

2017年度

博士学位論文

イナータが有する力学的機能と振動系
に及ぼす影響に関する研究

Study concerning dynamic functions of inerters
and their influence on vibration systems

中部大学大学院

工学研究科 機械工学専攻

小川 亜樹

目次

第1章	緒論.....	1
1.1	研究の背景.....	1
1.1.1	ねじり振動系における振動問題.....	1
1.1.2	イナータ.....	2
1.2	従来の研究.....	2
1.3	研究の目的と論文の構成.....	4
第2章	イナータの定式化.....	7
2.1	緒言.....	7
2.2	理想イナータの支配方程式.....	7
2.3	実用イナータの支配方程式.....	9
2.3.1	遊星歯車式ねじり系イナータ.....	9
2.3.2	ラック／ピニオン式並進系イナータ.....	21
2.4	結言.....	22
第3章	イナータの力学的機能についての理論的考察.....	25
3.1	緒言.....	25
3.2	イナータの支配方程式の機能による展開.....	25
3.3	各機能の動力的考察.....	29
3.3.1	理想イナータ機能.....	30
3.3.2	慣性再配分機能.....	35
3.4	結言.....	41
第4章	イナータが組み込まれた振動系の定式化.....	43
4.1	緒言.....	43
4.2	基本振動系モデル.....	43
4.3	実用イナータを組み込んだ振動系の定式化.....	46
4.4	結言.....	53
第5章	各機能が振動系の周波数特性に及ぼす影響.....	55
5.1	緒言.....	55
5.2	理想イナータ機能の影響.....	55
5.2.1	理想イナータ機能を組み込んだ振動系の共振・反共振周波数の定式化.....	55
5.2.2	共振・反共振周波数の数値シミュレーション（1自由度系モデル）.....	64

5.2.3	共振・反共振周波数の数値シミュレーション (2自由度系モデル)	67
5.2.4	理想イナータが振動系の共振および反共振周波数特性に及ぼす影響のまとめ	74
5.3	直接接続慣性機能, 間接接続慣性機能と慣性授受機能の影響	77
5.4	結言	84
第6章	結論	85
参考文献	89
発表論文	93
謝辞	95

第1章 緒論

1.1 研究の背景

1.1.1 ねじり振動系における振動問題

駆動機から伝達機構を介して被動機に至る回転軸系は、各種産業用の回転機械系をはじめとして乗用および貨物用の交通機械駆動系に広く使用されている。回転軸系のねじり振動特性は、機械装置の信頼性や運転精度、快適性など、回転機械系の特性を左右する。回転軸系では、回転軸の質量アンバランス（不釣り合い）による遠心力と軸曲げ剛性に支配される軸曲げ共振が古くから問題となり、これまでに数多くの研究と技術開発が実施され、実機における軸曲げ共振の対策技術が確立されてきた⁽¹⁾。一方、軸系の回転慣性と軸ねじり剛性に支配される軸ねじり共振についても電動機起動時の過渡ねじり振動が古くから問題となり、交通機械駆動系等に多用される歯車軸系ではねじり振動が不可避となっている。特に自動車の駆動系においては、昨今の燃費規制強化やユーザーの環境意識向上を受けて燃料消費率低減を目的にエンジンのダウンサイジング化や気筒休止に代表される省気筒数化、過給機付きエンジンの採用やオートマチックトランスミッション（自動変速機）採用車のトルクコンバータにおけるロックアップ（直結）制御の低速化に代表される低速運転化の技術の開発、実用化が進んでいる。従来から自動車の駆動系には比較的低いねじり剛性を有する「ダンパ」と呼ばれるねじり振動低減装置がエンジンから変速機、伝達シャフト、デファレンシャルギヤ等を介して駆動輪へとつながるドライブトレインに直列に配置されていて、ダンパの採用により自動車の駆動系は一般的にねじり共振周波数よりも高い周波数領域で運転されている。しかしながら前述の燃料消費率低減のための技術は、エンジンの燃焼圧の変動に起因してエンジンからドライブトレインに入力されるトルク変動の周波数を低下させる。その結果、ダンパを含むドライブトレインの振動伝達が増大し、ドライブトレインを支持するマウント類を介して車体に入力される振動が増大する。車体への入力振動の増大は乗車時の乗員の快適性を損なう要因となることから、快適性を維持しながら車両燃費性能を向上させることを目的とする駆動系のねじり振動低減装置（ダンパ）の高性能化が今後の技術課題となっている。例えばフライホイールの慣性モーメント増大やダンパの低剛性化がそ

の代表的な手法で、エンジンからドライブトレインに入力されるトルク変動の周波数が低下することによる振動伝達率の増大を、慣性モーメントの増大またはドライブトレインの共振周波数の低減により改善することを狙う手法となっている。また近年ではダイナミックダンパや遠心振り子などに代表される「動吸振器」により、エンジンからドライブトレインに入力されるトルク変動に対して逆位相のトルク変動を生成し合成することで振動を低減する技術も開発され、実用化が進んでいる。同様にイナータ (Inerter) と呼ばれる装置による振動低減技術が実用化されている。

1.1.2 イナータ

イナータ (Inerter) は、電気系と機械系の e-v 対応 (force-current analogy) の考え方によると電気回路における『キャパシタ』に相当する受動要素と解釈することができる。イナータを機械振動系に導入することで機械振動系の周波数特性の設計に電気回路系での周波数特性の設計手法をそのまま導入することが可能となり、機械振動系の周波数特性の設計自由度を飛躍的に高めることができるとされている^(1,2)。電気系と機械系の支配方程式と、e-v 対応 (Force-current analogy) に基づく機械系要素 (ばね, ダンパ, イナータ) と電気系要素 (コイル, 抵抗器, キャパシタ) の対応を表 1.1 に示す^(1,2)。表 1.1 で機械系システムの v_1 と v_2 はそれぞれ端子 1 と端子 2 の速度を、電気系システムの V_1 と V_2 はそれぞれ端子 1 と端子 2 の電位を示す。

1.2 従来の研究

イナータに関する研究は、建築分野、ロボット分野、自動車分野で数多く進められているほか、多自由度系で理論的な考察や数値シミュレーションが行われている。建築分野では、例えば振り子と梃子を利用した機構の研究^(1,3)や、ボールネジを利用した機構の研究^(1,4)、イナータと減衰を組み合わせたデバイスの導入による 1 自由度系モデルの変位加振に対する変位応答の低減に関する研究^(1,5)や、多層建造物の隣り合う階層間にイナータを導入することによる振動低減効果に関する研究^(1,6)が行われている。ロボット分野では、例えば受動歩行ロボットの足首部に回転式のイナータを適用する研究がある^(1,7)。また、自動車分野では、車両の懸架装置に対してイナータを導入し路面からの変位入力に対する車体制振特性の向上に関する研究が行われている^{(1,8)(1,9)(1,10)}^(1,11)。また 1 自由度系や多自由度系の振動モデルにイナータを導入することにより、イナータの慣性増大効果に起因する固有振動数の低減効果に関する理論的な研究^{(1,12)(1,13)}

1.3 研究の目的と論文の構成

本研究では、実際の機械装置としての構成を考慮したイナータによる回転機械系のねじり振動低減の実用的な設計理論を構築することを目的とする。本論文では、まず従来の研究で多く取り上げられている「理想イナータ」と、実際の機械装置としての構成として構成部品の慣性モーメントや慣性質量、歯車機構の構成を考慮した「実用イナータ」についてそれぞれの動特性の定式化を行う。次に定式化に基づいて「理想イナータ」と「実用イナータ」を解析的に比較することで両イナータの機能の差異を明確にする。次に遊星歯車機構を利用した遊星歯車式ねじり系イナータについて、機械装置としての構成が異なる複数のタイプの遊星歯車式ねじり系イナータの動特性を比較することで、実用イナータの機械装置としての構成が動特性に及ぼす影響を考察する。さらにイナータを組み込んだねじり振動系モデルの伝達関数の周波数特性から、実用イナータの有する機能がねじり振動系モデルの伝達関数の周波数特性に及ぼす影響について数値シミュレーションで考察する。

Table 1.2 Previous published papers related to inerter.

No.	Author and published year	System	Inerter model	Application
1	Yamamoto et al., 1975	1DOF, linear	Ideal	Building
2	Aragaki et al., 1999	1DOF, linear	Actual machine	Building
3	Smith, 2002	1DOF, linear	Ideal	Theory
4	Smith, 2004	MDOF, linear	Ideal	Automotive (Suspension)
5	Ikago et al., 2012	1DOF, linear	Ideal	Building
6	Hanazawa et al., 2013	MDOF, rotational	Ideal	Passive robot
7	Chen et al., 2014	MDOF, linear	Ideal	Theory
8	Hu et al., 2014	2DOF, linear	Ideal	Automotive (Suspension)
9	Lazar et al., 2014	MDOF, linear	Ideal	Building
10	Tran et al., 2015	2DOF, linear	Ideal	Automotive (Suspension)
11	Shen et al., 2016	2DOF, linear	Ideal	Automotive (Suspension)
12	Suciu et al., 2017	1DOF, linear	Ideal	Theory

第2章以降の本論文の構成を以下に述べる。

第2章では、本研究で対象とするイナータの動特性を表わす支配方程式の定式化を行う。本研究ではイナータは理想イナータと実用イナータに分類し、ねじり系では理想イナータと機械装置としての構成が異なる4種類の遊星歯車式イナータについて、並進系では理想イナータと1種類のラック／ピニオン式イナータについてそれぞれの動特性を表わす支配方程式を定式化する。

第3章では、第2章で定式化した遊星歯車機構を有する4種類のねじり系イナータとラック／ピニオン機構を有する1種類の並進系イナータの各実用イナータの支配方程式を「理想イナータと2つの慣性モーメントまたは慣性質量の組み合わせ」の形式に展開することにより、実用イナータの力学的機能について理論的に考察する。

第4章では、第3章で示した、実用イナータの具体的な構成例として4種類の遊星歯車式ねじり系イナータと1種類のラック／ピニオン式並進系イナータを対象とし、これらのイナータの動特性を表わす支配方程式の全てが、「理想イナータ機能」、「直接接続慣性機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」に展開して解釈できることを述べる。

第5章では、実用イナータが振動系に組み込まれた場合に、第4章で述べた4つの機能が振動系の動特性に及ぼす影響を数値シミュレーションに基づいて考察する。

第6章では、本研究の総括を行う。

第2章 イナータの定式化

2.1 緒言

本章では、本研究で対象とするイナータの動特性を表わす支配方程式の定式化を行う。本研究ではイナータは理想イナータと実用イナータに分類する。イナータの支配方程式の定式化はオイラーの運動方程式に基づいて行い^(2.1)、続いてラグランジュの運動方程式に基づいて行う^(2.2)。

2.2 理想イナータの支配方程式

理想イナータは「2端子間の相対加速度に比例した大きさの反力を両端子に反対向きに発生する機能を有する機械的受動要素」と定義され^(2.3)、各端子がねじり角度 θ の1自由度の軸を有するねじり系理想イナータのモデルを図2.1に示す。ねじり系理想イナータでは T_1 と T_2 はそれぞれ軸1と軸2に作用する軸トルク、 θ_1 と θ_2 はそれぞれ軸1と軸2の角変位を示す。ねじり系理想イナータは、両軸間の相対角加速度に比例した大きさの軸トルクを各軸に逆向きに発生する機能を有し、イナータの慣性モーメントを i とすると、支配方程式は行列形式で式(2.1)で与えられる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & -i \\ -i & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

各端子が並進変位 x の1自由度を有する並進系理想イナータのモデルを図2.2に示す。並進系理想イナータでは F_1 と F_2 はそれぞれ端子1と端子2に作用する力、 x_1 と x_2 はそれぞれ端子1と端子2の変位を示す。並進系理想イナータは、両端子間の相対加速度に比例した大きさの力を各端子に逆向きに発生する機能を有し、イナータの慣性質量を m とすると、支配方程式は行列形式で式(2.2)で与えられる。

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & -m \\ -m & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

式(2.1)から、ねじり系理想イナータ両軸に等しい角加速度 ($\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}$) を与えると式(2.3)が導出できる。

$$T_1 = T_2 = i(\ddot{\theta} - \ddot{\theta}) = 0 \quad (2.3)$$

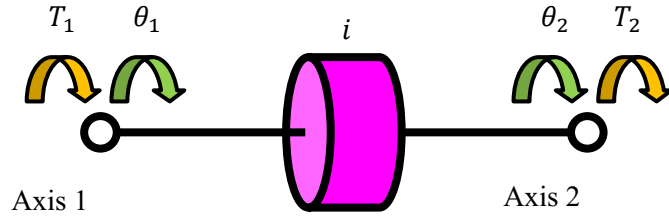


Fig.2.1 Torsional ideal inerter model.

