

形状偏差の差分測定法について（第1報）

井 藤 正 照*

Measuring Method of the Profile Error (Part 1)

Masateru ITO

The machine elements that were finished by machine tools have some profile errors “Gestaltabweichung”. The measuring methods of the profile error are widely needed standard models such as straight edge or optical flat. These standards are expensive for measuring of large works particularly.

The Tomlinson undulation recorder is widely used to measure the undulation of large gears, because this method is easy handling, but it has some faults.

“The difference method” which is one of the improved Tomlinson undulation recorder is introduced in this paper. This difference method on the profile error can be applied in general.

（1） は し が き

機械仕上げによって仕上げられた面は、平面でも曲面でもともに理想的な面には出来上っておらず、これを拡大してみれば大小の凹凸の連続からなり、しかも正しい形状から偏っているのが普通である。

従来これらの形状偏差を測定するのに、たとえば真直度を自由液面を基準として測ったり、平面度を光線定盤と比較して測るようなほとんどの方法が基準となる直線や面に対しての偏りを測るものであった。その時、基準となる直線や面の精度は直接的に測定結果に影響を与えるので、とくに大形の被測定物を測定する場合、大きくてしかも高精度の基準線（あるいは基準面）を準備設定しなければならない。

これに反し、大形歯車のアンジュレーション（歯スジのウネリ誤差）を測定するために開発された Tomlinson 式測定器を用いる方法は被測定物上の2点を基準として、その中点の偏りを測り、その結果からウネリ（形状偏差）を解析的に求めるいわゆる差分測定法である。この方法では大きな基準線や基準面を省略して大きな品物の形状偏差を測定できるので簡便で経済的でもある。

本研究は Tomlinson 式測定法を検討改善し、歯車のアンジュレーション測定だけでなく、真直度・真円度および二次曲面やインボリュート・サイクロイド曲面などの形状偏差を測定できるように理論を拡張し、実用的な測定器と演算装置を得るために行なったものであって、第1報では形状偏差の差分測定法原理と真直度・真円度の測定法を報告し、続報において二次曲面とインボリュート・サイクロイド曲面などの測定法や試作測定装置について報告する。

（2） Tomlinson 式測定法

第1図に Tomlinson 式アンジュレーション測定法の原理を示す。¹⁾ 図で O_1 , O_2 は測定器本体に固定された点であり、 O_3 は O_1O_2 の中央にある垂直可動測定子の先端である。

O_1, O_2 および O_3 の3点を図示するように $y=f(x)$ の曲線上で接触させながら測定器全体を x 軸方向

* 中部工業大学機械工学科助教授

に移動させ、 O_3 点の変位を連続記録する。この連続記録された変位曲線 $F(x)$ から、もとの $y=f(x)$ を求めるのが本測定法の原理である。

いま、 O_1, O_3, O_2 の間隔を l とし、 O_3 の変位を間隔 l に比べ非常に小さいものと仮定すれば、図から

$$F(x) = f(x) - 1/2 \{ f(x+l) + f(x-l) \} + Y_0 \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 Y_0 は測定値の零点のとり方による定数である。ここで $y=f(x)$ の波形が正弦波であって、 $f(x)=e_0 \cdot$

$\sin(2\pi x/\lambda)$ であるとすれば上式は

$$\begin{aligned} F(x) &= e_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda) - 1/2 [e_0 \cdot \sin \{2\pi(x+l)/\lambda\} + e_0 \cdot \sin \{2\pi(x-l)/\lambda\}] + Y_0 \\ &= e_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda) - 1/2 [2e_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda) \cos(2\pi l/\lambda)] + Y_0 \end{aligned}$$

$$\therefore F(x) = \{1 - \cos(2\pi l/\lambda)\} e_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda) + Y_0 \dots\dots\dots (2)$$

となり、もとのアンジュレーション振幅の $\{1 - \cos(2\pi l/\lambda)\}$ 倍が測定値となって記録されることになる。

(3) 形状偏差の差分測定法

(a) 正弦波形の偏差

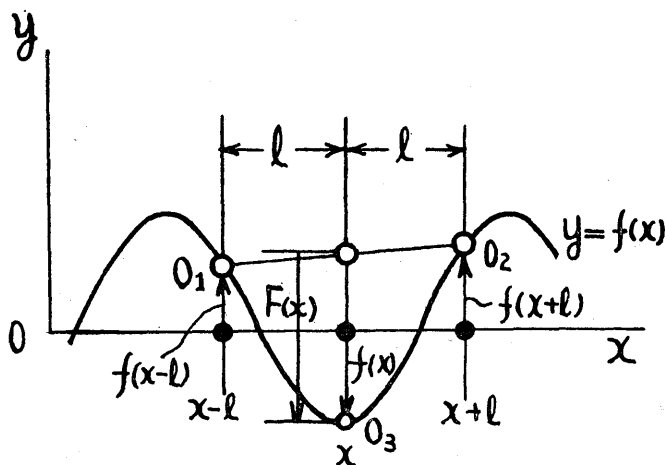
正しい形状からの偏りが正弦波形であるときには、その偏差を上述の測定法と式(2)で解析していたが、式(2)で $\cos(2\pi l/\lambda)=1$ 、すなわち $l/\lambda=1, 2, 3, \dots\dots$ のとき $F(x)=Y_0$ (一定) となって O_3 点は動かず偏差は検出されなくなる。したがって間隔 l を被測定物のウネリの波長に対して整数倍にならないように設定しなければならないが、一般にこのウネリ波長は測定してみなければわからない。

