

微小変位にもとづく曲線の接線等の実用的図学解法

伊 藤 三 郎* 小 野 博 宜**

UNE GRAPHIE PLATIQUE POUR DÉTERMINER LES TANGENTES DE LA COURBE ET LES AUTRES FONDÉES SUR LE DÉPLACEMENT INFINITESIMAL DU POINT.

Samuro ITO, Hironobu ONO

La tangente en un point de la courbe sera déterminé par deux points, dont la distance entre eux est très proche, et le centre de courbure sera aussi décidé par le point d'intersection de deux normaux qui se soient approchés jusqu'à la limite.

Cependant sur nos épreuves, c'est assez difficile que nous représentons les points ou les lignes si pressés un à un, il en est de même de la tangente et le centre de courbure.

Alors, quand un point se déplace sur une ligne, il y aura quelque conditions que le mouvement, et cela jouera d'une composante de la direction du mouvement, ainsi la résultante construira la direction de la tangente. Les normaux qui s'en mobilisent seront aussi déterminés par leurs deux points.

Auteurs se proposent dans ce qui va suivre, la solution des tangents et les centres de courbure des sections coniques, des familles de cycloïde et de spirale comme les formes fondamentales, appliquées aux lignes de séparatrice de l'ombre propre du tore, de l'hélicode gauche et du serpent, par exemple.

ま え が き

図上に曲線を描くときに点を結んで作図しますが、ただ点を次々に曲線で連絡しただけでは、たとい点が多数、求めてありましても、果して正しく曲線が描写されているかどうか確める手段もなく、かといって点々密着の記載もなりません、結局、確信のもてない作図でしかありません。

曲線の向かう方向を明瞭に指示し、能く誤記を防いでくれるものに接線があり、また曲率中心が加われば—そう曲線の性質を明らかにします。それゆえ曲線を図上に描くに当たっては、ただ点の連絡だけに拠らずその点での接線を求め、また可能なかぎり曲率中心も探ねて、作図の正鵠を期し、図の実用価値を高めねばなりません。

接線や曲率中心の描法は、以上のような理由からも、製図者の間にいろいろと探究され、たとえばすでに数学によって明らかにされた性質から、あるいは数式の図への翻訳操作を、また他方面では、線なり面なりの発生の諸条件を考察して点、線、面などの微細な動きを捉えて所期の目的物を得ようとする方法なども考案されて来ました。この小論も最後の部類に属するのでありますが、目的を工学的実用に置いて、煩瑣を避けなるべく簡易迅速の描法を目標にいたしましたので、あらゆる空間形体への適用とか、絶対的真とかいうのではなく、ときには相当の誤差が生れる場合も出て来ましようが、適宜斟酌、応用していただければ、これを用いないでの描写に較べ、格段の正確さも期待できると信じます。

* 建築学科教授 ** 建築学科助手

とすれば、 Mt は求める接線の方である。

Note.— Mf を逆の方向に取れば f は F に一致し、 l は準線上の L になる。 MF に垂直な直線 FT と準線 OL との交点を T とすれば、 MT は tM の延長線となって作図が簡単になる。

Note.—法線は第 1 図の Mn 、第 2 図の M_1n の如く、接線の作図にそれぞれ垂直に作図して求められる。

次に点の微動に伴ない法線が微小の変位をしたとき、その前後の位置の関係が判明すれば、2 法線の交点に、その点での曲線の曲率中心が求められる。

法線の微小変位は、その法線上の 2 点の移動の関係によって知ることができる。

法線 Mm を例とし、(第 3 図) たとえば曲線上の点 M を第 1 点に選んだとき、第 2 点としては、第 1 点との関係の判り易い点、たとえば楕円軸との交点 m などを探る。

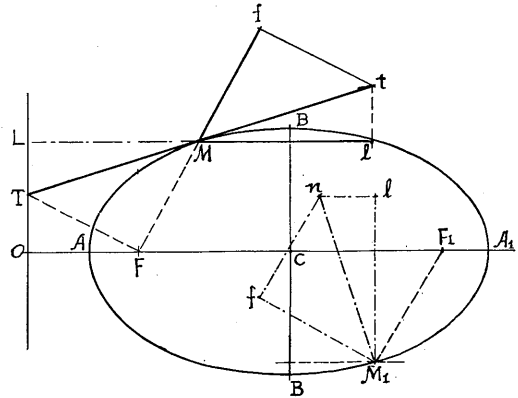
点 M が曲線上を移り M_1 にまで来たときの法線を M_1m_1 とし軸との交点を m_1 とする。

準線 LO から測り、点 M と M_1 との距離の差 E と、同じく点 m と m_1 との間の e との比は常に一定であるから、当然に、 E が極小の場合にもこの比は保たれる。

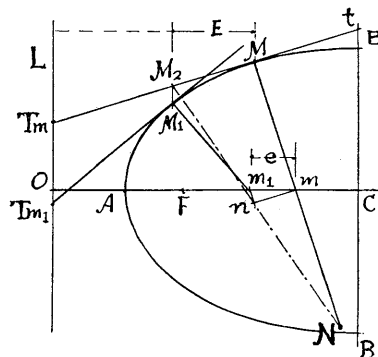
次に、点 M_1 は曲線上の点であるが、 M からの移動が微小である間は、 M 点に於ての曲線の接線 MT_m 上、準線から M_1 と等距離の点 M_2 に在ると考えてよいのであるから、点 M が M_2 に移る間に m は、法線の回転による Mm に垂直方向と、法線上の移動とを併せて CA 上を m_1 に移り、法線 Mm は M_2m_1 になるとして差支えない。

しかし直線 MM_2 と mm_1 とは、それが平行でない限り、両法線が無限に接近して殆んど平行線になっているときの比を表わしてはいない。そこで接線 MM_2 に平行な mn と法線 Mm に平行な直線 m_1n を作り、その交点を n とすれば、点 n は M_1m_1 が Mm に平行になったときの M_2m_1 が通過する点になるから、 mn も mm_1 に代えることができ、求める MM_1 と mm_1 との比は MM_2 と mn との比で示される。

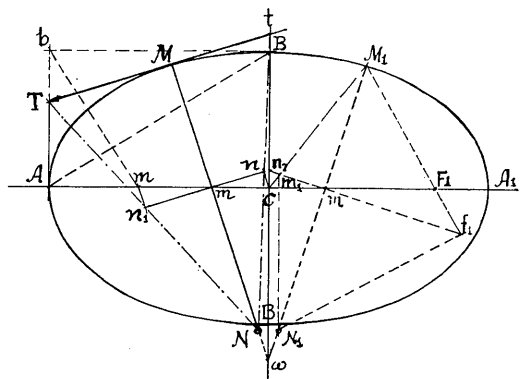
よって、 M_2n を結ぶ直線と法線 Mm との交点 N はこの法線と至近の法線との交点、すなわち点