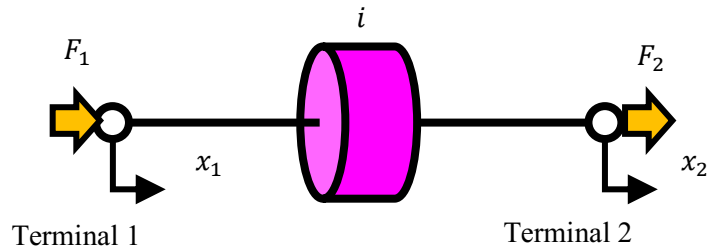


Fig.2.2 Linear ideal inerter model.

式(2.3)はねじり系理想イナータが両軸に等しい角加速度，例えば正の角加速度で等しい回転運動をなした時，いずれの軸の軸トルクも零となることを示していて，ねじり系理想イナータが装置自身の慣性モーメントを考慮しない機能定義と考えられる．同様に式(2.2)から，並進系理想イナータ両端子に等しい加速度 ($\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \ddot{x}$) を与えると式(2.4)が導出できる．

$$F_1 = F_2 = m(\ddot{x} - \ddot{x}) = 0 \quad (2.4)$$

式(2.4)は並進系理想イナータが両端子に等しい加速度，例えば正の加速度で等しい並進運動をなした時，いずれの端子の力も零となることを示していて，並進系理想イナータもねじり系理想イナータと同様に装置自身の慣性質量を考慮しない機能定義と考えられる．

本研究では機械装置として実現可能なイナータとしてねじり系では理想イナータの各軸に慣性モーメントを，並進系では理想イナータの各端子に慣性質量を有するモデルを仮定し，「実用イナータ」と称することとする．仮定するねじり系実用イナータのモデルを図 2.3 に示す．理想イナータの慣性モーメントを i ，軸 1 と軸 2 がそれぞれ有する慣性モーメントを I_1 ， I_2 とすると，各軸に与える角加速度 $\ddot{\theta}_1$ と $\ddot{\theta}_2$ に対する各軸に発生する軸トルク T_1 と T_2 は行列形式で式(2.5)で与えられる．

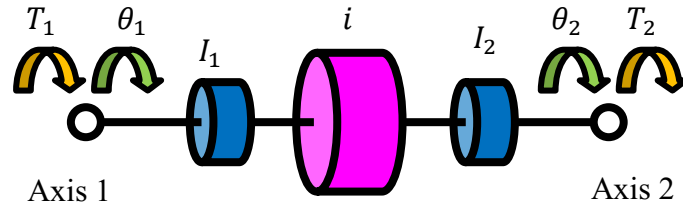


Fig.2.3 Practical torsional inerter model for torsional system.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & -i \\ -i & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

同様に並進系の実用イナータは、理想イナータの慣性質量を m 、端子1と端子2がそれぞれ有する慣性質量を M_1 、 M_2 とすると、各端子に与える並進加速度 \ddot{x}_1 と \ddot{x}_2 に対する各端子に発生する力 F_1 と F_2 は行列形式で式(2.6)で与えられる。

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & -m \\ -m & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

式(2.5)と式(2.6)の右辺第1項は理想イナータの機能を、右辺第2項は両端子に作用する慣性力をそれぞれ示す。図2.3に示すねじり系の実用イナータの両端子に角加速度 $\ddot{\theta}$ を与えた場合、式(2.5)から式(2.7)が得られる。

$$T_1 = I_1 \ddot{\theta} \quad , \quad T_2 = I_2 \ddot{\theta} \quad (2.7)$$

式(2.7)はねじり系理想イナータが両軸に等しい角加速度、例えば正の角加速度を伴う等しい回転運動をなした時、装置全体の慣性モーメント($I_1 + I_2$)が軸1と軸2にそれぞれ I_1 と I_2 に配分されていると解釈することができる。式(2.6)から並進系の実用イナータについても同様の解釈ができる。

2.3 実用イナータの支配方程式

本節では、具体的な機械構造を想定した実用イナータとして、遊星歯車機構を有する3種類のねじり系イナータとラック/ピニオン機構を有する1種類の並進系イナータについて動特性を表わす支配方程式を定式化する。

2.3.1 遊星歯車式ねじり系イナータ

機械装置の機構、慣性質量や慣性モーメントを考慮したねじり系の実用イナータとして、本項では遊星歯車機構を利用した「遊星歯車式イナータ」の支配方程式を定式化する。

る．本研究で対象とする遊星歯車式ねじり系イナータを図 2.4 の(a)~(d)に示す．図 2.4 に示す 4 つの形態は，いずれも 2 つの太陽歯車軸と 1 つのキャリア軸を有する 2K-H 型遊星歯車機構^(2.4)で構成される．図 2.4(a)に示すタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの構成は，太陽歯車軸に接続されるリングギヤとサンギヤを各々一つずつ有し，キャリアを軸 1 に，サンギヤを軸 2 にそれぞれ接続する．この形態では， n 個のピニオンギヤの公転分を含むキャリアの慣性モーメント i_c が軸 1 に，サンギヤの慣性モーメント i_s が軸 2 にそれぞれ作用し，リングギヤの慣性モーメント i_r と n 個のピニオンギヤの自転分の慣性モーメント ni_p は，軸 1 の角変位 θ_1 と軸 2 の角変位 θ_2 に応じて角変位 θ_r と θ_p が生じ，それに伴って生じる慣性力 $i_r\ddot{\theta}_r$ と $ni_p\ddot{\theta}_p$ が遊星歯車機構を介して軸 1 と軸 2 に軸トルク T_1 と T_2 を発生させると解釈することができる．図 2.4(a)に示すタイプ A モデルの動特性をオイラーの運動方程式^(2.1)に基づき定式化する．遊星歯車機構の各要素の角速度の関係は共線図により求められることが知られている^(2.5)．図 2.5 にタイプ A モデルの遊星歯車機構の共線図を示す．ここで歯数比 λ はリングギヤの歯数 Z_r に対するサンギヤの歯数 Z_s の比，つまり $\lambda = Z_s/Z_r$ とする．リングギヤとピニオンギヤ自転の角速度 $\dot{\theta}_r$ と $\dot{\theta}_p$ は図 2.5 から $\dot{\theta}_1$ ， $\dot{\theta}_2$ と λ を用いて式(2.8)と式(2.9)で与えられる．

$$\dot{\theta}_r = (1 + \lambda)(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_2 \quad (2.8)$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_2 \quad (2.9)$$

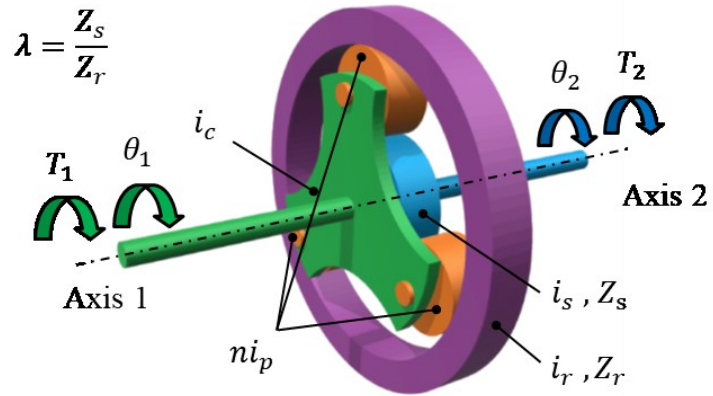
式(2.8)と式(2.9)は， $\dot{\theta}_r$ と $\dot{\theta}_p$ が $\dot{\theta}_1$ と $\dot{\theta}_2$ の線形和で表現できることを示し，これらの式の両辺を時間微分することで，式(2.10)と式(2.11)が得られる．

$$\ddot{\theta}_r = (1 + \lambda)(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) + \ddot{\theta}_2 \quad (2.10)$$

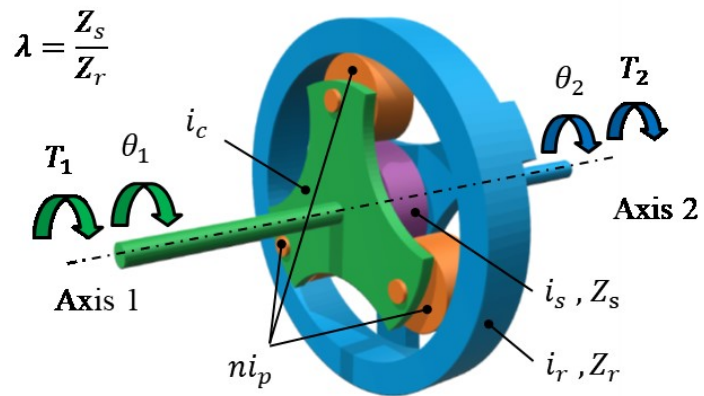
$$\ddot{\theta}_p = \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda}(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) + \ddot{\theta}_2 \quad (2.11)$$

タイプ A モデルの遊星歯車機構における軸トルクのつり合いを図 2.6 に示す．ここでサンギヤ半径 R_s とピニオンギヤ半径 R_p はリングギヤ半径 R_r と歯数比 λ を用いて式(2.12)と式(2.13)で与えられる．

$$R_s = \lambda R_r \quad (2.12)$$

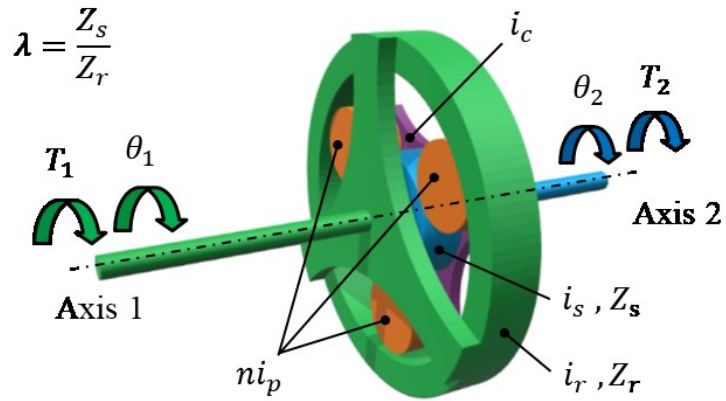


(a) Type A model.

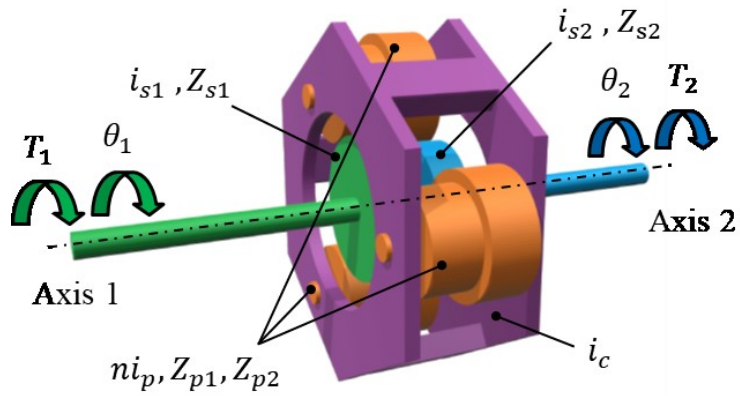


(b) Type B model.

Fig.2.4 Planetary gear inverter models.



(c) Type C model.



$$\lambda_1 = \frac{Z_{s1}}{Z_{s1} + 2Z_{p1}}, \quad \lambda_2 = \frac{Z_{s2}}{Z_{s2} + 2Z_{p2}}$$

(d) Type A' model.

Fig.2.4 Planetary gear inverter models (continued).

$$R_p = \frac{R_r - R_s}{2} = \frac{R_r(1 - \lambda)}{2} \quad (2.13)$$

図 2.6 から、リングギヤにはピニオンギヤとの噛み合いによる荷重 F_{r-p} のみが作用し、リングギヤについてオイラーの運動方程式^(2.1)に基づいて式(2.14)の関係が成り立つ。

$$F_{r-p}R_r = i_r \ddot{\theta}_r \quad (2.14)$$

また図 2.6 から、ピニオンギヤにはリングギヤとの噛み合いによる荷重 F_{r-p} とサンギヤとの噛み合いによる荷重 F_{s-p} が作用し、ピニオンギヤについてオイラーの運動方程式^(2.1)に基づいて式(2.15)の関係が成り立つ。

$$(F_{s-p} - F_{r-p})R_p = ni_p \ddot{\theta}_p \quad (2.15)$$

キャリアには軸 1 に、サンギヤには軸 2 がそれぞれ接続され、各軸に入力されるトルクをそれぞれ T_1 と T_2 とすると式(2.16)と式(2.17)が与えられる。

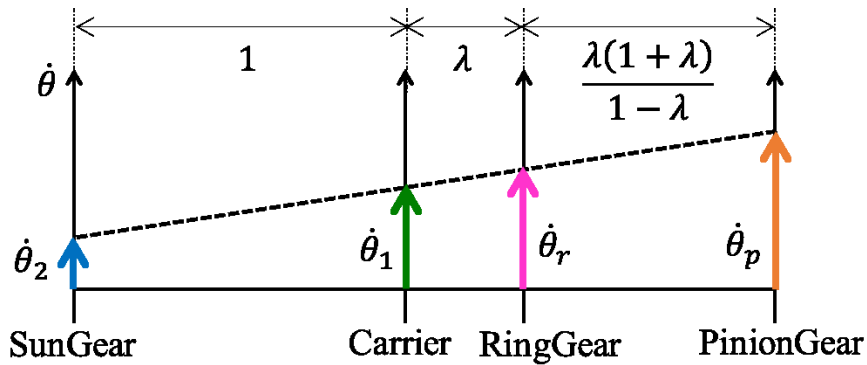


Fig.2.5 Velocity diagram of planetary gear inverter type A model.

