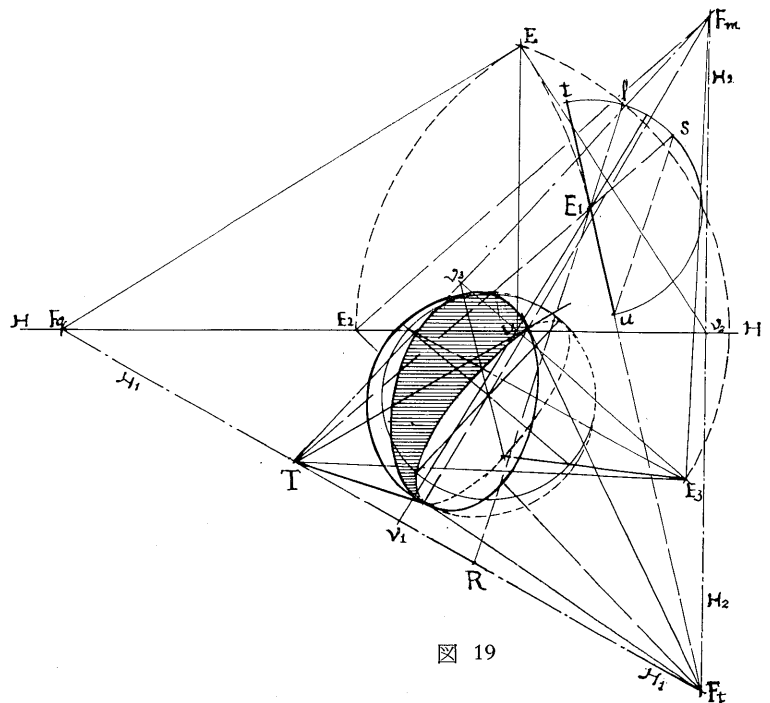


図 19

面影の一部である。

例題 2. 環内面の影。(図20)

大円を開口とし、水平面上に在る環面の下
半内面に投ずる開口円の影線の離点 MM' 、
 NN' での接線を求めようとする。光線は方
向を RR' とする。

解—離点 MM' を過る光線の水平跡は m_0 、
 m_0' また離点での陰線の接線は、指示線楕円
の光線に平行な軸についての共軛軸 $tMu-t'M'u'$
で、その足は hh' である。

Note—点 MM' での指示線は、長短両軸の比を
 $\sqrt{OM}$ と $\sqrt{OM'}$ の比とする楕円で、光線方向の接線
の接点 tt' 、 uu' を結ぶ直線 $tMu-t'M'u'$ は
陰線の接線である。

よって、跡 hh' と m_0m_0' との中点 TT' は、
求める離点での影線の接線 $MT-M'T$ を定
める。(交線法)

また、指示線の楕円 ABA と、光線の方
向に平行な Aa との交点 a は、光線と曲面の指
示線との交点である。よって aM' を結ぶ直
線は、求める接線 $MT-M'T'$ を定める。

(指示線法)

Note—内面影線は、環面の形と、光線の方
向によって種々に変化するが、接線 $M'T'$ の方
向によって、曲線の外形を略知することができ
る。(図21)

たとえば、光線 R_1 による $M'T_1$ の如く、外に
傾けば、影線は 1 の如く外に向い、 R_3 による
 $M'T_3$ の如く、内に傾けば、影線は直ちに内
に向い、また R_2 による $M'T_2$ の如く直下すれ
ば、影線は 2 の如く尖点を作る。