第 2 図



第 3 図



第 4 図

M に於ての曲線の曲率中心である。

Note.— M_1 の代りに楕円の短軸上の点 B を採ると m_1 は中心 C であり、 M_2 は接線 M_t と短軸 OB の延長線との交点 t に来る。また若し M が B に近く、 n が確定しにくいときは、頂点 A を採る。頂点での曲率中心 m は AB に垂直な bm によって軸 AA_1 上に容易に求められるからである。(第4図)

図の右半に参考として曲率中心を求める慣用の作図2種を掲げた。上述の描法と一致する結果を見出されるであろう。

II. 素体の移動形式の類別と基本形

それぞれ複雑な条件によって生れる空間形体の発生諸条件を図上に現わし、その綜合を求めることはしばしば煩瑣な作図となり、実用的でなくなる。もし条件が単純で比較的解し易い形体を選んで基本形とし、これを目的の形体に接触一致させ、代替ができたなら、簡易に、しかも実用的な解答が得られるであろう。

基本形としては、(a) 発生条件が単純で、所要の接線、法線、曲率中心などが容易、且つ正確に求められ、

(b) 変化に富み、他の形体の多くのものに接触一致し、よくその部分を代替させ得る曲面が望ましい。

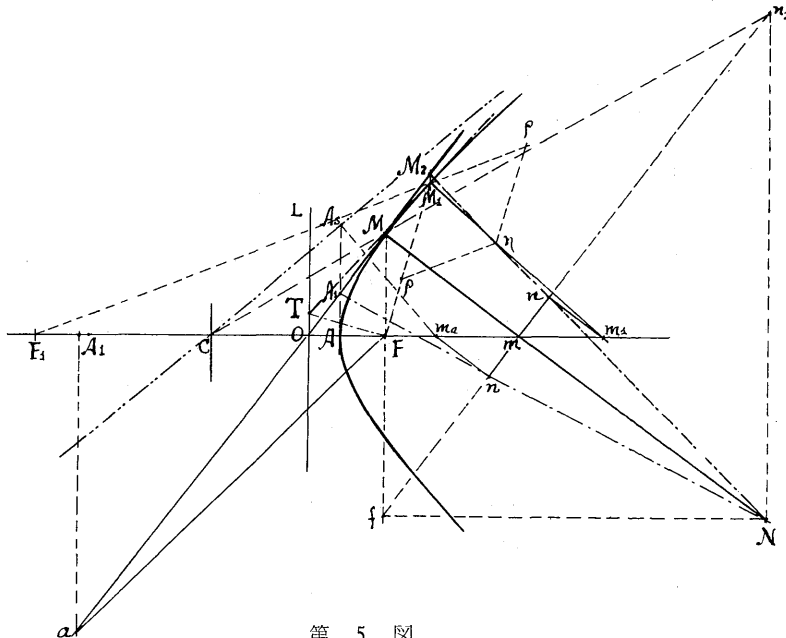
円錐曲線、擺線、渦線などは上の条件に添い、基本形として選定し得られる形である。

以下にまずこれ等の基本形について接線、法線、曲率中心などを決定し、次で応用例として円環、蛇形、拗螺旋面の陰線への適用を試みよう。

A. 円 錐 曲 線

a) 楕円—前述。略

b) 双曲線 (第5図), OL を準線, A_1A を貫軸, A, A_1 を頂点, F, F_1 を焦点, C を中心とし、曲線上の点を M とする。



第 5 図

i. 接線と法線—楕円と同様に、点 M と焦点 F を結び、これに垂直な直線 FT を作る。 FT と準線 OL との交点を T とすれば、 MT を結ぶ直線は点 M に於ての曲線の接線である。

法線は接線 MT に垂直な直線 Mm である。

ii. 曲率中心—曲線上の任意の点 M_1 に於ての法線 M_1m_1 を作る。法線 Mm および M_1m_1 の貫軸との交点をそれぞれ m 、 m_1 とする。

楕円と同様に、接線 MT 上、 M_1 の直上に M_2 を定め、また mn を接線 MT に、 m_1n を法線 Mn にそれぞれ平行に作り交点を n とし、 M_2n を結ぶ。直線 M_2n と法線 Mm との交点 N は求める曲率中心である。

Note.—参考として、慣用の1描法を点線で附記した。

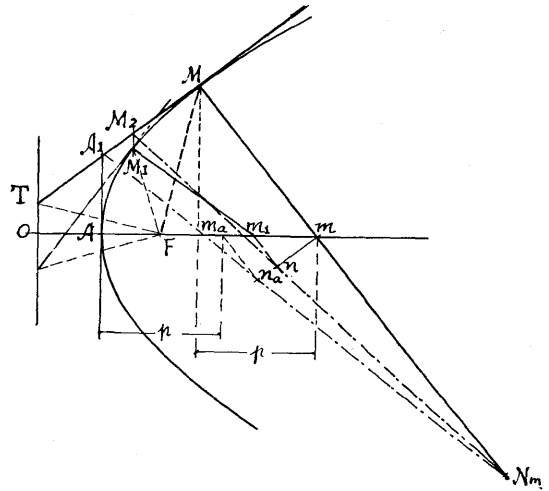
c) 放物線 (第6図) —準線 OL 、軸 OA 、

頂点 A 、焦点 F 、曲線上の点を M とする。

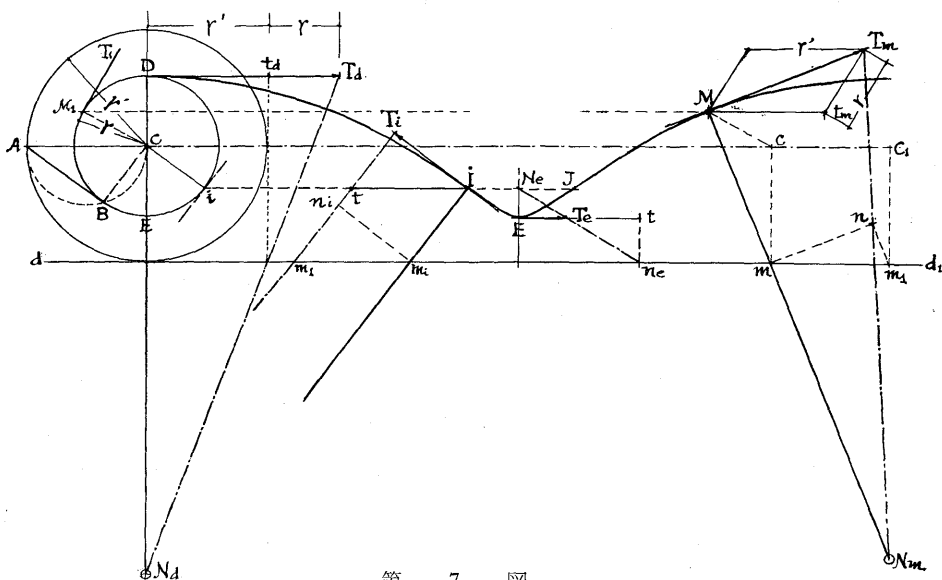
i. 接線と法線—前同様に、 MT に垂直な FT と OT との交点 T と M とを結べば点 M での曲線の接線を得、これに垂直な直線 Mm は法線である。