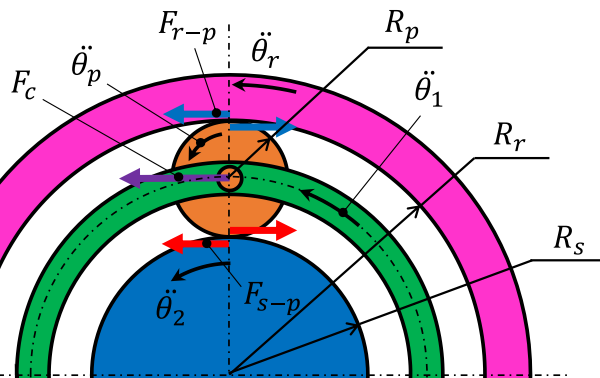


Fig.2.6 Balance of forces between the elements of planetary gear for type A model.

$$T_1 - (F_{r-p} + F_{s-p})(R_r - R_p) = i_c \ddot{\theta}_1 \quad (2.16)$$

$$T_2 + F_{s-p} R_s = i_s \ddot{\theta}_s \quad (2.17)$$

式(2.14)に式(2.10)を代入し F_{r-p} について解くと式(2.18)が得られる.

$$F_{r-p} = \frac{i_r}{R_r} \{(1 + \lambda) \ddot{\theta}_1 - \lambda \ddot{\theta}_2\} \quad (2.18)$$

式(2.13)と式(2.18)を式(2.15)に代入し, F_{s-p} について解くと式(2.19)が得られる.

$$F_{s-p} = \frac{i_r}{R_r} \{(1 + \lambda) \ddot{\theta}_1 - \lambda \ddot{\theta}_2\} + \frac{ni_p}{R_r} \cdot \frac{2(1 + \lambda) \ddot{\theta}_1 - 4\lambda \ddot{\theta}_2}{(1 - \lambda)^2} \quad (2.19)$$

式(2.13), 式(2.18)と式(2.19)を式(2.16)に代入し, T_1 について解くと式(2.20)が得られる.

$$T_1 = \left\{ i_r (1 + \lambda)^2 + ni_p \frac{(1 + \lambda)^2}{(1 - \lambda)^2} + i_c \right\} \ddot{\theta}_1 + \left\{ -i_r \lambda (1 + \lambda) - ni_p \frac{2\lambda(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)^2} \right\} \ddot{\theta}_2 \quad (2.20)$$

式(2.12)と式(2.19)を式(2.17)に代入し, T_2 について解くと式(2.21)が得られる.

$$T_2 = \left\{ -i_r \lambda (1 + \lambda) - ni_p \frac{2\lambda(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)^2} \right\} \ddot{\theta}_1 + \left\{ i_r \lambda^2 + ni_p \frac{4\lambda^2}{(1 - \lambda)^2} + i_s \right\} \ddot{\theta}_2 \quad (2.21)$$

式(2.20)と式(2.21)は, 合わせて行列形式で表記すると支配方程式として式(2.22)が得られる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_r (1 + \lambda)^2 + ni_p \frac{(1 + \lambda)^2}{(1 - \lambda)^2} + i_c & -i_r \lambda (1 + \lambda) - ni_p \frac{2\lambda(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)^2} \\ -i_r \lambda (1 + \lambda) - ni_p \frac{2\lambda(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)^2} & i_r \lambda^2 + ni_p \frac{4\lambda^2}{(1 - \lambda)^2} + i_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

回転座標系での運動方程式の導出法としてトルクと角加速度の関係から導出するオイラーの運動方程式^(2.1)の他に, 系全体の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーから導出するラグランジュの運動方程式^(2.2)が知られている. 以下では, タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式をラグランジュの運動方程式に基づいて導出する. ラグランジュの運動方程式の一般形式を式(2.23)に示す.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = T_i (i = 1, 2) \quad (2.23)$$

ここで L はラグランジアンで,

$$L = K - V \quad (2.24)$$

となる．式(2.24)で K は系全体の運動エネルギーの和を， V は系全体のポテンシャルエネルギーの和を示す．式(2.8)と(2.9)から K と V はそれぞれ式(2.25)と式(2.26)で与えられる．

$$\begin{aligned}
K &= \frac{1}{2}i_c\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}i_s\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}i_r\dot{\theta}_r^2 + \frac{1}{2}ni_p\dot{\theta}_p^2 \\
&= \frac{1}{2}\left\{i_c + i_r(1+\lambda)^2 + ni_p\frac{(1+\lambda)^2}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_1^2 \\
&\quad + \left\{-i_r\lambda(1+\lambda) - 2ni_p\frac{\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\
&\quad + \frac{1}{2}\left\{i_s + i_r\lambda^2 + ni_p\frac{4\lambda^2}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_2^2
\end{aligned} \tag{2.25}$$

$$V = 0 \tag{2.26}$$

式(2.25)と式(2.26)を式(2.24)と式(2.23)に代入することで軸 1 および軸 2 の軸トルク T_1 と T_2 は式(2.27)と式(2.28)で与えられる．

$$\begin{aligned}
T_1 &= \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \\
&= \left\{i_c + i_r(1+\lambda)^2 + ni_p\frac{(1+\lambda)^2}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_1 \\
&\quad + \left\{-i_r\lambda(1+\lambda) - 2ni_p\frac{\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_2
\end{aligned} \tag{2.27}$$

$$\begin{aligned}
T_2 &= \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \\
&= \left\{-i_r\lambda(1+\lambda) - 2ni_p\frac{\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_1 + \left\{i_s + i_r\lambda^2 + ni_p\frac{4\lambda^2}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_2
\end{aligned} \tag{2.28}$$

式(2.27)と式(2.28)は，合わせて行列形式で表記すると支配方程式として式(2.29)が得られる．

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_r(1+\lambda)^2 + ni_p\frac{(1+\lambda)^2}{(1-\lambda)^2} + i_c & -i_r\lambda(1+\lambda) - ni_p\frac{2\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} \\ -i_r\lambda(1+\lambda) - ni_p\frac{2\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} & i_r\lambda^2 + ni_p\frac{4\lambda^2}{(1-\lambda)^2} + i_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

式(2.29)と式(2.22)を比較することによって，軸トルクと角加速度の関係からオイラーの運動方程式^(2.1)に基づいて導出した式(2.22)と同じ支配方程式が得られることが確認できる．ラグランジュの運動方程式^(2.2)に基づいた導出では，オイラーの運動方程式の様に軸トルクや角加速度の方向への配慮を必要としないため，導出過程が明快となる．そこで

本節での実用イナータの動特性の支配方程式の定式化は、ラグランジュの運動方程式に基づいて行う。

図 2.4(b)に示すタイプ B モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの構成は、タイプ A モデルと同様に太陽歯車軸に接続されるリングギヤとサンギヤを有する 2K-H 型遊星歯車機構^(2.4)で構成されキャリアを軸 1 に、リングギヤを軸 2 にそれぞれ接続する。タイプ B モデルでは、 n 個のピニオンギヤの公転分を含むキャリアの慣性モーメント i_c が軸 1 に、リングギヤの慣性モーメント i_r が軸 2 にそれぞれ作用する。サンギヤの慣性モーメント i_s と n 個のピニオンギヤの自転分の慣性モーメント ni_p は、軸 1 の角変位 θ_1 と軸 2 の角変位 θ_2 に応じて角変位 θ_s と θ_p が生じ、それに伴って生じる慣性トルク $i_s\ddot{\theta}_s$ と $ni_p\ddot{\theta}_p$ が遊星歯車機構を介して軸 1 と軸 2 に軸トルク T_1 と T_2 を発生させると解釈することができる。タイプ B モデルの共線図を図 2.7 に示す。サンギヤとピニオンギヤ自転の角速度 $\dot{\theta}_s$ と $\dot{\theta}_p$ は図 2.7 から $\dot{\theta}_1$ 、 $\dot{\theta}_2$ と λ を用いて式(2.30)と式(2.31)で与えられる。

$$\dot{\theta}_s = \frac{1+\lambda}{\lambda}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_2 \quad (2.30)$$

$$\dot{\theta}_p = -\left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right)(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_2 \quad (2.31)$$

式(2.30)と(2.31)から K と V はそれぞれ式(2.32)と式(2.33)で与えられる。

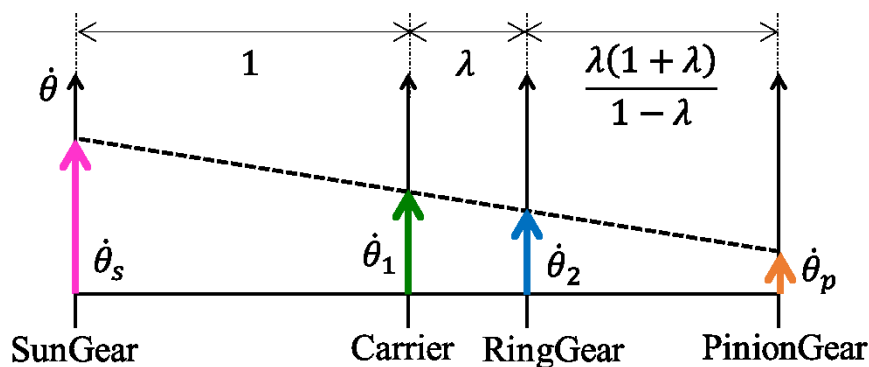


Fig.2.7 Velocity diagram of planetary gear inerter type B model.

$$\begin{aligned}
K &= \frac{1}{2}i_c\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}i_r\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}i_s\dot{\theta}_s^2 + \frac{1}{2}ni_p\dot{\theta}_p^2 \\
&= \frac{1}{2}\left\{i_c + i_s\frac{(1+\lambda)^2}{\lambda^2} + ni_p\frac{(1+\lambda)^2}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_1^2 \\
&\quad + \left\{-i_s\frac{(1+\lambda)}{\lambda^2} - ni_p\frac{2(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\
&\quad + \frac{1}{2}\left\{i_r + i_s\frac{1}{\lambda^2} + ni_p\frac{4}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_2^2
\end{aligned} \tag{2.32}$$

$$V = 0 \tag{2.33}$$

式(2.32)と式(2.33)を式(2.24)と式(2.23)に代入することで軸 1 および軸 2 の軸トルク T_1 と T_2 は式(2.34)と式(2.35)で与えられる.

$$\begin{aligned}
T_1 &= \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \\
&= \left\{i_c + i_s\frac{(1+\lambda)^2}{\lambda^2} + ni_p\frac{(1+\lambda)^2}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_1 + \left\{-i_s\frac{(1+\lambda)}{\lambda^2} - ni_p\frac{2(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_2
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned}
T_2 &= \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \\
&= \left\{-i_s\frac{(1+\lambda)}{\lambda^2} - ni_p\frac{2(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_1 + \left\{i_r + i_s\frac{1}{\lambda^2} + ni_p\frac{4}{(1-\lambda)^2}\right\}\ddot{\theta}_2
\end{aligned} \tag{2.35}$$

式(2.34)と式(2.35)は、合わせて行列形式で表記すると支配方程式として式(2.36)が得られる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_s\frac{(1+\lambda)^2}{\lambda^2} + ni_p\frac{(1+\lambda)^2}{(1-\lambda)^2} + i_c & -i_s\frac{(1+\lambda)}{\lambda^2} - ni_p\frac{2(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} \\ -i_s\frac{(1+\lambda)}{\lambda^2} - ni_p\frac{2(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} & i_s\frac{1}{\lambda^2} + ni_p\frac{4}{(1-\lambda)^2} + i_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