Note—陰線の接線や内面影の接線は、指示線と
光線との接点、あるいは交点を結んで得られるか
ら、必要としない限り、指示線を描かなくてもよ

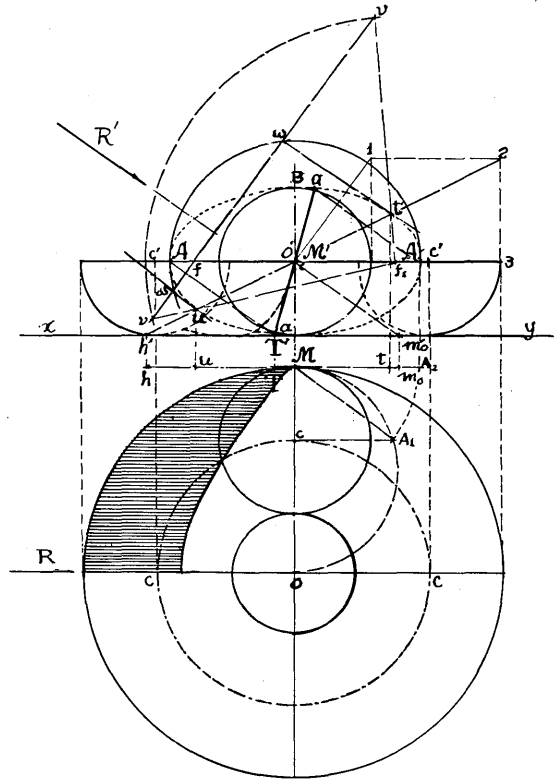


図 20

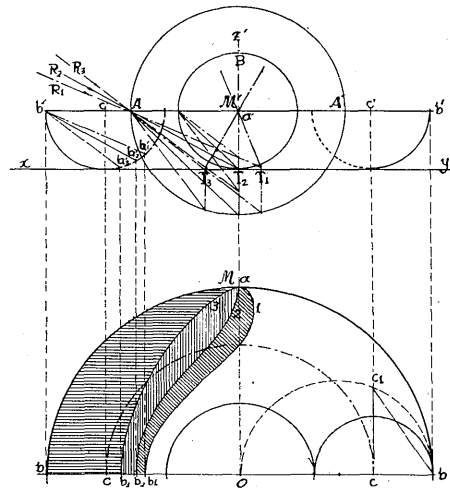


図 21

* 影線の全部については、日本建築学会論文報告集第66号、昭35.10 “先入感で誤まり易い透視図、Niche 内面の影”を御覧願いたい。但し離点の接線は、指示線を直接図上に置く方法で求めている。今回の第2法と比較されたい。

い。例えば、中心 C の楕円では、方向 R の接線の接点は、副円 ABA と、 aba を作り、方向 R の直線 AA_1 と CB との交点を A_1 とする。 A_1a に垂直な CN_1 と、円 aba との交点を n 、 ABA との交点を N_1 とすれば、 CA に平行な nN と、 BC に平行な N_1N とは、交点に求める楕円上の点 N を定める。(図22)

指示線が双曲線であれば、更に簡単である。曲線上の任意の点 r を過り、方向 R の平行線を作り、曲線との交点を t とする。 rt の中点 l と中心 M とを結ぶ直線 lm は求める光線と曲線との接点 mm を結ぶ直線である。もし、漸近線があれば、方向 R の直線との交点 r_1t_1 の中点に l が求まり、直線だけの作図で、曲線を描かなくてもよい。(図23)

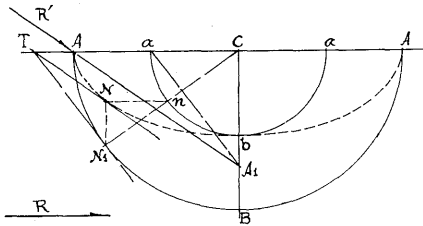


図 22

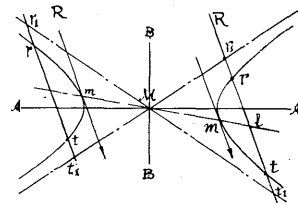


図 23

Note—楕円と方向 R の直線 AM との交点を求めるには、楕円 AbA の副円 ABA 、 aba を作り、 AM と CB との交点を A_1 とし、 A_1a に平行に AM_1 を作り、 ABA と M_1 に会せしめる。 BC に平行な M_1M と、直線 AM との交点 M は、楕円 AbA と直線 AM との交点になる。(図24)