この点を改善するために第2図のように固定点 O_1, O_2 の外側にさらに2個の測微器を取りつけ、それぞれの変位量を Y', Y'' とし、その間隔を l' とすれば式(1)と同様に

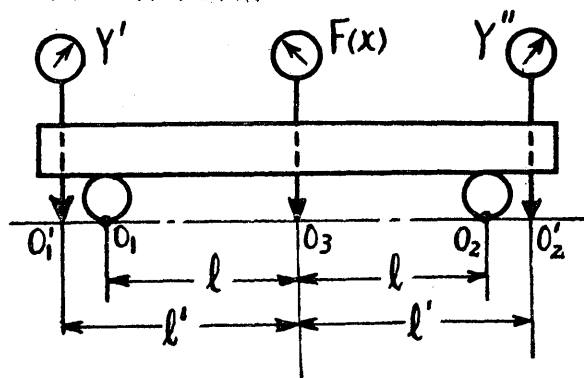
$$\begin{aligned} F(x) + 1/2 (Y' + Y'') &= f(x) \\ &- 1/2 \{ f(x+l') + f(x-l') \} + Y_0' \end{aligned}$$

ここで Y_0' は測定値の零点のとり方による定数である。上式の左辺の $F(x) + 1/2 (Y' + Y'')$ はそれぞれの測微器の測定値から求められる値であるから $F'(x)$ とおくと

$$\begin{aligned} F'(x) &\equiv F(x) + 1/2 (Y' + Y'') \\ &= f(x) - 1/2 \{ f(x+l') + f(x-l') \} + Y_0' \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$



第 1 図



第 2 図

となる。

ここで $f(x) = e_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda)$ である場合は前と同様にして

$$F'(x) = \{1 - \cos(2\pi l'/\lambda)\} e_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda) + Y_0' \dots \dots \dots (4)$$

であって、 $l'/\lambda = 1, 2, 3, \dots$ のとき $F'(x) = Y_0'$ (一定値) となって検出不能となるが、 l と l' の値が異なるため、 m, n を共に正の整数とすると $l' = m\lambda, l = n\lambda$ の関係にある波長の正弦波は $F(x), F'(x)$ の何れかに検出される。

$F(x)$ と $F'(x)$ の値が同時に零となる正弦波形ウネリの波長は

$$(m-n)\lambda = l' - l$$

$$\therefore \lambda = (l' - l) / (m - n) \dots \dots \dots (5)$$

であるから検出可能の波長の最小値 $\lambda_{\min.}$ は

$$\lambda_{\min.} = l' - l \dots \dots \dots (6)$$

となり、これ以上の波長のものは全部検出可能となる。

しかしこの値は測微器の保証精度 $E(\mu)$ からも制限され、振幅 e_0 を μ で表わしたとき

$$\left. \begin{aligned} E/e_0 &< \{1 - \cos(2\pi l/\lambda_{\min.})\} \\ E/e_0 &< \{1 - \cos(2\pi l'/\lambda_{\min.})\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

となる。

また検出しようとする正弦波形ウネリの最小波長は表面アラサ測定法との関連からも考える必要がある。すなわち余りにも細かい正弦波形の検出は表面アラサの測定の分野に属するからである。表面アラサの測定では表面の凹凸の 5 波以上はウネリとして cut-off するのが普通であるから、本測定器を試作する時は cut-off される波長を $\lambda_{\min.}$ の値とすることにした。

(b) 非周期波形の偏差

形状偏差は機械仕上法に起因する特定の正弦波形である場合も多いが普通には非周期波形である場合の方が多い。

差分測定法の基礎となる式(1)および式(3)は全く同形であるから和差分法を用いて^{2), 3)}

$$\Delta^2 f(x) = -2 \{F(x+1) - Y_0\} \dots \dots \dots (8)$$

と表わすことができ、 $f(x)$ を求めるために両辺を 2 回和分して

$$f(x) = -2 \left[x \int_a^x \{F(x) - Y_0\} \Delta x - \int_a^x x \{F(x) - Y_0\} \Delta x \right] + c_1 x + c_2 + p(x)$$

$$\therefore f(x) = -2 \left[x \int_a^x F(x) \Delta x - \int_a^x x F(x) \Delta x \right] + Y_0 x^2 + c_1' x + c_2' + p(x) \dots \dots \dots (9)$$