図 2.4(c)に示すタイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの構成は、タイプ A およびタイプ B モデルと同様に太陽歯車軸に接続されるリングギヤとサンギヤを有する 2K-H 型遊星歯車機構^(2.4)で構成され、リングギヤを軸 1 に、サンギヤを軸 2 にそれぞれ接続する。タイプ C モデルではリングギヤの慣性モーメント i_r が軸 1 に、サンギヤの慣性モーメント i_s が軸 2 にそれぞれ作用する。ピニオンギヤ n 個の公転分を含むキャリアの慣性モーメント i_c と n 個のピニオンギヤの自転分の慣性モーメント ni_p は、軸 1 の角変位 θ_1 と軸 2 の角変位 θ_2 に応じて角変位 θ_c と θ_p が生じ、それに伴って生じる慣性トルク $i_c\ddot{\theta}_c$ と $ni_p\ddot{\theta}_p$ が遊星歯車機構を介して軸 1 と軸 2 に軸トルク T_1 と T_2 を発生させると解釈

することができる。タイプ C モデルの共線図を図 2.8 に示す。キャリアとピニオンギヤ自転の角速度 $\dot{\theta}_c$ と $\dot{\theta}_p$ は図 2.8 から $\dot{\theta}_1$ 、 $\dot{\theta}_2$ と λ を用いて式(2.37)と式(2.38)で与えられる。

$$\dot{\theta}_c = \frac{1}{1+\lambda}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_2 \quad (2.37)$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{1}{1-\lambda}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_2 \quad (2.38)$$

式(2.37)と(2.38)から K と V はそれぞれ式(2.39)と式(2.40)で与えられる。

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}i_r\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}i_s\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}i_c\dot{\theta}_c^2 + \frac{1}{2}ni_p\dot{\theta}_p^2 \\ &= \frac{1}{2}\left\{i_r + i_c\frac{1}{(1+\lambda)^2} + ni_p\frac{1}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_1^2 \\ &\quad + \left\{i_c\frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} - ni_p\frac{\lambda}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ &\quad + \frac{1}{2}\left\{i_s + i_c\frac{\lambda^2}{(1+\lambda)^2} + ni_p\frac{\lambda^2}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_2^2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$V = 0 \quad (2.40)$$

式(2.39)と式(2.40)を式(2.24)と式(2.23)に代入することで軸 1 および軸 2 の軸トルク T_1 と T_2 は式(2.41)と式(2.42)で与えられる。

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \\ &= \left\{i_r + i_c\frac{1}{(1+\lambda)^2} + ni_p\frac{1}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_1 + \left\{i_c\frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} - ni_p\frac{\lambda}{(1-\lambda)^2}\right\}\dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$T_2 = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \quad (2.42)$$

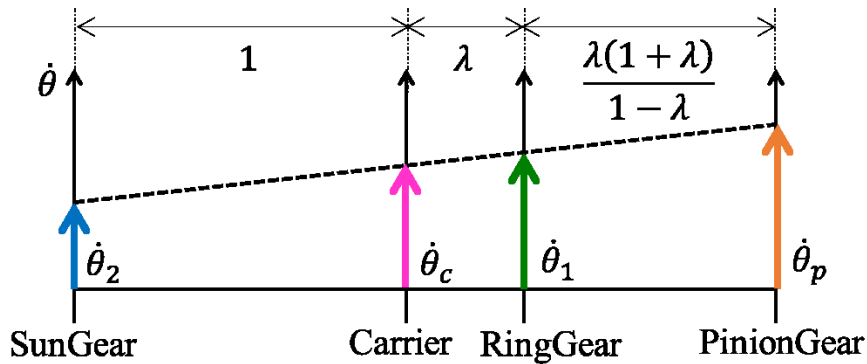


Fig.2.8 Velocity diagram of planetary gear inerter type C model.

$$= \left\{ i_c \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} - ni_p \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2} \right\} \ddot{\theta}_1 + \left\{ i_s + i_c \frac{\lambda^2}{(1+\lambda)^2} + ni_p \frac{\lambda^2}{(1-\lambda)^2} \right\} \ddot{\theta}_2$$

式(2.41)と式(2.42)は、合わせて行列形式で表記すると支配方程式として式(2.43)が得られる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_c \frac{1}{(1+\lambda)^2} + ni_p \frac{1}{(1-\lambda)^2} + i_r & i_c \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} - ni_p \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2} \\ i_c \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} - ni_p \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2} & i_c \frac{\lambda^2}{(1+\lambda)^2} + ni_p \frac{\lambda^2}{(1-\lambda)^2} + i_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

図 2.4(d)に示すタイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの構成は、大きさの異なる 2 つのサンギヤ軸をそれぞれ軸 1 と軸 2 に接続し、2 つのサンギヤに同時に噛み合う段付き形状のピニオンギヤと、 n 個のピニオンギヤの軸を相互に自転自在に支持するキャリアを有する 2K-H 型遊星歯車機構で構成される^(2.4)。タイプ A'モデルに用いる構成の遊星歯車機構はリングギヤを有しない。タイプ A'モデルでは軸 1 側サンギヤの慣性モーメント i_{s1} と軸 1 側サンギヤの慣性モーメント i_{s2} がそれぞれ軸 1 と軸 2 に直接作用する。ピニオンギヤ n 個の公転分を含むキャリアの慣性モーメント i_c と n 個のピニオンギヤの自転分の慣性モーメント ni_p は、軸 1 の角変位 θ_1 と軸 2 の角変位 θ_2 に応じて角変位 θ_c と θ_p が生じ、それに伴って生じる慣性力 $i_c \ddot{\theta}_c$ と $ni_p \ddot{\theta}_p$ が遊星歯車機構を介して軸 1 と軸 2 に軸トルク T_1 と T_2 を発生させると解釈することができる。タイプ A'モデルの共線図を図 2.9 に示す。ここで歯数比 λ_1 と λ_2 はそれぞれ軸 1 の側と軸 2 の側のピニオンギヤに仮想的に噛み合うリングギヤの歯数 Z_{r1} と Z_{r2} に対する軸 1 の側と軸 2 の側のサンギヤの歯数 Z_{s1} と Z_{s2} の比、つまり $\lambda_1 = Z_{s1}/Z_{r1}$ と $\lambda_2 = Z_{s2}/Z_{r2}$ とする。タイプ A'モデルの遊星歯車式イナータの構成はリングギヤを有しないので軸 1 の側と軸 2 の側のピニオンギヤの歯数をそれぞれ Z_{p1} と Z_{p2} とすると、

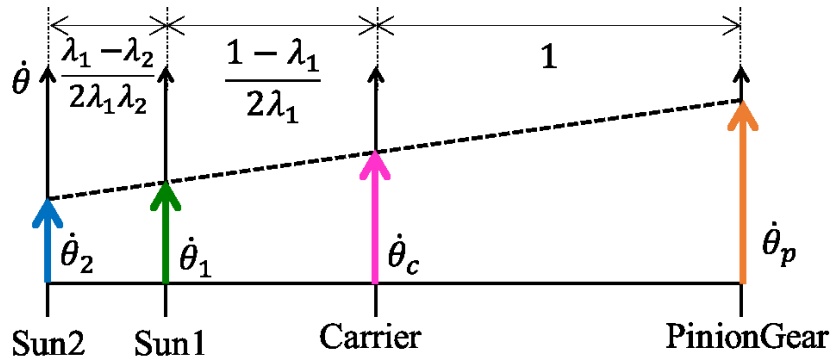


Fig.2.9 Velocity diagram of planetary gear inerter type A' model.

$$\lambda_1 = \frac{Z_{s1}}{Z_{s1} + 2Z_{p1}} \quad (2.44)$$

$$\lambda_2 = \frac{Z_{s2}}{Z_{s2} + 2Z_{p2}} \quad (2.45)$$

と与えることができる． キャリアとピニオンギヤ自転の角速度 $\dot{\theta}_c$ と $\dot{\theta}_p$ は図 2.9 から $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ と λ を用いて式(2.46)と式(2.47)で与えられる．

$$\dot{\theta}_c = \frac{\lambda_1(1-\lambda_2)}{\lambda_1-\lambda_2}\dot{\theta}_1 - \frac{\lambda_2(1-\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2}\dot{\theta}_2 \quad (2.46)$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{\lambda_1(1+\lambda_2)}{\lambda_1-\lambda_2}\dot{\theta}_1 - \frac{\lambda_2(1+\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2}\dot{\theta}_2 \quad (2.47)$$

式(2.46)と式(2.47)から K と V はそれぞれ式(2.48)と式(2.49)で与えられる．

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}i_{s1}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}i_{s2}\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}i_c\dot{\theta}_c^2 + \frac{1}{2}ni_p\dot{\theta}_p^2 \\ &= \frac{1}{2}\left\{i_{s1} + i_c \frac{\lambda_1^2(1-\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_1^2(1+\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\right\}\dot{\theta}_1^2 \\ &\quad + \left\{-i_c \frac{\lambda_1\lambda_2(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} - ni_p \frac{\lambda_1\lambda_2(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\right\}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ &\quad + \frac{1}{2}\left\{i_{s2} + i_s \frac{\lambda_2^2(1-\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_2^2(1+\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\right\}\dot{\theta}_2^2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$V = 0 \quad (2.49)$$

式(2.48)と式(2.49)を式(2.24)と式(2.23) に代入することで軸 1 および軸 2 の軸トルク T_1 と T_2 は式(2.50)と式(2.51)で与えられる．

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \\ &= \left\{i_{s1} + i_c \frac{\lambda_1^2(1-\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_1^2(1+\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\right\}\ddot{\theta}_1 \\ &\quad + \left\{-i_c \frac{\lambda_1\lambda_2(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} - ni_p \frac{\lambda_1\lambda_2(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\right\}\ddot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \\ &= \left\{-i_c \frac{\lambda_1\lambda_2(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} - ni_p \frac{\lambda_1\lambda_2(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\right\}\ddot{\theta}_1 \\ &\quad + \left\{i_{s2} + i_c \frac{\lambda_2^2(1-\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_2^2(1+\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\right\}\ddot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

式(2.50)と式(2.51)は、合わせて行列形式で表記すると支配方程式として式(2.52)が得られる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

ここで、

$$G_{11} = i_c \frac{\lambda_1^2(1-\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_1^2(1+\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + i_{s1} \quad (2.53)$$

$$G_{12} = G_{21} = -i_c \frac{\lambda_1\lambda_2(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} - ni_p \frac{\lambda_1\lambda_2(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} \quad (2.54)$$

$$G_{22} = i_c \frac{\lambda_2^2(1-\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_2^2(1+\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + i_{s2} \quad (2.55)$$

となる。

2.3.2 ラック／ピニオン式並進系イナータ

前項ではねじり系の実用イナータとして図 2.4 の(a)～(d)に示した 4 種類の遊星歯車式イナータの支配方程式を定式化した。本項では、並進系の実用イナータとしてラック／ピニオンギヤ機構を利用した「ラック／ピニオン式イナータ」の動特性を表わす支配方程式を定式化する。本研究で対象とするラック／ピニオン式イナータを図 2.10 に示す。図 2.10 に示すラック／ピニオン式イナータは 1 つのピニオンギヤとピニオンの軸を回転自在に支持するピニオンキャリア、ピニオンギヤを挟むように平行に配置された 2 つのラックで構成され、ラック 1 が端子 1 に、ピニオンキャリアが端子 2 にそれぞれ接続される。この構成では、ラック 1 の慣性質量 m_1 が端子 1 に、ピニオンキャリアの慣性質量 m_2 とピニオンの慣性質量 m_p が端子 2 にそれぞれ直接作用し、ラック 2 の慣性質量 m_r とピニオンギヤの慣性モーメント i_p が端子 1 の変位 x_1 と、端子 2 の変位 x_2 およ

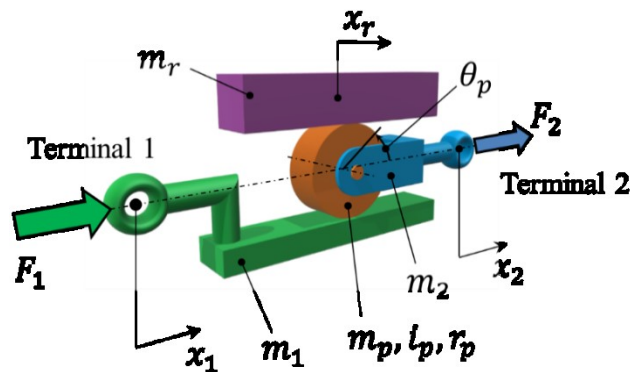


Fig.2.10 Rack/pinion inerter model.