双曲線の場合には、方向 R の直線と、曲線との交点を r 、漸近線との交点を r_1 、 t_1 とすれば、 t_1r_1 上に rr_1 に等しく t_1t を取れば t は求める直線と曲線との交点である。(図23)

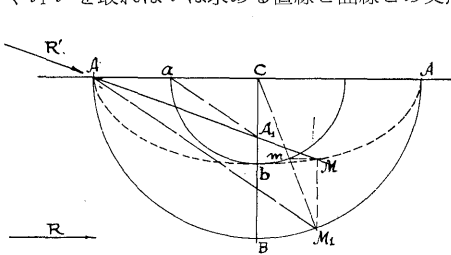


図 24

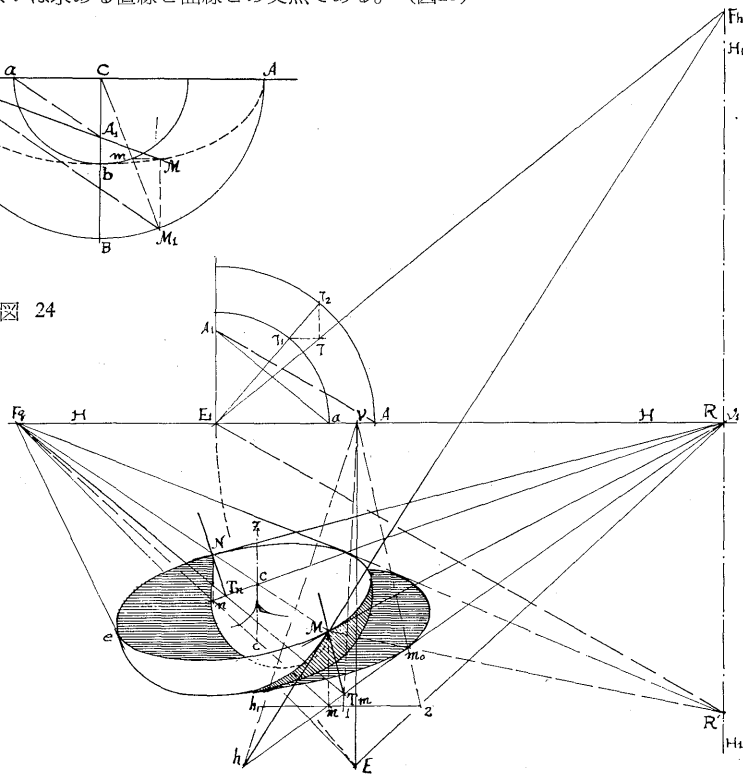


図 25

透視図。

環は大円を開口として地面上に在り， RR' を光線方向とし，内面影線の離点 Mm ， Nn での接線を求める。但し，大円と素体球との半径長の平方根の比は E_1A と E_1a との比とする。(図25)

解—離点 Mm' での接平面は垂直面で，その消線 RF_h を水平線 H_1H_1 とし，これに応ずる視点 E_1 を作れば，開口の大円の接線 MR の方向は E_1R である。よって，陰線の接線 E_1F_h と RF_h との交点に，その消点 F_h を得，接平面の跡 mR 上に，陰線の接線 Mh の足 h を，また，離点を通る光線の跡 m_0 を得る。 h と m_0 との中点 T_m は，求める内面影の接線 MT_m を定める。

同様に，離点 Nn での接平面の跡 nR 上，これに垂直な直線 T_mF_q との交点 T_n は，離点 N での接線 NT_n を定める。

応用例 4. 単回転双曲面。

曲面は，垂直線 $oz-o'z'$ を軸とし，軌円は半径 sc ，母線が水平面と成す傾斜角を β ，光線 RR' の方向とし，水平な上底円を開口とする。内面影の離点 MM' ， NN' での接線を求める。(図26)