ii. 曲率中心—曲線上に M_1 を定め、前同の作図によって法線 Mm 上に曲率中心 N を得る。

Note.—この曲線では双曲線と共に頂点 A での曲率中心 m_a を、従って n_a が容易に求まるから、 A の直上、接線 MT の上に A_1 を定め、 A_1n_a を結べば法線 Mm 上に曲率中心 N_m が求まる。



第 6 図



第 7 図

B. はい線類

はい線は円筒上の螺旋の斜投影として、あるいは導線上を転進する転円上の点の描く曲線として表わされる。

下に低餘はい線を例とし、その接線、法線、曲率中心を求めよう。(第7図)

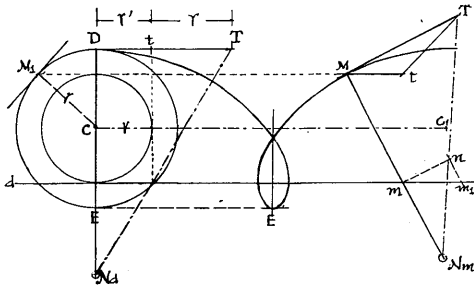
導線は直線 dd_1 ，転円は中心 c ，半径 r' ，動点は中心より距離 r に在るとする。

i. 接線と法線—曲線上の点 M の運動は転円の中心 c の移行と中心の周りの回転運動との複合であり、その両者の比は r 対 r' ，方向は前者は中心の軌道に平行な Mt_m ，後者は点の描く円の接線 M_1t_1 に平行である。そしてこの比と方向とは点 M の微小の変位についても同様である。

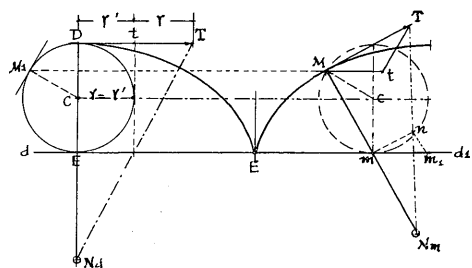
よって、点 M に於ての曲線の接線は $Mt_m(r')$ と $t_mT_m(r)$ とを2辺とする三角形の第3辺 MT_m である。

MT_m に垂直な直線 Mm は点 M に於ての法線である。

ii. 曲率中心—法線上の2点を選び、第1点に曲線上の点 M ，第2点に導線 dd_1 との交点 m を採る。点 m は常に中心 c から dd_1 への垂線の足に在るから、中心 c が c_1 に移る間に m は Mm 上を移りつつ、これに垂直方向に動き、 c_1 の直下の m_1 に移る。また点 M は曲線上を移行するが、 c の極小変位については接線 MT_m 上の T_m に到達するものと考えられる。よって mm_1 を接線 MT_m に平行な mn に代え、 $T_m n$ を結べば法線 M_m と N_m に会し、曲率中心 N_m を得る。



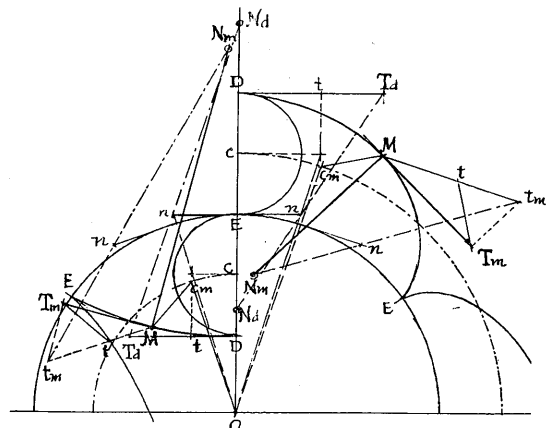
第 8 図



第 9 図

同様にして $r > r'$ (第8図)・ $r = r'$ (第9図) また外(内)はい線(第10図)についてもそれぞれ求めることができる。

Note—変曲点. $r' > r$ のとき、曲線は変曲点を作るが、この点は接線が中心軌道 cc_1 に対し最大傾斜を示す点である。第7図の三角形 MT_mt_m で、接線と r と r' とは三角形の3辺の関係にあるが、 r' は常に cc_1 に平行であるから、接線が最大傾斜となるのはこれが r と直交するときである。よって r' を cc_1 に平行な CA に置き、 CA を直径とする円周と、中心 C ，半径 r の円周との交点を B とすれば、 AB は接線の、 CB は法線の方である。そして先



第 10 図

の半径 r の円周と AB に平行な直線 C_i との交点 i は曲線上に変曲点 I を導びく。そしてこの点での法線 Im_i と T_{m_i} とは平行線となって曲率中心は無限遠に去り、 I が変曲点であることを証している。

Note.—最高，最低点。点 D と E とはその点での接線が cc_1 に平行し、 cc_1 から最も離れた点である。これ等の点での点の動きは、点 D では $r' + r$ ，点 E では $r' - r$ となる。