びピニオンギヤの基準円半径 r_p に応じて運動し、運動に伴う慣性力がギヤ機構を介して端子 1 と端子 2 にそれぞれ反力 F_1 と F_2 を発生させると解釈することができる。ラック 2 の速度 \dot{x}_r とピニオンギヤの角速度 $\dot{\theta}_p$ は、 \dot{x}_1 、 \dot{x}_2 と r_p を用いて式(2.56)と式(2.57)で与えられる。

$$\dot{x}_r = -\dot{x}_1 + 2\dot{x}_2 \quad (2.56)$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{1}{r_p}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (2.57)$$

式(2.56)と(2.57)から K と V はそれぞれ式(2.58)と式(2.59)で与えられる。

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}(m_2 + m_p)\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m_r\dot{x}_r^2 + \frac{1}{2}i_p\dot{\theta}_p^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(m_1 + m_r + \frac{i_p}{r_p^2}\right)\dot{x}_1^2 + \left(-2m_r - \frac{i_p}{r_p^2}\right)\dot{x}_1\dot{x}_2 \\ &\quad + \frac{1}{2}\left(m_2 + m_p + 4m_r + \frac{i_p}{r_p^2}\right)\dot{x}_2^2 \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$V = 0 \quad (2.59)$$

式(2.58)と式(2.59)を式(2.24)と式(2.23)に代入することで端子 1 および端子 2 の力 F_1 と F_2 は式(2.60)と式(2.61)で与えられる。

$$F_1 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \left(m_1 + m_r + \frac{i_p}{r_p^2}\right)\dot{x}_1 + \left(-2m_r - \frac{i_p}{r_p^2}\right)\dot{x}_2 \quad (2.60)$$

$$F_2 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \left(-2m_r - \frac{i_p}{r_p^2}\right)\dot{x}_1 + \left(m_2 + m_p + 4m_r + \frac{i_p}{r_p^2}\right)\dot{x}_2 \quad (2.61)$$

式(2.60)と式(2.61)は、合わせて行列形式で表記すると支配方程式として式(2.62)が得られる。

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 + m_r + \frac{i_p}{r_p^2} & -2m_r - \frac{i_p}{r_p^2} \\ -2m_r - \frac{i_p}{r_p^2} & m_2 + m_p + 4m_r + \frac{i_p}{r_p^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

2.4 結言

本章では、ねじり系と並進系の理想イナータ、タイプ A、タイプ B、タイプ C とタイプ A'モデルの 4 種類の遊星歯車式ねじり系イナータ、およびラック/ピニオン式並進

系イナータについてその動特性を表わす支配方程式を定式化した。理想イナータについては、両軸（両端子）に等しい加速度が入力される条件での考察から、理想イナータが機械装置の構造、慣性質量や慣性モーメントを考慮しない機能としての定義であると解釈できることを示した。機械装置の構造や慣性モーメントの諸元を考慮したタイプ A モデルの遊星歯車式イナータについてトルクと角加速度の関係からオイラーの運動方程式^(2.1)に基づく支配方程式を、系全体の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーからラグランジュの運動方程式^(2.2)に基づく支配方程式をそれぞれ導出した。異なる導出法で同じ支配方程式が得られることを確認すると同時に、ラグランジュの運動方程式に基づく導出法の導出過程の明快さを示した。第 3 章では、本章で導出したそれぞれの実用イナータについての動特性を表わす支配方程式を式(2.5)または式(2.6)の形式に展開することによって、実用イナータの力学的機能について理論的に考察する。

第3章 イナータの力学的機能についての理論的考察

3.1 緒言

本章では、第2章で定式化した遊星歯車機構を有する4種類のねじり系イナータとラック／ピニオン機構を有する1種類の並進系イナータの各実用イナータの支配方程式を式(2.5)または式(2.6)の形式に展開することにより、実用イナータの力学的機能について理論的に考察する。

3.2 イナータの支配方程式の機能による展開

タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式は 2.3.1 項の式(2.29)より次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_r(1+\lambda)^2 + ni_p \frac{(1+\lambda)^2}{(1-\lambda)^2} + i_c & -i_r\lambda(1+\lambda) - ni_p \frac{2\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} \\ -i_r\lambda(1+\lambda) - ni_p \frac{2\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} & i_r\lambda^2 + ni_p \frac{4\lambda^2}{(1-\lambda)^2} + i_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

式(3.1)の右辺の係数行列は非対角項の係数が等しいので、2.2 節の式(2.5)のねじり系実用イナータの支配方程式と同様に式(3.1)の右辺を二つの項に展開して表現することができる。すなわち、式(3.1)の右辺の係数行列は、非対角項の係数を $-A$ として式(2.5)の右辺第1項に相当する対称行列を係数行列とする項と、式(2.5)の右辺第2項に相当する対角行列を係数行列とする項の二つの項に展開することで、式(3.2)が導出できる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

ここで、

$$A = i_r\lambda(1+\lambda) + ni_p \frac{2\lambda(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} \quad (3.3)$$

$$I_1 = i_r(1+\lambda) + ni_p \frac{1+\lambda}{1-\lambda} + i_c \quad (3.4)$$

$$I_2 = -i_r\lambda - ni_p \frac{2\lambda}{1-\lambda} + i_s \quad (3.5)$$

となる．タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式は，2.2 節で述べた理想イナータの両端子それぞれに慣性モーメントを接続したものと解釈できることを示している．式(3.4)の右辺第 3 項 i_c と式(3.5)の右辺第 3 項 i_s は，図 2.4(a)からそれぞれ軸 1 と軸 2 に直接接続されている要素の慣性モーメントを示している．一方で式(3.4)の右辺第 1, 2 項と式(3.5)の右辺第 1, 2 項に含まれる i_r と ni_p は，図 2.4(a)からそれぞれ軸 1 と軸 2 に直接接続されている要素の慣性モーメントに起因する項と解釈することができる．式(3.2)の右辺第 2 項から軸 1 と軸 2 に直接接続されている慣性モーメントをくくり出して表現すると式(3.6)となる．

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_c & 0 \\ 0 & i_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

ここで，

$$A = i_r \lambda (1 + \lambda) + ni_p \frac{2\lambda(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)^2} \quad (3.7)$$

$$B_1 = i_r (1 + \lambda) + ni_p \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \quad (3.8)$$

$$B_2 = -i_r \lambda - ni_p \frac{2\lambda}{1 - \lambda} \quad (3.9)$$

となる．式(3.6)において，本研究では，右辺第 1 項の理想イナータと同様の対称行列を係数行列とする項は「理想イナータ機能」と称する．右辺第 2 項の対角行列を係数行列とする項は「慣性再配分機能」と称する．右辺第 3 項は第 2 項と同様に対角行列を係数行列とする項となっているが，軸 1 と軸 2 のそれぞれに明示的に接続された要素の慣性モーメントを示すので，第 2 項と区別して「直接接続慣性機能」と称することとする．

タイプ B モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式は 2.3.1 項の式(2.36)より次式で与えられる．

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_s \frac{(1 + \lambda)^2}{\lambda^2} + ni_p \frac{(1 + \lambda)^2}{(1 - \lambda)^2} + i_c & -i_s \frac{(1 + \lambda)}{\lambda^2} - ni_p \frac{2(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)^2} \\ -i_s \frac{(1 + \lambda)}{\lambda^2} - ni_p \frac{2(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)^2} & i_s \frac{1}{\lambda^2} + ni_p \frac{4}{(1 - \lambda)^2} + i_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

式(3.10)の右辺の係数行列は，タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式(3.1)と同様に右辺の係数行列は非対角項の係数が等しい．そこで式(3.6)の導出と同様の考え方を適用することによって，式(3.10)の右辺は 3 つの項に展開することができ，式(3.11)が得られる．

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_c & 0 \\ 0 & i_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

ここで,

$$A = i_s \frac{1+\lambda}{\lambda^2} + ni_p \frac{2(1+\lambda)}{(1-\lambda)^2} \quad (3.12)$$

$$B_1 = i_s \frac{1+\lambda}{\lambda} + ni_p \frac{-(1+\lambda)}{1-\lambda} \quad (3.13)$$

$$B_2 = -i_s \frac{1}{\lambda} + ni_p \frac{2}{1-\lambda} \quad (3.14)$$

となる. タイプ B モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式(3.11)の右辺の各項は, タイプ A モデルの支配方程式と同様に, 左から順番に, 「理想イナータ機能」, 「慣性再配分機能」と「直接接続慣性機能」に展開して表現することができる.

タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式は, 2.3.1 項の式(2.43)より次式となる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_c \frac{1}{(1+\lambda)^2} + ni_p \frac{1}{(1-\lambda)^2} + i_r & i_c \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} - ni_p \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2} \\ i_c \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} - ni_p \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2} & i_c \frac{\lambda^2}{(1+\lambda)^2} + ni_p \frac{\lambda^2}{(1-\lambda)^2} + i_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

式(3.15)の右辺の係数行列は, これまでに述べたタイプ A モデルとタイプ B モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式と同様に右辺の係数行列は非対角項の係数が等しい. 式(3.15)についても式(3.6)と式(3.11)の導出と同様の考え方を適用することで, 式(3.15)の右辺は 3 つの項に展開することができ, 式(3.16)が得られる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_r & 0 \\ 0 & i_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

ここで,

$$A = -i_c \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} + ni_p \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2} \quad (3.17)$$

$$B_1 = i_c \frac{1}{1+\lambda} + ni_p \frac{1}{1-\lambda} \quad (3.18)$$

$$B_2 = i_c \frac{\lambda}{1+\lambda} - ni_p \frac{\lambda}{1-\lambda} \quad (3.19)$$

となる. タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式(3.16)の右辺の各項は, タイプ A モデルとタイプ B モデルの支配方程式と同様に, 左から順番に, 「理

想イナータ機能」，「慣性再配分機能」と「直接接続慣性機能」に展開して表現することができる。

タイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式は，2.3.1 項の式(2.52)より次式となる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

ここで，

$$G_{11} = i_c \frac{\lambda_1^2(1-\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_1^2(1+\lambda_2)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + i_{s1} \quad (3.21)$$

$$G_{12} = G_{21} = -i_c \frac{\lambda_1\lambda_2(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} - ni_p \frac{\lambda_1\lambda_2(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} \quad (3.22)$$

$$G_{22} = i_c \frac{\lambda_2^2(1-\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_2^2(1+\lambda_1)^2}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + i_{s2} \quad (3.23)$$

となる。前述の各タイプの支配方程式と同様に式(3.20)の右辺の係数行列は非対角項の係数が等しく，これまでと同様の手続きにより式(3.20)の右辺は 3 つの項に展開することができ，式(3.24)が得られる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{s1} & 0 \\ 0 & i_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

ここで，

$$A = i_c \frac{\lambda_1\lambda_2(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} + ni_p \frac{\lambda_1\lambda_2(1+\lambda_1)(1+\lambda_2)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2} \quad (3.25)$$

$$B_1 = i_c \frac{\lambda_1(1-\lambda_2)}{\lambda_1-\lambda_2} + ni_p \frac{\lambda_1(1+\lambda_2)}{\lambda_1-\lambda_2} \quad (3.26)$$

$$B_2 = i_c \frac{-\lambda_2(1-\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2} + ni_p \frac{-\lambda_2(1+\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2} \quad (3.27)$$

となる。タイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式(3.24)の右辺の各項は，前述の各タイプの支配方程式と同様に，左から順番に，「理想イナータ機能」，「慣性再配分機能」と「直接接続慣性機能」に展開して表現することができる。

次に，ラック／ピニオン式並進系イナータモデルの支配方程式では，2.3.2 項の式(2.62)より次式となる。

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 + m_r + \frac{i_p}{r_p^2} & -2m_r - \frac{i_p}{r_p^2} \\ -2m_r - \frac{i_p}{r_p^2} & m_2 + m_p + 4m_r + \frac{i_p}{r_p^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式に対する考察と同様に式(3.28)の右辺の係数行列は非対角項の係数が等しい。したがって、これまでと同様の手続きを式(3.28)の右辺に適用することで、式(3.28)の右辺は3つの項に展開することができ、式(3.29)が得られる。

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 + m_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

ここで、

$$A = 2m_r + \frac{i_p}{r_p^2} \quad (3.30)$$

$$B_1 = -m_r \quad (3.31)$$

$$B_2 = 2m_r \quad (3.32)$$

となる。ラック／ピニオン式並進系イナータの支配方程式は前述の各タイプの遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式と同様に、式(3.29)の右辺の各項は、左から順番に、「理想イナータ機能」、「慣性再配分機能」と「直接接続慣性機能」に分解して表現することができる。

タイプ A、タイプ B、タイプ C とタイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータ、およびラック／ピニオン式並進系イナータの各実用イナータの動特性を表わす支配方程式が全て「理想イナータ機能」、「慣性再配分機能」と「直接接続慣性機能」に展開して表現することができることから、本研究で対象とする全ての実用イナータが、2.2節で述べた「理想イナータの両端子それぞれに慣性モーメントを接続したもの」と解釈することができる。

3.3 各機能の動力的考察

前節では、本研究で対象とする4種類の遊星歯車式ねじり系イナータと1種類のラック／ピニオン式並進系イナータの支配方程式の全てについて、「理想イナータ機能」、「慣性再配分機能」と「直接接続慣性機能」の3つの機能に展開して表現できることを示した。これら3つの機能の中で「直接接続慣性機能」はイナータの両端子に直接接続される要素の慣性機能として直感的に解釈することができる。本節では、「理想イナータ機能」および「慣性再配分機能」について動力学の観点から物理的な意味を考察する。

3.3.1 理想イナータ機能

式(3.6), 式(3.11), 式(3.16)と式(3.24)にそれぞれ示す各遊星歯車式ねじり系イナータの支配方程式から理想イナータ機能のみを取り出すと式(3.33)の形式となる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

式(3.33)の A はタイプ A モデルでは式(3.3)または式(3.7)で, タイプ B モデルでは式(3.12)で, タイプ C モデルでは式(3.17)で, タイプ A' モデルでは式(3.25)でそれぞれ与えられる. 式(3.33)にラプラス変換を適用し s 領域で表記すると式(3.34)が得られる.