解。内面影の離点 MM' での接平面の水平跡は，この点を通る母線の足を結ぶ jk で，陰線の接線の足 hh' と光線の跡 m_0m_0' は，この上に在る。求める内面影の離点 MM' での接線は， h と m_0 との中点 T_m を足とする直線 $MT_m-M'T_m'$ である。

Note—曲面の陰線は，その接線と共に，漸近錐 ss' の陰線で成る平面に含まれ，この場合は立面面に垂直な平面で，跡 $P'h'Q$ で表われている。すなわち，陰線は $Mc-M'c'$ ，接線は $Mh-M'h'$ である。

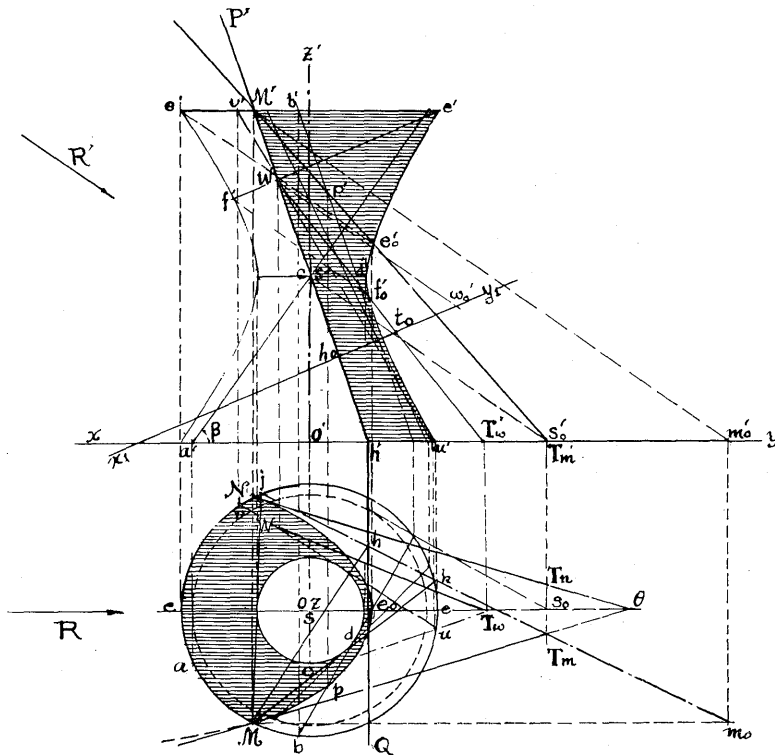


図 26

他の離点 NN' に於ても、同様にして内面影の接線 $NT_n - N'T_n'$ が定められる。

Note— MM' と NN' , T_m と T_n とは、共に軸と光線方向とで成立する平面（水平跡 $os_0\theta$ ）に対称の位置に在る。よって、 $o\theta$ と MT_m との交点 θ を N と結ぶ直線と、 $o\theta$ に垂直な直線 T_mT_n' との交点に T_n が求まる。

Note—開口の上底が傾斜面であるときは上底に平行な平面 x_1y_1 を設け、離点 WW' を過る、陰線の接線と光線の足とを h_0 , ω_0' とし、その中点 t_0 で、接線 $WT_\omega - W'T'_\omega$ を求めることができる。

Note—開口の接線の投影 $u'W't'$ によって、指示線法、又、微変位法の適用も可能であり、なお、曲線の外郭線上の点 e' , (f') を通る光線が他の外郭線と会する e_0' , (f_0') を、離点 $M'(W')$ に結んで接線の投影とすることもできる。

透視図。

垂直線 sz を軸として地面上に立ち、開口は水平面上の z を中心とする円 $MN - mn$, 光線の方角は RR' とし、内面影の離点 M , N での接線を求める。(図27)