また、 $r' = r$ の場合には、曲線は点 E で尖点を作り、接線はその至近の点での接線で定まり、 cc_1 に垂直な直線となる。

$r > r'$ のとき、曲線は点 E 附近で環状となり、 E での接線は cc_1 に平行ではあるが、 D 点に於ての接線に逆行している。

C. 渦 線 類

渦線は定点を中心とし、その周りの回転に伴い中心からの距離（動径長）を変ずる点の描く曲線で、回転角と動径長との関係によって種々の渦線を作るが、以下に、あるきめです渦線と対数渦線とを例としてその接線，法線，曲率中心などの描法を試みる。

a) あるきめです渦線。（第11図）

この曲線は $r = a\theta$

$$\text{又は } a = \frac{r}{\theta}$$

但し $r \cdots \cdots$ 動径長

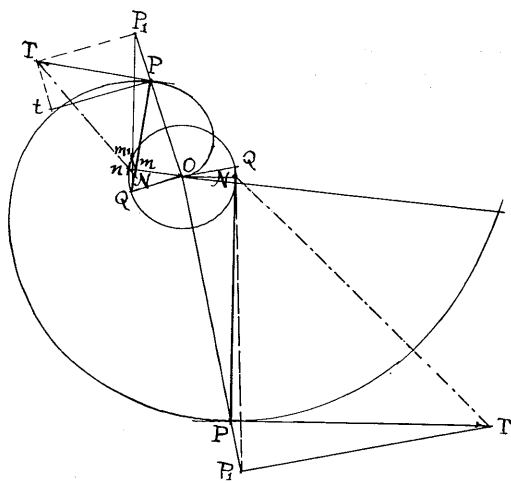
$\theta \cdots \cdots$ 回転角

$a \cdots \cdots$ 定数（長）

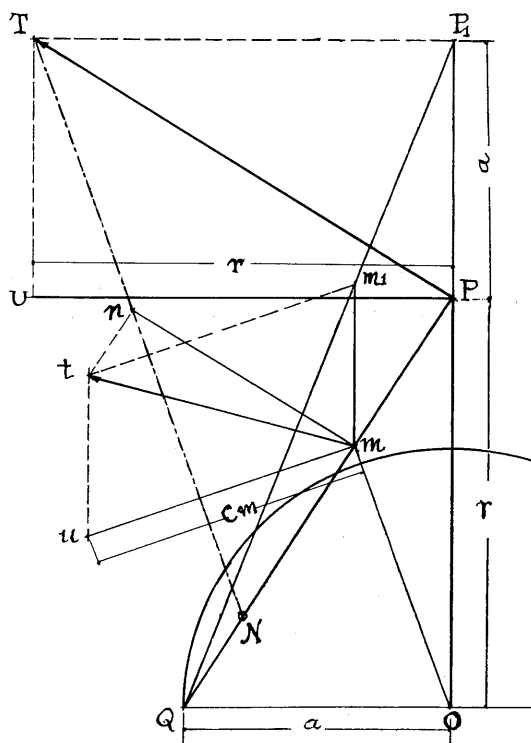
で表わされる。

i. 接線と法線—渦線上の点 P の動きは、点 O を中心、 OP を半径とする円運動（回転）と、 OP 方向の運動（動径伸縮）との組合せであって、両者の移動距離の比は r 対 θ である。いま θ を 1 ラジアンとして作図すれば、次の如くなる。（第12図）

OP に垂直に $PU = r$ に取り点 U を定め、また OP を延長し $PP_1 = a$ に取って点 P_1 を定める。 PU と PP_1 との比は点 P の極小移動にも



第 11 図



第 12 図

当て嵌められるから、 PU と PP_1 を 2 辺とする平行四辺形 $PUTP_1$ の対角線 PT は求める P 点に於ての曲線の接線である。

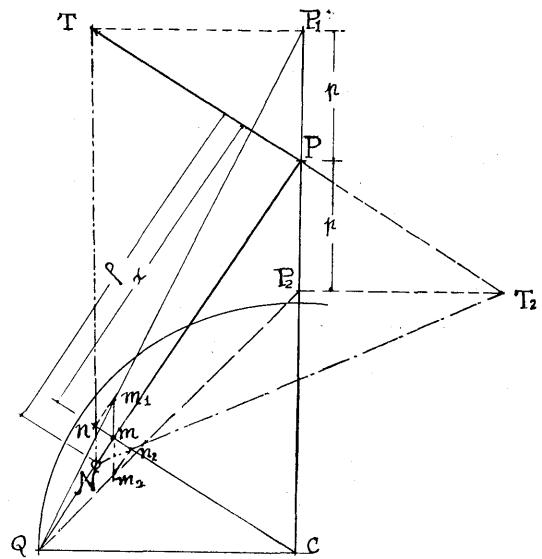
法線は PT に垂直な直線 PQ である。

ii. 曲率中心 (第12図) 一点 P に於ての曲線の曲率中心を求めるに、法線 PQ 上の第1点を曲線上の点 P 、第2点を PQ 上の任意の点 m とする。

点 P の微小移動に伴う点 m の移動は、 Om を半径とする円の接線方向の動きと、動径 OP の増減に伴う動きとの総合である。

いま若し、回転を伴わず、ただ動径だけが增加して P が P_1 に達したとすれば、法線は P_1Q となり、点 m は P_1Q 上 $mm_1 = PP_1 \cdot Qm/QP$ の点 m_1 に移る。

また回転のみを考えれば、点 P が半径 OP の円の接線 PU の方向に進む間に、点 m は半径 Om の円接線 mu の方向に動き、その大きさの比は回転の半径の比であるから、 OP と Om との比である。よって、点 P と m との移動の大きさの比はそれぞれ PP_1 と PU 、 mm_1 と mu を 2 辺とする平行四辺形の対角線 PT と mt との比である。しかし mt は PT に平行でないから、それぞれ PT と PQ との平行線 mn と tn とを作り交点 n を t に替え、 Tn を結び、法線 PQ との交点を N とする。点 N は求める曲率中心である。



第 13 図

Note—点 m を、中心 O から法線への垂線の足に選べば、 u と t とが省略でき、(第13図) また m を Q に置けば m と t とが省略される。(図略)

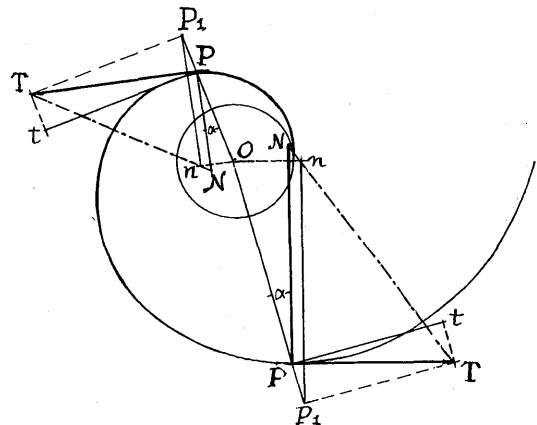
Note—動径長が減ずる場合、換言すれば回転方向が前例と逆であるときも、 P_1 、 T などと反対側に P_2 、 T_2 、 n_2 などを作れば、 T_2n_2 と法線 PQ との交点に曲率中心 N が定められる。(第13図)

Note.—渦線の曲率中心 N は a に比して動径 R が大きくなるに従って垂線の足 m に近づき、ある程度、実用には m で N に代えられようになる。 a 、 R 、 m 、 N の関係は第1表の如くである。

b) 対数渦線 (第14図)