ただし c_1, c_2, c_1', c_2' : 任意定数

$p(x)$: 周期が 1 の任意関数

となる。

式(9)の x 座標のかわりに x 座標値をボール間隔 l で割って無次元化した t 座標を使うと、

$$\int_a^x F(x) \Delta x = \sum_a^{t-1} F(t) \quad \text{となり、また } p(x) = p \text{ (定数) となるので } a=1 \text{ として}$$

$$f(t) = -2 \left\{ t \sum_1^{t-1} F(t) - \sum_1^{t-1} t \cdot F(t) \right\} + Y_0 \cdot t^2 + c_1' \cdot t + c_2' \dots \dots \dots (10)$$

ただし $c_2'' = c_2' + p$

となる。

同様にしてボール間隔 l' で割って無次元化した t 座標では

$$f(t) = -2 \left\{ t \sum_1^{t-1} F'(t) - \sum_1^{t-1} t \cdot F'(t) \right\} + Y_0' \cdot t^2 + c_1' \cdot t + c_2'' \dots \dots \dots (10)'$$

となる。

式 (10), (10)' を使えばいかなる非周期波形のウネリも計算できるし, この種の計算は簡単な演算回路で自動的に行なって図示できる。

(4) 真直度の測定

真直度とは機械部品の直線部分の理想直線からの狂いの大きさをいう。この真直度を本差分測定法で測る場合, 第2図の3個の測微器の測定子端を光線定盤上などで O_1 , O_2 と同一直線上にセットすれば, 式 (10), (10)' で Y_0 および Y_0' は零となるから

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= -2 \left\{ t \sum_1^{t-1} F(t) - \sum_1^{t-1} t \cdot F(t) \right\} + c_1' \cdot t + c_2'' \\ f(t) &= -2 \left\{ t \sum_1^{t-1} F'(t) - \sum_1^{t-1} t \cdot F'(t) \right\} + c_1' \cdot t + c_2'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

となる。上式で $\{c_1' \cdot t + c_2''\}$ の項は真直度曲線の傾きと初期値に関係する値であるから消去して真直度を示す偏差曲線を得ることができる。

(5) 真円度の測定

機械の円形部分の真円からの狂いの大きさを真円度という。これを測定するのに半径法を用いるとすれば, 理論的には厳密な値が得られるが, 被測定物を両センターで支えるなどして回転させるか, 測微器を非常に高い精度で回転させるかの何れかの方法を構じなければならない。とくに被測定物が大きく, それ自身の回転が困難なときには Talyrond (Taylor-Hobson 社) の如く高価な測定器で測微器を回転し測定しなければならない。この場合でも測定器の構造から大きさに制限がある。

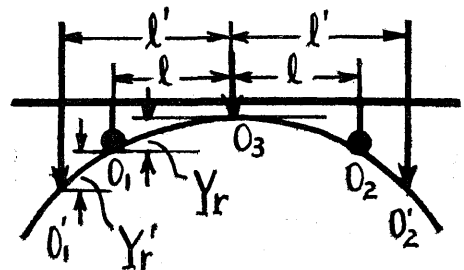
他方3点法による真円度測定法ではその制限や困難はないが, 真円からの偏差が等分 n 山の正弦曲線⁴⁾のときだけ理論的解析が可能であって, 一般の波形のときは厳密な値は求められない。

本差分測定法では, 測微器の零点を第3図の如く $O_1 O_2$ 線に対して中央で Y_r , 両端で Y_r' だけ re-set しておけば被測定物が半径 R_a の真円のとき3個とも測微器は振れず $F(x)$, $F'(x)$ は何れも零で, 偏差のあるときだけ振れて記録される。その値から偏差曲線を解析するには前項の真直度の場合と全く同様に式 (11) を用いて行なうことができる。

re-set 量は第3図から

$$\left. \begin{aligned} Y_r &= R_a - \sqrt{R_a^2 - l^2} \\ Y_r' &= \sqrt{R_a^2 - l^2} - \sqrt{R_a^2 - l'^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

である。(続く)



第 3 図

附 言

本論文は日本機械学会・精機学会共催の諏訪地方講演会において昭和40年10月5日に発表したものである。

参 考 文 献

- 1) G. A. Tomlinson: The Accuracy of Large Hob Cut Helical Gears, Engineering (L.), 1928.
- 2) 林 輝: 大形歯車のアンジュレーション測定について (第1報), 精密機械, Vol. 31, No. 3.
- 3) 高橋 健人: 差分方程式, 培風館, 1961.
- 4) 青木 保雄: 精密測定(2), コロナ社, 昭40.