解—離点 M を過る両系の母線 Ma , Mb の、足 a , b を結ぶ直線 ab は、離点 M での接平面の跡である。この跡と、陰線の平面の跡 pq との交点 h は、陰線の接線の足。よってこれと離点の影 m_0 との中点 T_m は、求める離点 M での接線 MT_m を定める。

同様にして、離点 N での接線 NT_n が求められる。

Note—離点や離点での接平面の跡は、回転によるなどして、実形を求め、確定も置くことが望ましい。

Note— MT_m と、軸の影 sz_0 との交点 θ とすれば、 $N\theta$ と T_mF_q との交点は T_n を定める。

Note—この例題には、交線錐法の適用が最も有利であろう。

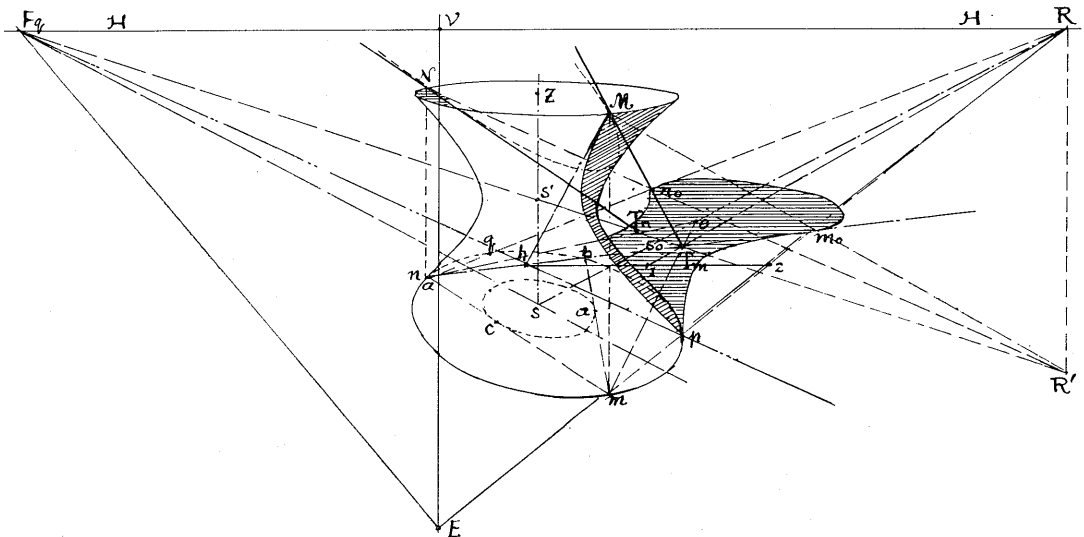


図 27

応用例 5. 拗螺旋面。

開口の螺旋が、曲面の内面に作る影線の、離点に於ての接線も、前掲の諸例と全く同じく、離点での開口の接線、陰線の接線、そしてこの点を過る光線の三者によって定められる。

例題 1. 螺旋面は垂直線 $oz - o'z'$ を軸とし、子線の開口螺旋は $1\ 2\ 3\ \dots\dots 1/2/3'/\dots\dots$, その傾斜角