対数渦線は $r = a^{\theta}$ で表わされる曲線である。

i. 接線と法線—動径 PO と法線 PQ との間の角を α とすれば、 $\tan \alpha = \log a$ で曲線上の点 P の位置に拘わらず $\angle \alpha$ は一定である。従って接線と動径との間の角もまた一定し、前題のあるきめです渦線 (第11図) の法線 PQ と P_1m_1



第 14 図

とは平行し、当然に n は、 PQ に垂直な直線 O_m と P_m に平行な直線 P_1n との交点に在り、そして Tn を結ぶ直線と法線 PQ との交点 N は求める曲率中心である。

Note.— $\angle\alpha$ を作図によって求めることは困難であるが、実用上差支えぬ程度の値は図表 1 によって簡単に得られる。

例 $a=1.3$ のときの $\angle\alpha$ を求める。

A 尺上の 1.3 と O とを結び、 K 線との交点 I を横に A 尺上点 L を定める。 $\angle LOQ$ は $\angle\alpha$ である。

第 1 表

$$\text{曲率半径 } \rho = \frac{r^2 + a^2}{r^2 + 2a^2} \cdot \sqrt{r^2 + a^2}$$

$$P_m = r^2 / \sqrt{r^2 + a^2} = x \quad \text{とし}$$

$a = 1$

$$\text{誤差 } p(\%) = \frac{\rho - x}{\rho} \times 100$$

r	ρ	x	誤差 p
1	0.943	0.707	25.02(%)
2	1.813	1.789	3.97
3	2.874	2.846	0.98
4	3.892	3.880	0.31
5	4.910	4.902	0.16
6	5.925	5.918	0.12
7	6.930	6.929	0.01
8	7.941	7.938	0.03
9	8.946	8.945	0.01
10	9.949	9.951	-0.02
11	10.957	10.955	-0.02
12	11.957	11.959	-0.02
13	12.960	12.962	-0.01

第 2 表

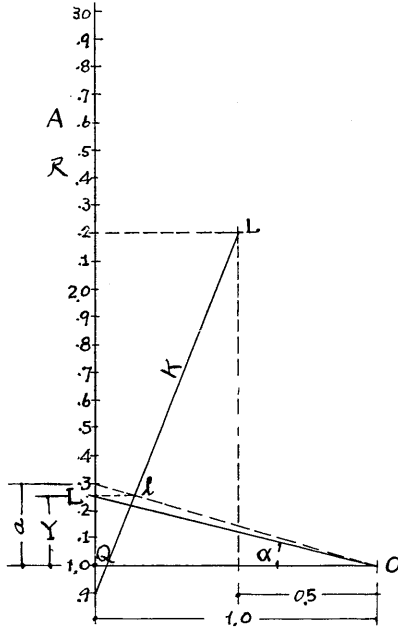
K 線を使用した値 $QL=Y$ と $\log a$ との誤差

$$\text{誤差 } p(\%) = \frac{\log a - Y}{\log a} \times 100(\%)$$

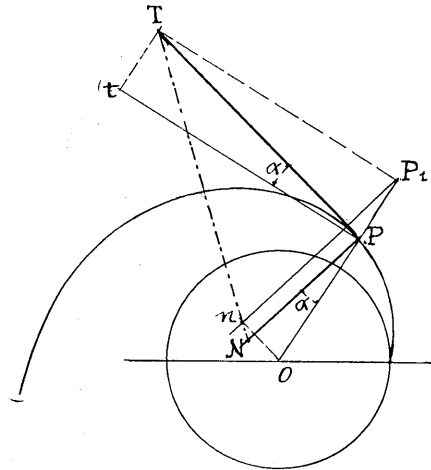
a	$\log a$	Y	誤 差
1.1	0.095	0.093	2.11(%)
1.3	0.262	0.259	2.15
1.5	0.405	0.403	0.49
1.7	0.530	0.530	0.00
1.9	0.641	0.643	-0.31
2.1	0.741	0.743	-0.27
2.3	0.832	0.833	-0.12
2.4	0.875	0.875	0.00
2.6	0.955	0.952	0.31
2.8	1.029	1.022	0.68
3.0	1.098	1.086	1.09
4.0	1.381	1.339	3.39

附図はその適用図である。

なお、 L は A 尺上に約0.26を示しているが、この値は $\log 1.3$ の筈である。参考として実用範囲の L の読みと $\log a$ との関係表も附加した。(第2表)



図表 1



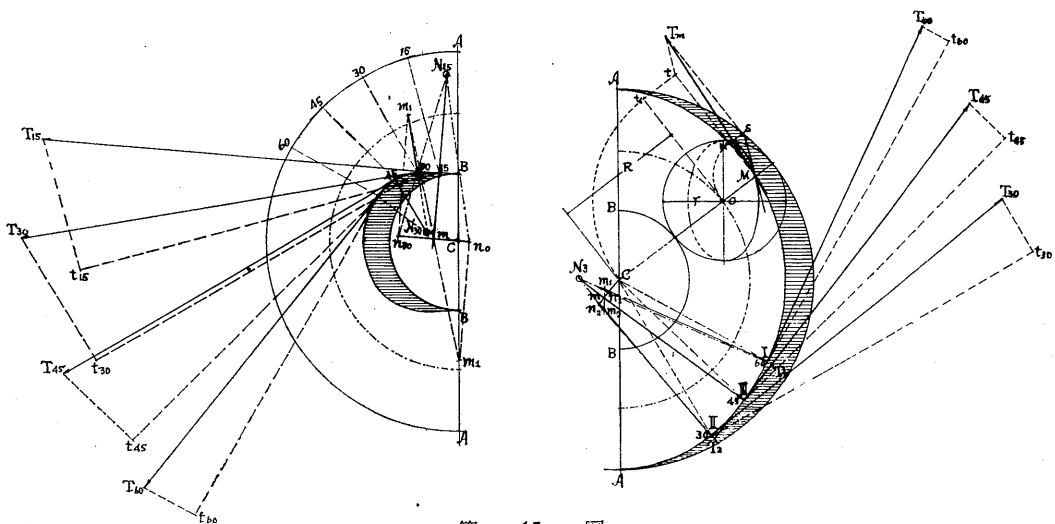
附 図

Ⅲ 曲面の陰線への応用

投影像あるいは透視像、共にその線図だけでは時になかなか空間の立体は理解しにくいことがある。しかし、日常われわれが周囲に見慣れている陰影が着けば、おのずと立体感が現われて理解を助ける。が、それだけに陰陽の境界線“陰線”は、誤れば返って表面を異った状況にも表現しかねない。充分、正確を期すべきである。