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} = s^2 \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

式(3.34)で $s = j\omega$ を代入し, 周波数領域で表記すると式(3.35)が得られる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} -A & A \\ A & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

式(3.35)から, 理想イナータ機能は周波数領域においてねじり系の加振周波数の 2 乗に比例する $k_i = -\omega^2 A$ の剛性を有するバネと同等の特性を有すると解釈することができることを示している. 式(3.29)に示すラック/ピニオン式並進系イナータに対しても同様に理想イナータ機能を周波数領域で表記すると式(3.36)が得られる.

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} -A & A \\ A & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

式(3.36)においても前述の式(3.35)に対する考察と同様に, 理想イナータ機能は周波数領域において並進系の加振周波数の 2 乗に比例する, $k_i = -\omega^2 A$ の剛性を有するバネと同等の特性を有すると解釈することができる.

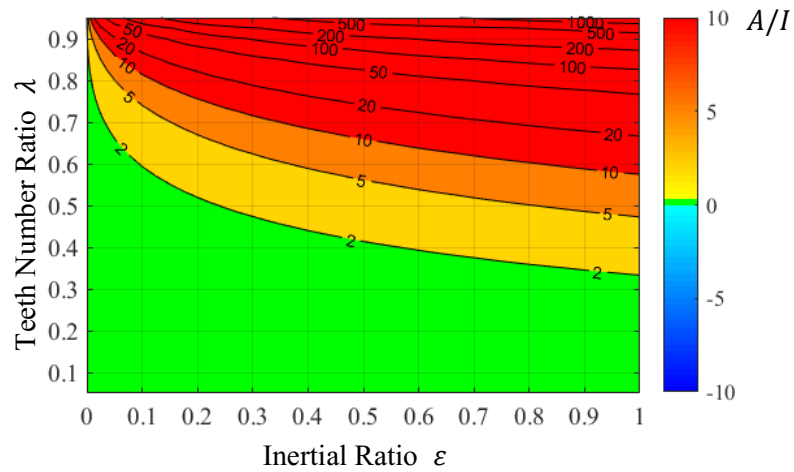
式(3.7), 式(3.12), 式(3.25)と式(3.30)から, 理想イナータ機能の係数 A の値はタイプ A, タイプ B, タイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータとラック/ピニオン式並進系イナータでは必ず正の値となるが, 遊星歯車式ねじり系イナータタイプ C モデルでは式(3.17)の右辺第 1 項が負値となることから, 係数 A の値が負値となる場合が存在する. これは周波数領域においてタイプ A, タイプ B, タイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータとラック/ピニオン式並進系イナータの理想イナータ機能は負剛性のバネとしてのみ作用することに対して, タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは遊星歯車機構の諸元の設定によって正剛性または負剛性のバネとして作用することを示している.

図 3.1 は、タイプ A、タイプ B とタイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータについて係数 A の式中の歯数比を λ 、イナータ装置内の慣性要素の慣性モーメントの和に占めるピニオンギヤ慣性モーメントの比を ε (タイプ A モデル: $\varepsilon = ni_p/(i_r + ni_p)$, タイプ B モデル: $\varepsilon = ni_p/(i_s + ni_p)$, タイプ C とタイプ A' モデル: $\varepsilon = ni_p/(i_c + ni_p)$) とした場合の λ と ε に対する係数 A の値の変化を示す. 図 3.1 で係数 A の値は慣性要素の慣性モーメントの和 I (タイプ A モデル: $I = i_r + ni_p$, タイプ B モデル: $I = i_s + ni_p$, タイプ C とタイプ A' モデル: $I = i_c + ni_p$) の値で正規化した値 A/I を用いることとする. 係数 A の値は, 図 3.1(a)~(c) に示す A/I の正負の値の分布から遊星歯車機構の接続形態, 歯車諸元, 慣性要素の慣性モーメント配分によって変化することが確認できる. また, タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータのみが図 3.1(c) に示す $\lambda \rightarrow \text{small}$, かつ $\varepsilon \rightarrow \text{small}$ の領域において係数 A の値が負値となり, 周波数領域で正剛性のバネとして作用することを示している. タイプ A, タイプ B, タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータのいずれにおいても, $\lambda \rightarrow 1$ または $\lambda \rightarrow 0$ と $\lambda \rightarrow 1$ で係数 A の値が極大値となることが確認できる. タイプ A, タイプ B, タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータに用いられるリングギヤとサンギヤを各 1 つ有する単式遊星歯車では, $\lambda \rightarrow 0$ の場合はサンギヤが非常に小さく, $\lambda \rightarrow 1$ の場合はピニオンギヤが非常に小さい形態となることを示している. 非常に小さい歯車は, 軸や歯車のモジュール設計の観点から実際の機械装置として設計上の制約となることが考えられる.

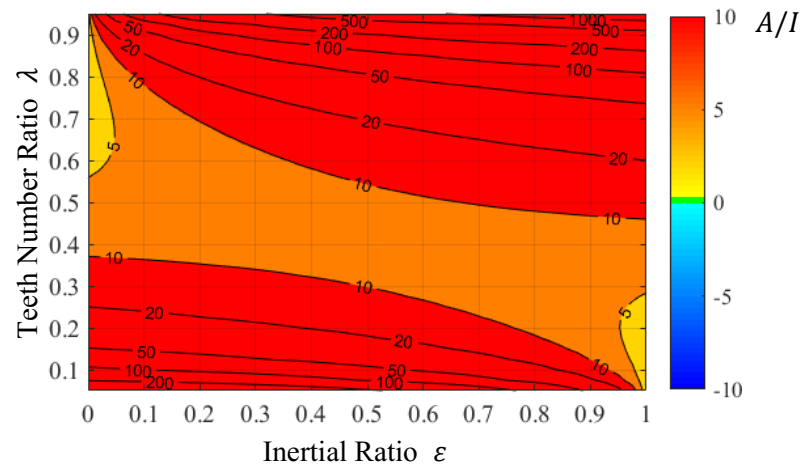
図 3.2 は、タイプ A' モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの λ_1 と λ_2 に対する A/I の値の変化を示す. なお図 3.2(a) は $\varepsilon = ni_p/I = 0.1$ の, (b) は $\varepsilon = 0.5$ の, (c) は $\varepsilon = 0.9$ の場合の A/I の値の変化をそれぞれ示す. 図 3.2(a)~(c) に示す A/I の値の分布から, タイプ A' モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは歯数比 $\lambda_1 = \lambda_2$ の条件で A/I の値が極大値となり, λ_1, λ_2 および ε の値に関わらないことが特徴として指摘できる. この特徴は, 大きな A 値を得るための設計上の制約の一つがタイプ A' モデルの遊星歯車式ねじり系イナータにより回避できることを示している.

ラック/ピニオン式並進系イナータでは, ラック 2 の慣性質量 m_r とピニオンギヤの慣性モーメント i_p が慣性要素として作用しており, ε と I に相当する値を単純に求めることはできないため, ピニオンギヤの慣性モーメント i_p と等価なラックの慣性質量 m_{pe} として取り扱うこととする. 慣性モーメント i_p のピニオンギヤが角速度 $\dot{\theta}_p$ で回転しているときにピニオンギヤが有する運動エネルギー E_p は式(3.37)で与えられる.

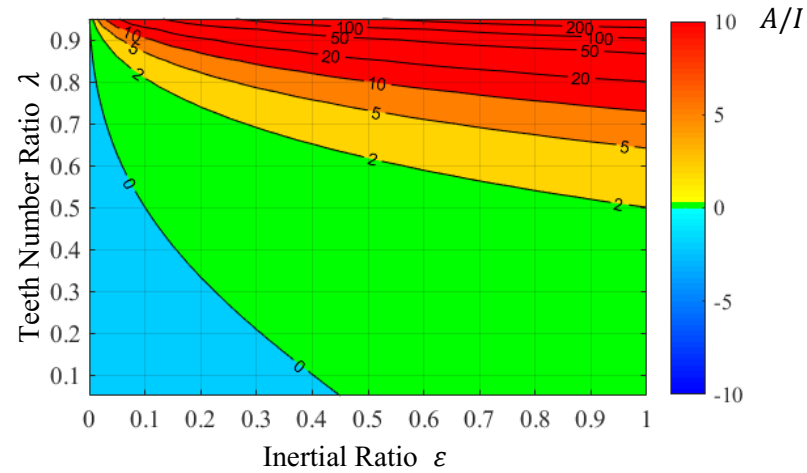
$$E_p = \frac{1}{2} i_p \dot{\theta}_p^2 \quad (3.37)$$



(a) Type A model.

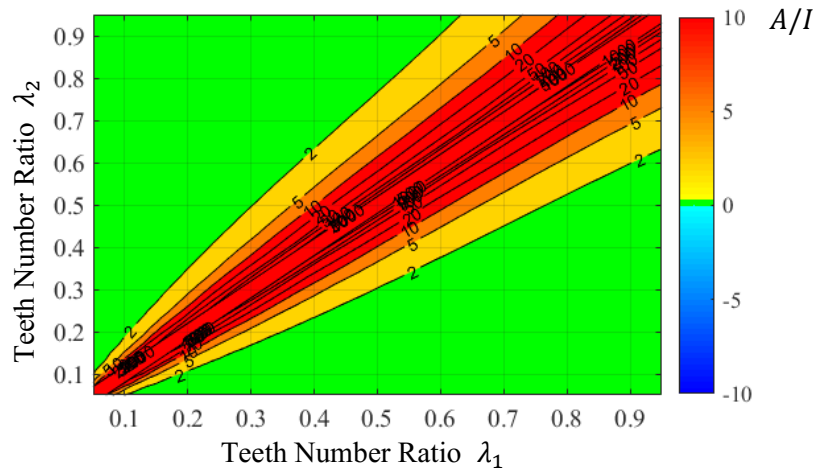


(b) Type B model.

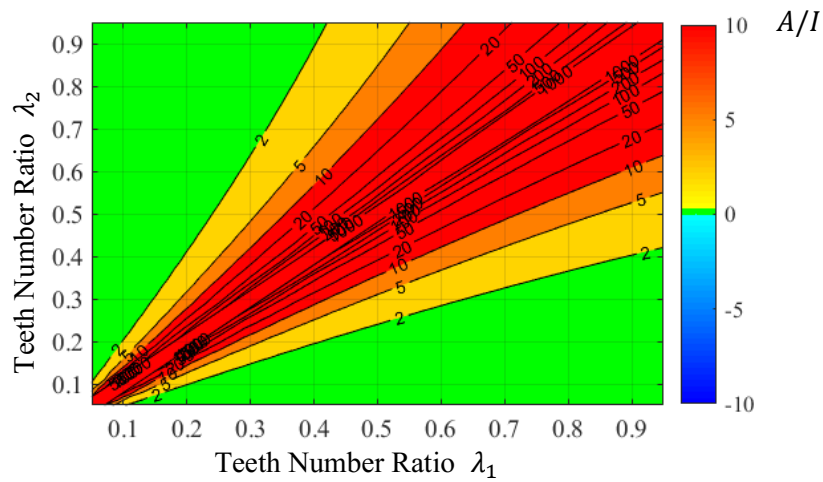


(c) Type C model.