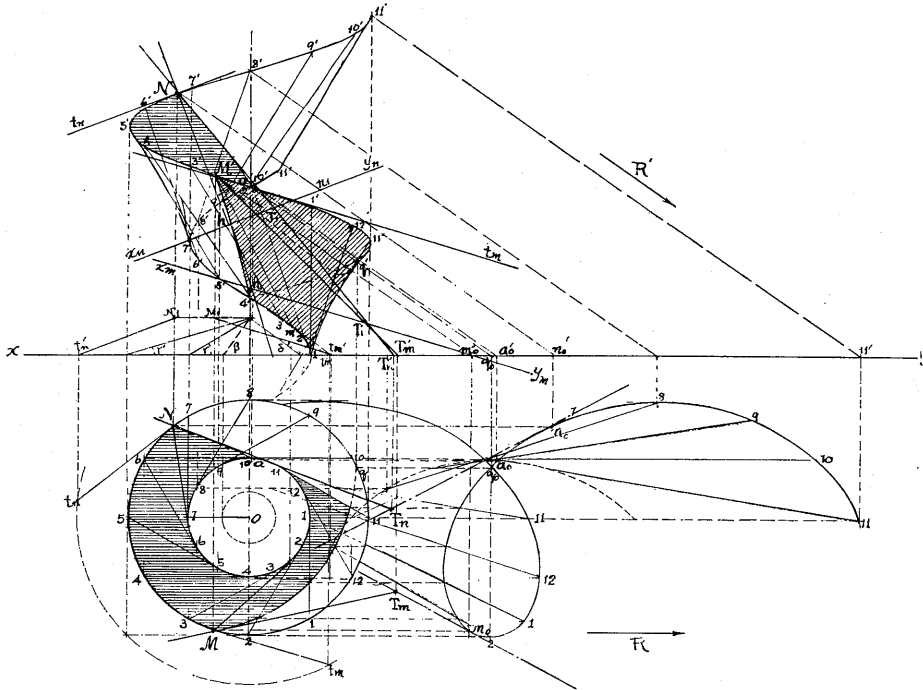


図 28

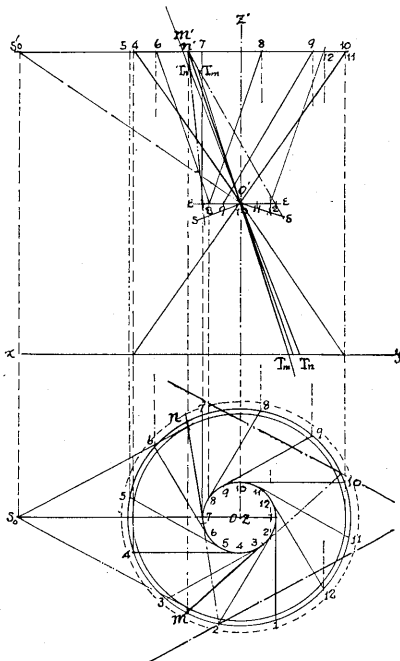


図 29

は γ 母線は 11, 22, 33……1/1', 2/2', 3/3'…その傾斜角は β , 光線方向は RR' とする。(図28)

解—代替双曲面(図29)の陰線, その接線, 内面影の離点を, 双曲面例題4(図26)のようにして求め, これ等を螺旋面に移し, その離点 MM' での, 陰線の接線 $Mh-M'h'$, 離点の影 m_0m_0' などを定め, これによって接平面の跡 hn_0 を作る。交線錐法を採れば, 図5の描法によって点 T_mT_m' が定められる。 $MT_m-M'T_m'$ は求める内面影の離点 MM' での接線である。

同様に, 他の離点 NN' での接線 $NT_n-N'T_n'$ を求めることができる。

Note—陰線, 離点などを求めるための, 代替双曲面^{*}は, その底円を, 開口螺旋の投影円と等大に作って置くと, 離点の位置を直接に移すことができる。

* 代替双曲面の選定については前編13頁(第19図)を参照されたい。なお詳細は, 日本建築学会論文報告集54号昭31. 10. 同63号 昭34. 10 “代替面を用いて陰線の接線を求めること”を参照されたい。

透視図。

螺旋面と光線は，前題と同条件とする。

Note—離点，接線などは，直接に透視図として求めると，作図が紛らわしくなることがある。投影図で求めておいて，これを透視図に移すのも，これを避ける方法である。

解—図28から，離点 Nn ，開口螺旋の接線の消点 F_t ，光線方向の消点 RR' を定める。(図30)