以下に、基本形を適用して接線、法線、曲率中心などを求めた応用例を掲げる。

Note—図を平面図だけに止めたのは、求めた接線など容易に立面図に導びかれるからである。



第 15 図

例 1. 環面. (第15図)

環面は円を中心の軌道として運動する素体球の形成する曲面で、また直線を軸とし、これを含む平面による素体球の截断口大円をその特性線とする回転面とも考えられる。

i. 陰線の接線と法線

環面の陰線は素体球の陰線と特性線との交点の集りで、陰線の接線の方法はこの交点の移動の方向である。そしてその移動は、素体球の軌道上の移動(1)と、素体球の回転による移動(2)から成り、例えば陰線上の点 M については、(1)は点 M の属する素体球の球心 O に於ての軌道円の接線 Mt_1 であり、(2)は OM に垂直な Mu である。そしてその大きさの比はそれぞれの回転の半径 CO と MO との比 $Ot_1 : Mu$ である。

よって、素体球の陰線の接線 Ms と Mu および特性線の接線に平行な su とを3辺とする三角形の辺 Ms と、 Ot_1 に平行で同大の Mt とを綜合した MTm は点 M に於ての曲面の陰線の接線である。

Note. 一多数の接線が必要ときには次のような図表2の使用を提案する。

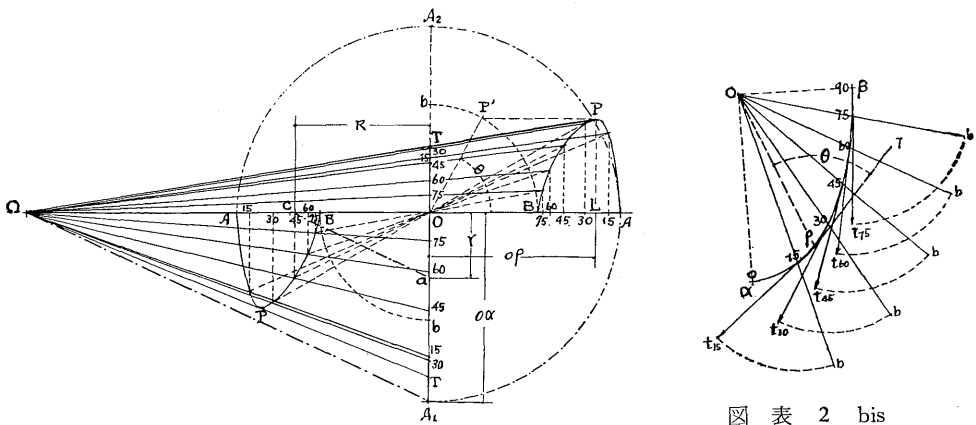
図表2 bis の $\alpha\beta$ は素体球の陰線の楕円の1/4の部分で直線 $O\rho$ 等は素体球の各位置に於ての特性線とし、点 ρ 等で楕円に接線 $\rho\tau$ などを作る。

次に図表2の横線 ΩOA 上に $O\rho$ に等しく OL を取り L を定め、また $\rho\tau$ と ρO との間の角 θ に等しく、中心 O 、半径 Ob (楕円の短軸 $O\beta$)の円弧上に B から測り点 P' を定め、その高さを垂線 LP 上に取り点 P とする。同様に楕円上に適宜15, 30等の点を置き、それぞれ P に相当する点を定め、念のため曲線 BPA で結んでおく。また O 点を挟んで対称に BPA などを定め曲線で結ぶ。前者は外陰線、後者は内陰線のためのものである。

例として此の図表を第15図に適用すれば、まず縮尺を揃えるため、横軸線 ΩO に垂直に縦軸 OaA_1 を作り、その上に素体球の半径 r に等しい Oa と、図表2 bis の Oa に等しい OA_1 を取り a, A_1 とする。次に素体球の中心軌道の半径 R に等しく横軸上に Oc を取り点 C を定め、 ac に平行に $A_1\Omega$ を作り横軸との交点を Ω とする。 Ω からの放射線 ΩP 等と縦軸 OA_1 との交点を T 等とする。

環の外陰線上の点例えば P (第15図の1部を示した第16図)に於ての接線は次の如くにして求める。

環の中心 C と点 P とを結ぶ CP に垂直な直線 Pt を作り、その上に ΩO の長さを取り点 t を、次に Pt に垂直な tT_P を OT に等しく取り T_P を定める。直線 PT_P は求める点 P に於ての陰線の接線である。



図表 2 bis

図表 2

同様に第15図の点30, 45等に於ても接線 $30T_{30}$ 図 $45T_{45}$ 等を求めることができる。内陰線に於てもまた同様である。

ii. 曲率中心 空間での曲線の曲率中心は必ずしも投影での曲率中心でなく、法線の投影がすでに曲線の投影の法線でない方が常態である。従って投影では、空間曲線から離れて別箇の平面曲線として扱い、そしてその曲線の動きに対してどのような曲線が代替できるかを発生条件、性質などから考察し、適宜選択し適用すれば、実用に差支のない範囲の位置が求められるであろう。

円環の陰線は、素体球面上を点が移動しつつ更に定点の周りを回転し形成した曲線であるから、まず考えられるのははい線か渦線かである。しかし、はい線とすれば、素体球半径を転円のそれにしても点の動きは異状であり、また渦線とは、接線、動径、回転角の関係が異質であって、いづれも完全な適用は望めない。しかし、所要の点の前後を調べ、変化の動向を観て、それに見合う条件を設定すれば、その点に於ては能く適用し得られよう。

a) はい線の適用(第15図) 一例えば点Ⅲに於て、その両側に近く等距離に点ⅠおよびⅡを選び、それ等の点での法線Ⅰ n_1 、Ⅱ n_2 、Ⅲ N_3 を作る。Ⅲ N_3 上に点 m を設け m を通り両側の法線と等長截片で交る直線 m_1mm_2 を作る。これを転円の転がる導線と見立て、両側の法線との交点を m_1 、 m_2 とする。以下、はい線の手法に準じ、点Ⅰを接線 T_1T_2 上の T_1 に、点 m_1 を T_1T_2 に平行な直線上の n_1 に替え、 T_1n_1 を結びⅢ N_3 との交点を求める曲率中心 N_3 とする。

同様に、内陰線上の点に於てもその曲率中心を求めることができる。

Note.—法線Ⅱ n_2 についても T_2n_2 を作り、 N_3 を確認して置くとよい。

Note.—内陰線の点15と30とは近隣の2点であるが、曲率中心は陰線の両側に在って、その間に変曲点の存在を示している。

b) 対数渦線の適用(第16図)