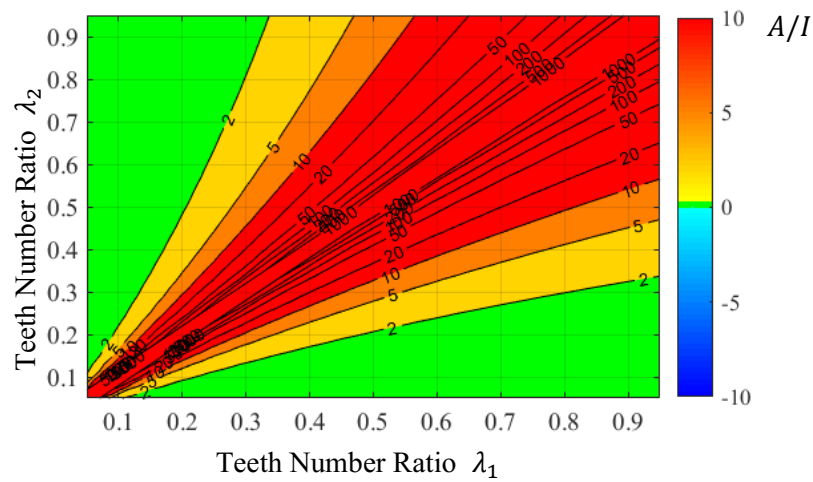
Fig.3.1 Variation of normalized coefficient A/I with λ and ϵ of type A, type B, and type C planetary gear inverters.



(a) $\varepsilon = 0.1$



(b) $\varepsilon = 0.5$



(c) $\varepsilon = 0.9$

Fig.3.2 Variation of normalized coefficient A/I with λ_1 and λ_2 of type A' planetary gear inerter.

ピニオンギヤの基準円半径 r_p における周速度 v_p は式(3.38)で与えられる.

$$v_p = r_p \dot{\theta}_p \quad (3.38)$$

ピニオンギヤと噛み合う慣性質量 M_r のラックを仮定すると, ラックの運動エネルギー E_r は式(3.39)で与えられる.

$$E_r = \frac{1}{2} M_r v_p^2 \quad (3.39)$$

ピニオンギヤとラックを合わせた系の運動エネルギーの合計 E_{total} は式(3.40)で与えられる.

$$E_{total} = E_p + E_r = \frac{1}{2} i_p \dot{\theta}_p^2 + \frac{1}{2} M_r v_p^2 \quad (3.40)$$

式(3.38)を代入して整理すると式(3.41)が得られる.

$$E_{total} = \frac{1}{2} \left(\frac{i_p}{r_p^2} + M_r \right) v_p^2 = \frac{1}{2} (m_{pe} + M_r) v_p^2 \quad (3.41)$$

式(3.41)からピニオンギヤの慣性モーメント i_p を等価なラックに置き換えた場合の等価慣性質量 m_{pe} は式(3.42)で与えられる.

$$m_{pe} = \frac{i_p}{r_p^2} \quad (3.42)$$

ラック/ピニオン式並進系イナータの係数 A の ε に対する変化に注目する. ここで係数 ε はイナータ装置内の慣性要素の慣性質量の和に占めるピニオンギヤの等価慣性質量の比として式(3.43)で与えられるとする.

$$\varepsilon = \frac{m_{pe}}{(m_r + m_{pe})} = \frac{\frac{i_p}{r_p^2}}{\left(m_r + \frac{i_p}{r_p^2} \right)} \quad (3.43)$$

係数 A の値は慣性要素の慣性質量の和 M で正規化した値 A/M を用いることとする.

$$M = m_r + m_p = m_r + \frac{i_p}{r_p^2} \quad (3.44)$$

とする. 式(3.30)と式(3.44)から, 係数 A/M は式(3.45)で与えられる.

$$\frac{A}{M} = \frac{2m_r}{m_r + \frac{i_p}{r_p^2}} + \frac{\frac{i_p}{r_p^2}}{m_r + \frac{i_p}{r_p^2}} \quad (3.45)$$

式(3.45)は式(3.43)に示す ε を用いて式(3.46)の様に整理できる.

$$\frac{A}{M} = \frac{2m_r}{m_r + \frac{i_p}{r_p^2}} + \frac{\frac{i_p}{r_p^2}}{m_r + \frac{i_p}{r_p^2}} = 2(1 - \varepsilon) + \varepsilon = 2 - \varepsilon \quad (3.46)$$

式(3.46)の通り、ラック／ピニオン式並進系イナータの係数 A の値は慣性要素の慣性質量の和 M の値で正規化した値 A/M は、簡単な ε の関数で表される。

3.3.2 慣性再配分機能

式(3.6), 式(3.11), 式(3.16)と式(3.24)にそれぞれ示す各遊星歯車式ねじり系イナータの動特性を表わす支配方程式から慣性再配分機能のみを取り出すと式(3.47)の形式となる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

慣性再配分機能は、式(3.47)の右辺の係数行列の対角項のみが非零の値を有し非対角項が零であることから、各軸に付与される慣性モーメントと同様の機能と解釈することができる。タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータに着目すると、式(3.8)と式(3.9)から、

$$B_1 + B_2 = i_r + ni_p \quad (3.48)$$

となることが確認できる。式(3.48)から、慣性再配分機能は、図 2.4(a)に示す各軸に直接接続されていない要素の慣性モーメントであるリングギヤの慣性モーメント i_r と n 個のピニオンギヤの慣性モーメント i_p を所定の比率で軸 1 と軸 2 に配分する機能と解釈することができる。さらに式(3.8)と式(3.9)から、 B_1 は常に正の値、 B_2 は常に負の値となることが確認できる。これらのことから式(3.47)の右辺は式(3.49)の形式に展開することができる。

$$\begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

ここで、

$$P_1 = i_r + ni_p \quad (3.50)$$

$$P_2 = 0 \quad (3.51)$$

$$Q_1 = i_r \lambda + ni_p \frac{2\lambda}{1 - \lambda} \quad (3.52)$$

$$Q_2 = -\left(i_r \lambda + ni_p \frac{2\lambda}{1 - \lambda}\right) \quad (3.53)$$

となる。式(3.49)の右辺第 1 項は各軸に直接接続されない要素であり、タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは i_r と ni_p の各々を軸 1 もしくは軸 2 のいずれかに配

分する機能と解釈することができる。式(3.50)では、 i_r と ni_p の両方が軸 1 に配分される。式(3.49)の右辺第 2 項は、式(3.52)と式(3.53)から、

$$Q_1 + Q_2 = 0 \quad (3.54)$$

となり、軸 1 と軸 2 の間で慣性モーメントを授受する機能と解釈することができる。さらに式(3.52)と式(3.53)を比較することによって、タイプ A モデルにおいて式(3.49)の右辺第 2 項は Q_1 で与えられる大きさの慣性モーメントを軸 2 から軸 1 に移動させる機能と解釈することができる。以上の考察に基づき本研究では式(3.49)の右辺第 1 項を「間接接続慣性機能」、右辺第 2 項を「慣性授受機能」と称することとする。「慣性再配分機能」は「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の和と解釈することができる。「間接接続慣性機能」について、 i_r と ni_p の両方を軸 2 側に配分した場合を仮定すると、式(3.49)の右辺の各係数の値は以下のように整理することができる。

$$P_1 = 0 \quad (3.55)$$

$$P_2 = i_r + ni_p \quad (3.56)$$

$$Q_1 = i_r(1 + \lambda) + ni_p \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} = (i_r + ni_p) + \left(i_r \lambda + ni_p \frac{2\lambda}{1 - \lambda} \right) \quad (3.57)$$

$$Q_2 = -\left(i_r(1 + \lambda) + ni_p \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right) = -(i_r + ni_p) - \left(i_r \lambda + ni_p \frac{2\lambda}{1 - \lambda} \right) \quad (3.58)$$

式(3.57)と式(3.58)から、 $i_r + ni_p$ が Q_1 と Q_2 の両方に含まれ、式(3.55)と式(3.56)で示す「間接接続慣性機能」を反転させる様に作用し、式(3.50)～式(3.53)に対する考察に整合する結果に帰着する。

式(3.49)で示したタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの「慣性再配分機能」の「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」への展開についての考察を他のタイプの遊星歯車式イナータの動特性を示す支配方程式に対して適用すると、タイプ B モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは、

$$P_1 = i_s \quad (3.59)$$

$$P_2 = ni_p \quad (3.60)$$

$$Q_1 = i_s \frac{1}{\lambda} + ni_p \frac{-(1 + \lambda)}{1 - \lambda} \quad (3.61)$$

$$Q_2 = i_s \frac{-1}{\lambda} + ni_p \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \quad (3.62)$$

となる。タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは、

$$P_1 = i_c + ni_p \quad (3.63)$$

$$P_2 = 0 \quad (3.64)$$

$$Q_1 = i_c \frac{-\lambda}{1+\lambda} + ni_p \frac{\lambda}{1-\lambda} \quad (3.65)$$

$$Q_2 = i_c \frac{\lambda}{1+\lambda} + ni_p \frac{-\lambda}{1-\lambda} \quad (3.66)$$

となる．タイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは，

$$P_1 = i_c + ni_p \quad (3.67)$$

$$P_2 = 0 \quad (3.68)$$

$$Q_1 = i_c \frac{\lambda_2(1-\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2} + ni_p \frac{\lambda_2(1+\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2} \quad (3.69)$$

$$Q_2 = i_c \frac{-\lambda_2(1-\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2} + ni_p \frac{-\lambda_2(1+\lambda_1)}{\lambda_1-\lambda_2} \quad (3.70)$$

となる．一方，ラック／ピニオン式並進系イナータでは，

$$P_1 = 0 \quad (3.71)$$

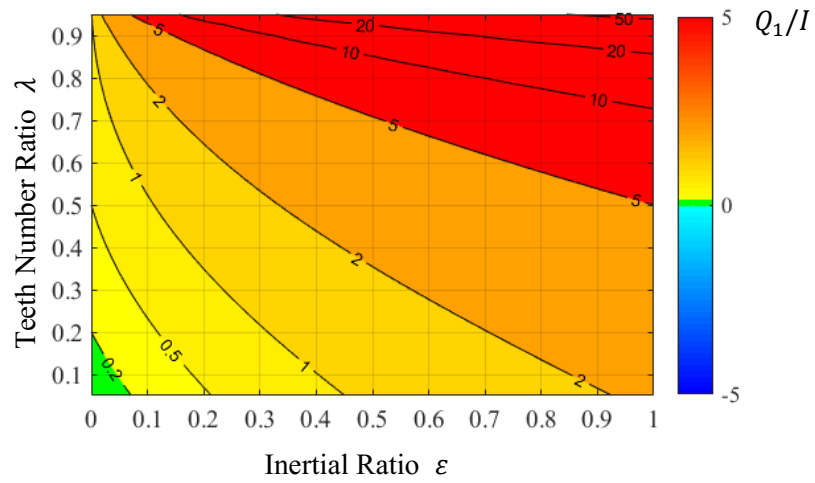
$$P_2 = m_r \quad (3.72)$$

$$Q_1 = -m_r \quad (3.73)$$

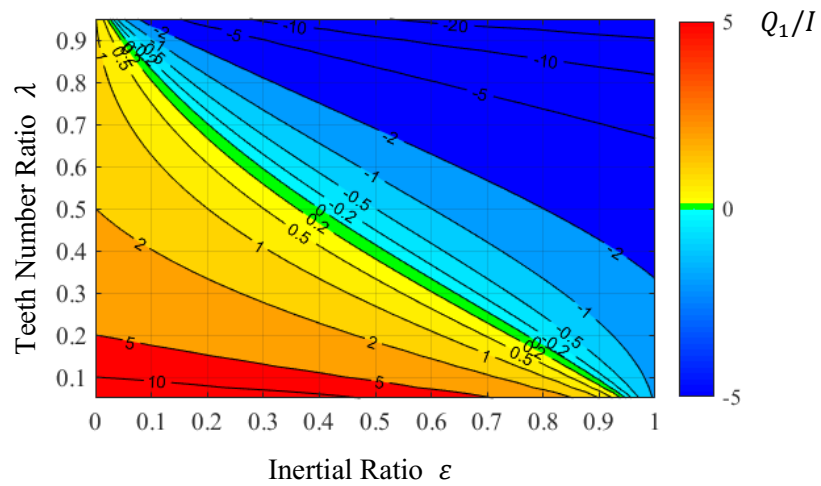
$$Q_2 = m_r \quad (3.74)$$

と整理することができる．以上の考察から，本研究で対象とする 4 種類の遊星歯車式ねじり系イナータと 1 種類のラック／ピニオン式並進系イナータの全てについて，「慣性再配分機能」を「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の和と解釈することができる．