F_t ， R' を結べば，接平面の消線を得，水平線 HH との交点 f と，離点の影 n_0 とを結ぶ fn_0h は接平面の跡である。また，陰線の接線の消点は $F_hF_{h'}$ であるから，接線の足 h は， F_hn と fn_0h との交点 h にある。

交線錐法を用い，開口の接線に平行な平面 $F_tl'h$ を接平面に設け，これと光線 Nn_0 との交点 n_1 と， h との中点 T によって，内面影の接線 NTn を求めることができる。

同様にして，離点 M での接線も定め得る。

例題 2. 螺旋面は，垂直線 $oz-o'z'$ を軸とし，開口は子線螺旋 $1\ 2\ 3\cdots$ ， $1'\ 2'\ 3'\cdots$ ，その傾斜角 γ ，母線は $11-1'1'$ ， $22-2'2'\cdots$ ，その傾斜角 β ，光線 RR' は傾斜角 δ とし，離点 MM' ， NN' での内面影の接線を求める。(図31)

Note—前例の核円柱が直線化した形である。従って，螺旋の単位ピッチ，極などは，外螺旋によって求める。

Note—極円と影心とを用い，螺旋面の陰線を定め，離点を代替双曲面に移して，この点での陰線の接線を作り，この接線によって，螺旋面の離点での陰線の接線方向を求めておいてもよい。