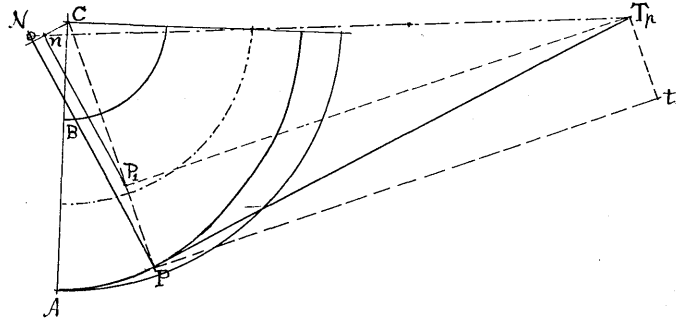
図表2によって点 P 附近では接線と動径との間の角が略々一定し、対数渦線を接触し得ると判ぜられる。よって、動径 PC 上に PP_1 を tT_p に等しく取り P_1 とし、法線 PN に平行に P_1n を作り、中心 O からの法線 PN への垂線との交点を n とする。

直線 T_pn と法線 PN との交点 N は求める曲率中心になる。

例Ⅱ 蛇形(第17図)

蛇形は螺旋を中心の軌道とする素体球の運動によって形成される曲面で、また球面上の特性線の運動の結果でもある。

その平面図は環面に似ているが、特性線が軌道螺旋に垂直な素体球の大円であるから、曲面の陰線は素体球の陰線と特性線との投影の2個の楕円の交点によって作られ、その接線を求めるに当たって特性線の投影楕円の接線も必要になる。その他は環面の描法を演用し得られる。



第 16 図

例えば外陰線上の点 M に於ての接線は、 CO_m に垂直な方向へ CO_m に等しく取った Mt と、 O_mM に等長で垂直方向の Ms 、素体球の陰線の接線 Mu 、特性線の接線方向 su を 3 辺とする三角形 Mus の辺 Mu とを綜合した MT_m である。

同様に、内陰線上の点 I, H 等についても IT_i, HT_h 等が求められる。

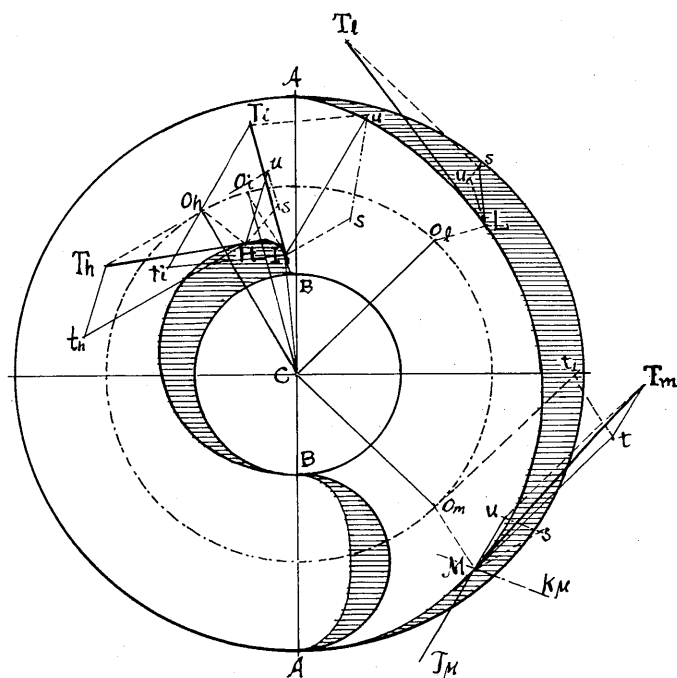
法線、曲率中心については環面と同様に独立した平面曲線として求める。

Note.— 点 L に於ての如く扱うと作図が簡単になる。

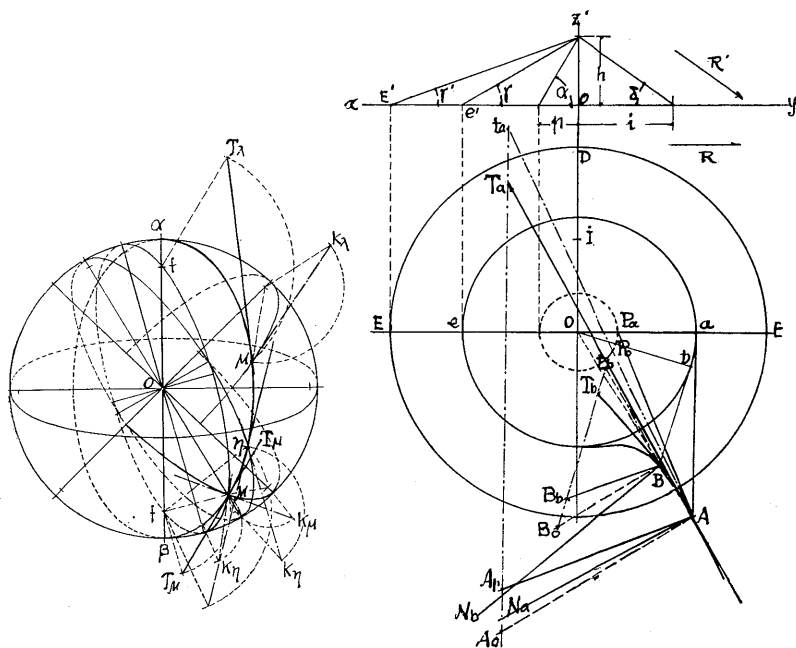
Note.— 素体球の陰線、特性線の投影楕円の交点、各接線などを確定するために第18図の如く、充分な縮尺で別に拵えて置くことよい。

例Ⅲ—拗螺旋面（第19図）

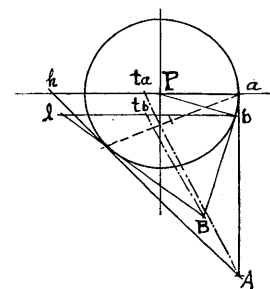
拗螺旋面は直線の螺旋運動によって形成される曲面であるが、また双曲面を素体とする螺旋面と



第 17 図



第 18 図



第 19 図

も考えられる。

母線は水平面を定向面とし、その傾斜角は α 、軌道螺旋は垂直線 OZ を軸としてその傾斜角は r 、光線の方法は RR' とする。

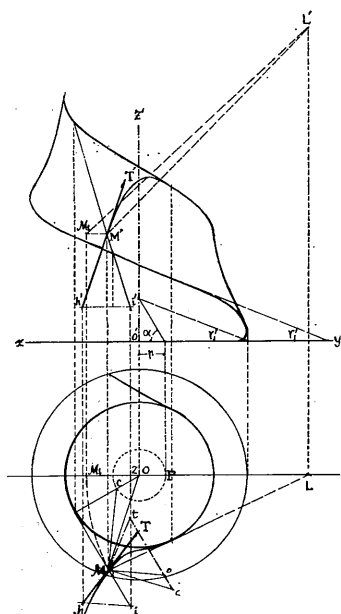
素体の双曲面は螺旋面とその母線の全長に沿って接触させるため、捩円の半径を螺旋面の極円と軌道螺旋の投影円との半径の差 $P_a a$ に取り、母線の傾斜角を α にする。