Note—水平面 x_1y_1 を適宜に設定して，螺旋の接線の跡などを，図中に納めた。

解—離点 MM' での陰線の接線は $Mh-M'h'$ で，その跡は hh' ，離点を過ぎる光線の足は m_0m_0' ，

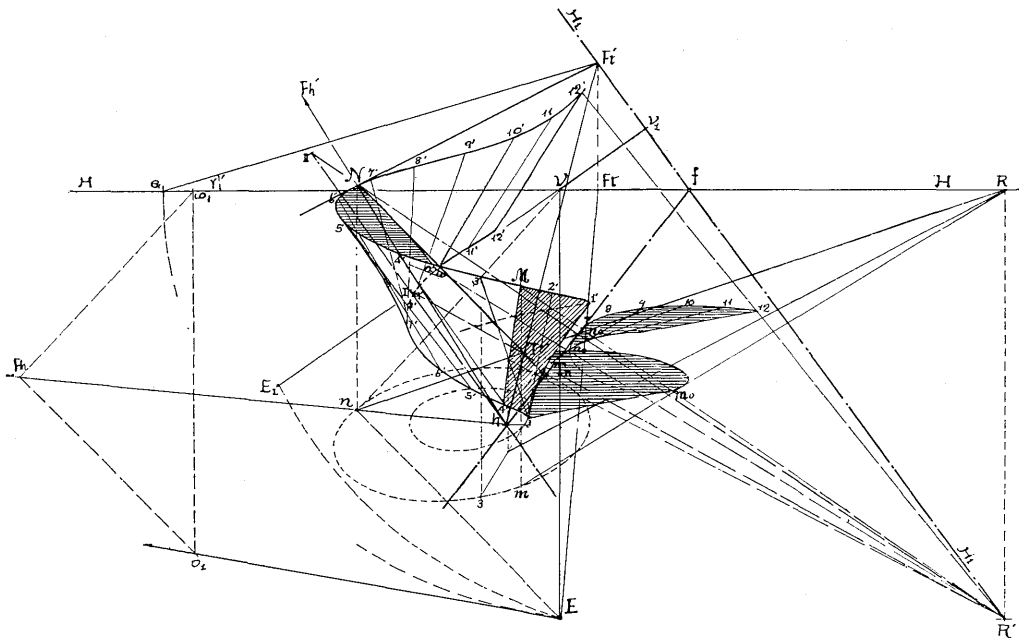


図 30

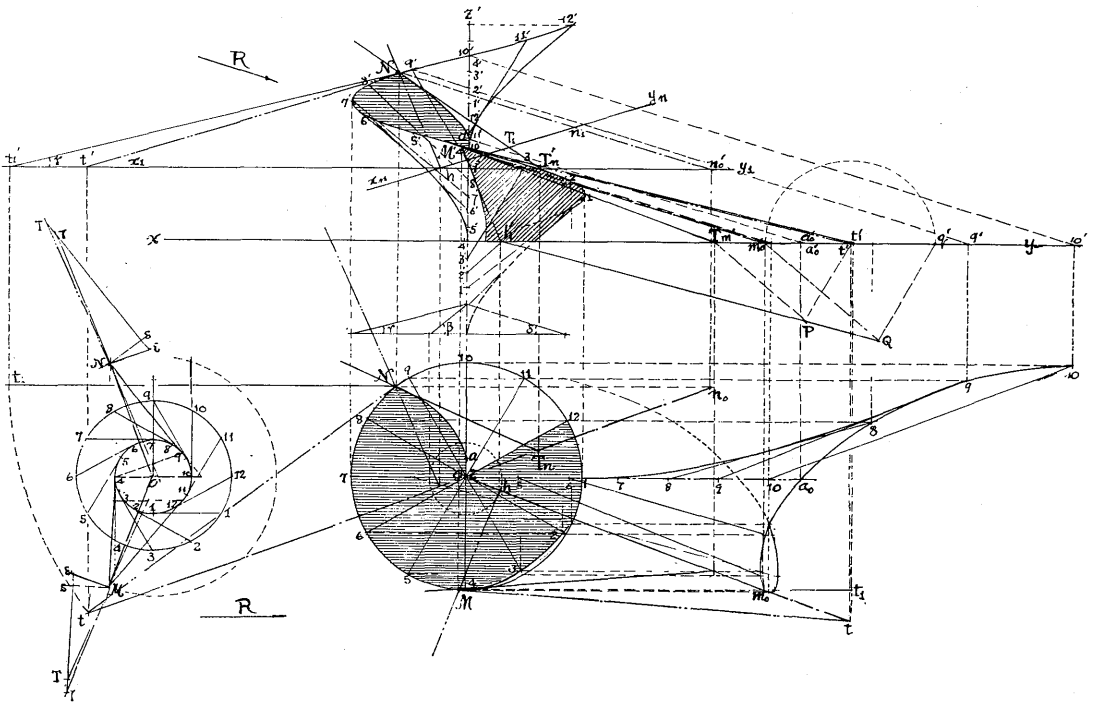


図 31

開口の接線の足は tt' 、よって接平面の跡は $ht-h'/t'$ である。これ等の点を用い、図 5 の作図により内面影の接線 $MT_m-M'T_m'$ 、また同様に、 $NT_n-N'T_n'$ を求めることができる。

Note—一点 MM' でのように、開口の接線と、光線とが接近しているときは、交線垂法により、図 5 の作図を用いるのが適当であろう。

前例と同様にして、この透視図が作図される。

結 び

相貫線の複点での接線の描法として、交線錐や指示線が用いられて来たのでありますが、いづれも、曲線とその交点に拠って来ましたので、作図の結果は手数の割合に、自信のないものになり勝ち、と云わなくてはなりません。私共は、かねがね設計製図者の立場から、作図に便利な、円とか直線とかによって替え得られないものかと、考えてまいったのですが、漸く、従前の二方法を陰線の接線と光線との関係として結び合せ、また新しく、極小変位にもとづく微変位法を加え、ここに実用的な直線扱いでの解法を得ましたので、不完全ながら、応用の範囲も広いと考えまして、掲載発表させていただくことに致しました。応用例を、専ら曲面内面の影線に絞りましたのは、一面には子線を共有することによって、既知の一接線を有ち、曲率半径への考慮も要せず、解釈が簡単であるのと、他面、初心の方に理解していただくにも適当と思惟いたしましたに外はありません。

なお、この解法が、設計製図の上に利用していただくことができ、幾らかでもお役に立てば、幸いこれに過ぎません。