螺旋面の陰線は、素体双曲面の母線が特性線であるから、これと素体の陰線との交点の集りで成立している。

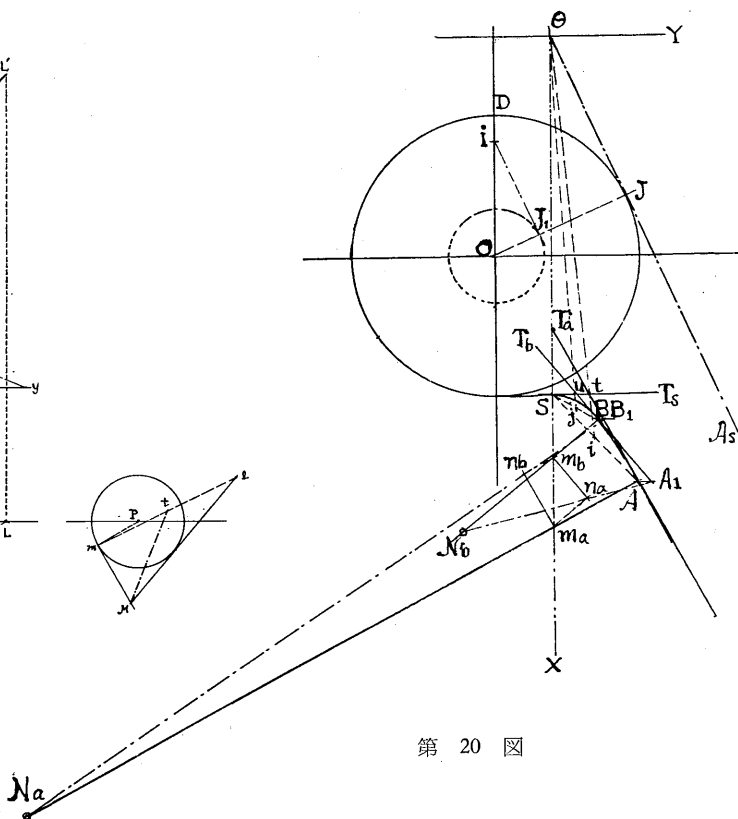
i. 接線 陰線上の点 A の動きは、素体の螺旋運動と、素体の回転とによる動きの組合せで、前者は O を中心、半径 OA の円の接線 AA_o であり、後者は双曲面の捩円の中心 P_a を中心とする半径 $P_a A$ の円の接線 AA_p である。

素体双曲面の陰線の接線は母線 A_a (第19図右) と異系の A_k との間の、光線の方法の直線の線分 ak の中点 t_a と A とを結ぶ At_a であるから、 AP_a に等しく取った AA_p と、素体の陰線の接線の方法 At_a 、母線に平行な $A_p t_a$ とを3辺とする三角形の辺 At_a を作り、また AA_o を OA に等しく取る。両者を綜合した AT_a は求める螺旋面の接線である。

Note.— $A_p A_o$ と $t_a T_a$ とは等長で且つ1直線上に在るから、 $A_p t_a$ は母線 aA に平行な任意の直線で代用できる。例えば、点 B ではそれぞれ OB 、 $P_b B$ に垂直な BB_o 、 BB_b と素体の陰線の接線 Bt_b を作り、母線



第 21 図



第 20 図

bB に平行な直線 $B_b t_b$ を適宜の位置に設け、交点 t_b , B_b , B_0 などを定め、 $B_b B_0$ に等しく t_b から取り T_b を点 B に結ぶ直線は、求める点 B での接線 ET_a である。

法線はそれぞれ接線に垂直な AN_a , BN_b 等である。

ii. 曲率中心 (第20図, 双曲線の適用) — この螺旋面の陰線は漸近線 θJA_s を有ち、また点 S と点 A とを結ぶ直線 SA の中点 i と、接線 AT_a と ST_s との交点 t とを結ぶ直線 it も、また SB の中点 j と、 BT_b と ST_s との交点 u とを結ぶ ju も共に漸近線と点 θ に会し、この陰線の点 A , B 附近は、 θS を軸とする双曲線で代替し得ると判ぜられる。

よって θS と法線 AN_a , BN_b との交点 m_a , m_b , 接線に平行な $m_a m_b$ 上の n_b , 接線 AT_a 上の B_1 などを双曲線の手法に依って定め、 $B_1 n_b$ を結び、法線 AN_a との交点 N_a を以て点 A に於ての曲率中心とする。

同様に点 N_b を点 B に於ての曲率中心とする。

Note.— LL' を光源とする放散光線に因る場合 (第21図) も、それぞれの点、例えば点 M に於ては LM を光線の方角として前例と同様の解法が適用される。

あ と が き

よく古社寺の設計図を絵図面などと呼ぶ慣わしがあります。画家や彫刻家も絵図師として製図に参加し、絵様や彫刻が豊富に美しく描かれて、頗る絵画的であるからでもありましょう。しかし絵画はそれ自身最終目的の完成品で、制作者の意図がどのように解釈されようと、感情に深く訴える美しい芸術品であればそれでよいのでしょう。ですが、われわれの設計図は、飽くまでも其の先にある目的物の実現への一手段であって、見る人のところどころなどというものでなく、完全に誤りなく設計者の意図を伝えるものでなくてはなりません。それだけに設計者は、製図上に誤記曖昧など許されません。かといって手数、時間にはおのづから経済的方面などからの制限もあり、時には迅速を絶対条件とすることすら屢々です。数学的解法の確実さは讃えらるべきですが、現在すべての製図技術者に望み得ることでありましょうか？容易に理解され応用される便法の一つとして、特に蔑ろにされ誤られ易い陰線について、確定に必要な接線などを例として実用的便法の提案を試みました。別に目新しい発明もなく、強いて云えば平行線に変換して極限に於ての比を見出す図法ぐらいで、わずかに初学者の興味をひいた程度でありましょう。しかしこれが読者諸賢によって工夫改良を加えられ、一層価値あるものとなって広く利用せられ、殊に設計製図方面などへの応用、便益の増大に資せられることを希求して止みません。

終りに臨み、本学、数学教室、山田牛三教授の御援助を感謝いたします。

(昭和40年1月18日受付)