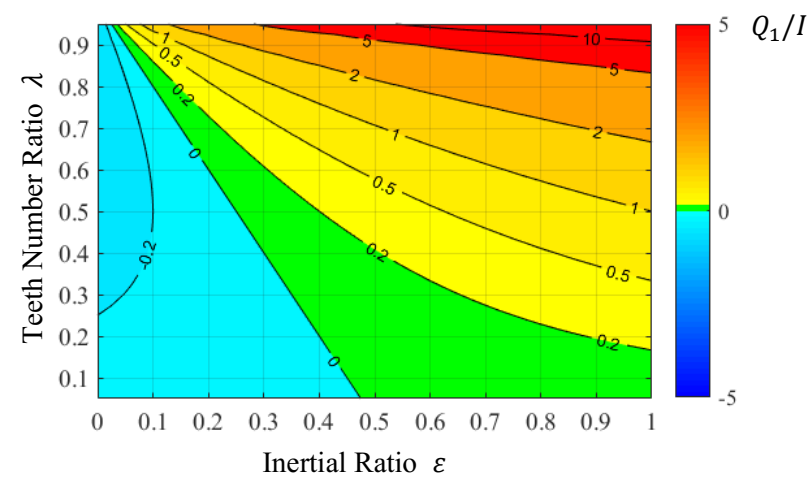
図 3.3 は，タイプ A，タイプ B とタイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータについて， λ と ε に対する係数 Q_1 の値の変化を示す．同じく図 3.4 にはタイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの λ_1 と λ_2 に対する係数 Q_1 の値の変化を示す．ここで図 3.4(a) は $\varepsilon = 0.1$ の，(b) は $\varepsilon = 0.5$ の，(c) は $\varepsilon = 0.9$ の場合について示す．図 3.3 と図 3.4 で係数 Q_1 の値は慣性要素の慣性モーメントの和 I (タイプ A モデル： $I = i_r + ni_p$ ，タイプ B モデル： $I = i_s + ni_p$ ，タイプ C とタイプ A'モデル： $I = i_c + ni_p$) の値で正規化した値 Q_1/I を用いる．図 3.3 から，「慣性授受機能」を表す係数 Q_1 の値は，タイプ A とタイプ C モデルでは $\lambda \rightarrow 1$ で極大値となり，タイプ B モデルでは $\lambda \rightarrow 0$ で極大値， $\lambda \rightarrow 1$ で極小値となることが確認できる．式(3.54)から Q_1 の値が極大値となるときは Q_2 の値は極小値となることから，軸 1 と軸 2 を反転した場合を考慮すると， Q_1 が極大値を示すことと Q_1 が極小値を示すことは，本質的に同じ機能であると解釈することができる．また図 3.3(b) と(c)のコンター図から，タイプ B とタイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは λ と ε の組み合わせによって Q_1 の値が零および負値となる領域が存在することが確認できる．式(3.54)より Q_1 の値が零のときは Q_2 の値も零となることから， $Q_1 = Q_2 = 0$ のと



(a) Type A model.



(b) Type B model.



(c) Type C model.

Fig.3.3 Variation of normalized coefficient Q_1/I with λ and ε of type A, type B, and type C planetary gear inerters.

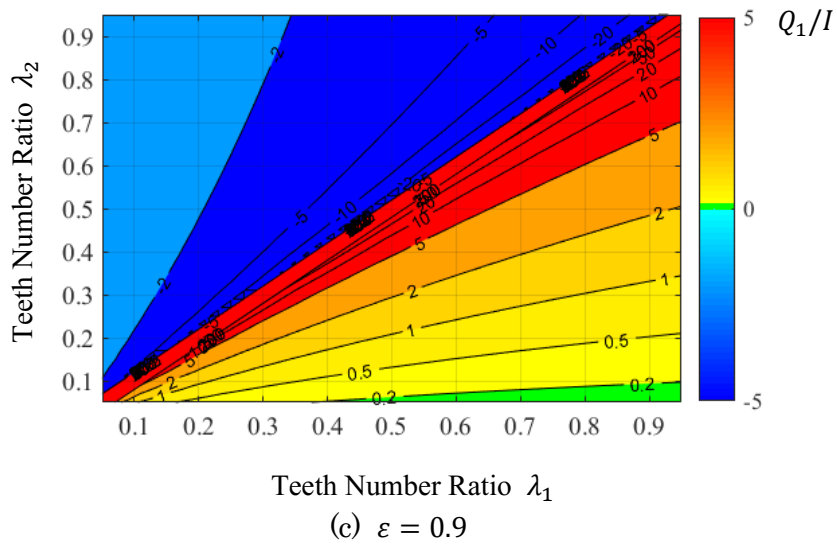
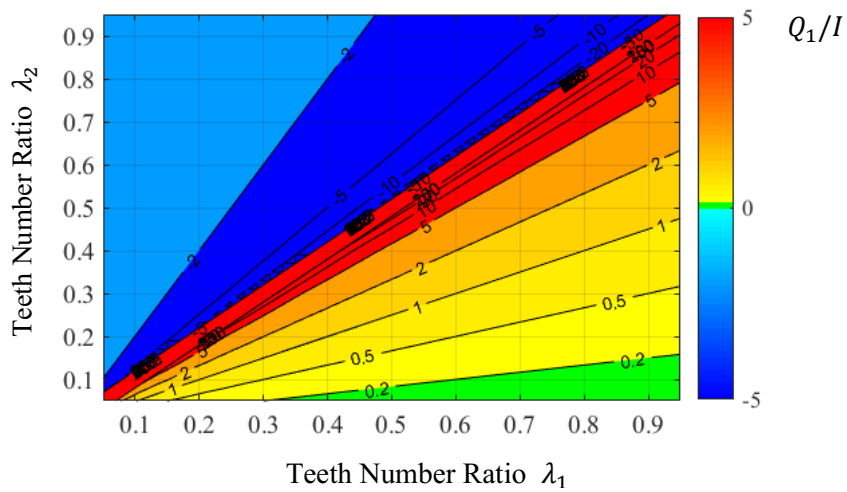
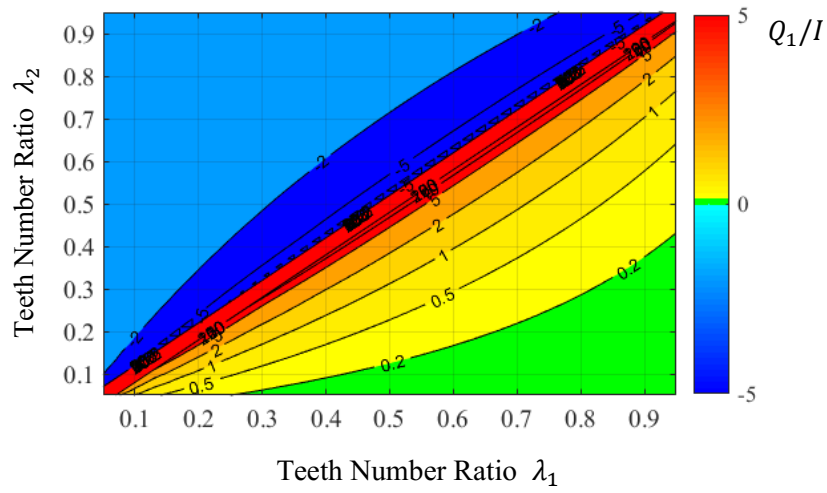


Fig.3.4 Variation of normalized coefficient Q_1/I with λ_1 and λ_2 of type A' planetary gear inerter.

きは式(3.49)の右辺第 2 項に示す「慣性授受機能」の係数行列は零行列となり、イナータの動特性に慣性授受機能が作用していない状態と解釈することができる。一方、タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは λ および ε がとり得る値の全領域において $Q_1 > 0$ となり、「慣性授受機能」を無くすことができない。図 3.4 からタイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは $\lambda_1 > \lambda_2$ において $Q_1 > 0$ となり、 $\lambda_1 < \lambda_2$ において $Q_1 < 0$ となることが確認できる。また $\lambda_1 \approx \lambda_2$ において Q_1 の値は極値となることが確認できる。このことからタイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータは、理想イナータ機能である係数 A の値を大きな値とするのと同様に「慣性授受機能」の係数 Q_1 と Q_2 の値についても大きな値を得るための設計上の制約の一つを回避できることを示している。

ラック／ピニオン式並進系イナータでは、式(3.73)と式(3.44)から係数 Q_1 を慣性要素の慣性質量の和 M で正規化した値 Q_1/M は式(3.75)で与えられる。

$$\frac{Q_1}{M} = \frac{-m_r}{m_r + \frac{i_p}{r_p^2}} \quad (3.75)$$

式(3.75)は式(3.43)に示す ε を用いて式(3.76)の様に整理できる。

$$\frac{Q_1}{M} = \frac{-m_r}{m_r + \frac{i_p}{r_p^2}} = -(1 - \varepsilon) \quad (3.76)$$

式(3.76)の通り、ラック／ピニオン式並進系イナータの係数 Q_1 の値を慣性要素の慣性質量の和 M の値で正規化した値 Q_1/M は、簡単な ε の関数で表される。また、式(3.71)～式(3.74)に対する考察から、ラック／ピニオン式並進系イナータでは、 P_1 、 P_2 、 Q_1 と Q_2 の全ての係数にピニオンギヤの慣性モーメント i_p を含む項が現れず、ラック 2 の慣性質量 m_r のみによって各係数の値が与えられている。このことは、ラック／ピニオン式並進系イナータの「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」にピニオンギヤの慣性モーメント i_p が関与しないことを示している。さらに、図 2.10 に示すラック／ピニオン式並進系イナータの構成からラック 2 を除去してピニオンギヤのみを慣性要素とする構成を仮定した場合には、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」が共に存在しないことを示している。

3.4 結言

本章では、第2章で定式化したタイプA、タイプB、タイプCとタイプA'モデルの各遊星歯車式ねじり系イナータおよびラック／ピニオン式並進系イナータの動特性を表わす支配方程式が、理想イナータと同様の機能を示す「理想イナータ機能」、イナータ装置の構成要素の中で各端子に直接接続される要素の慣性モーメントまたは慣性質量を示す「直接接続慣性機能」と、イナータ装置の構成要素の中で両端子に直接接続されない要素の慣性モーメントまたは慣性質量に起因する「慣性再配分機能」の3機能の合成と解釈することができることを示した。このことから、本章の考察は、タイプA、タイプB、タイプCとタイプA'モデルの各遊星歯車式ねじり系イナータおよびラック／ピニオン式並進系イナータは、理想イナータの両端子それぞれに慣性モーメントまたは慣性質量を接続したものと等価となることを理論的に示した。

本章での考察から得られた結果を以下に要約して述べる。「理想イナータ機能」は加振周波数の2乗に比例して剛性が変化するバネの機能として解釈することができることを示した。「慣性再配分機能」は、両端子に直接接続されない要素の慣性モーメントを各要素毎にいずれかの端子に配分する「間接接続慣性機能」と、両端子間で慣性モーメントまたは慣性質量を授受する機能である「慣性授受機能」との和として解釈することができることを示した。本研究で対象とする4種類の遊星歯車式ねじり系イナータと1種類のラック／ピニオン式並進系イナータの全てに対して、実用イナータの力学的機能が、「理想イナータ機能」、「直接接続慣性機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の4機能に展開して解釈することができることを示した。

これら4機能への展開の定式化に基づいて数値シミュレーションを行い、各機能の大きさを示す係数行列の各項の値は、遊星歯車機構の設計諸元によって変化し、その変化の仕方は遊星歯車機構の接続構成により異なることを示した。具体的には、タイプCモデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは「理想イナータ機能」の大きさを示す係数 A の値が遊星歯車機構の設計諸元によって正值と負値および零値のいずれかとなること、タイプBとタイプCモデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは「慣性授受機能」の大きさを示す係数 Q_1 と Q_2 の値が零値となる遊星歯車機構の設計諸元の組み合わせが存在することをそれぞれ示した。

タイプA、タイプBとタイプCモデルの各遊星歯車式ねじり系イナータでは、「理想イナータ機能」の大きさを示す係数 A の値と「慣性授受機能」の大きさを示す係数 Q_1 と Q_2 の値を大きくするためには、製品設計上実現が困難となる歯数比 $\lambda \rightarrow 0$ または $\lambda \rightarrow 1$ の

歯車が必要となるが、タイプ A'モデルの遊星歯車式ねじり系イナータがこの設計上の制約の一つを回避できる具体的構成例となることを示した。

第4章 イナータが組み込まれた振動系の定式化

4.1 緒言

第3章では、実用イナータの具体的な構成例として4種類の遊星歯車式ねじり系イナータと1種類のラック／ピニオン式並進系イナータを対象とし、これらのイナータの動特性を表わす支配方程式の全てが、「理想イナータ機能」、「直接接続慣性機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」に展開して解釈できることを示した。本章では実用イナータが組み込まれた複数の形態のねじり振動系モデルについてその動特性の定式化を行う。

4.2 基本振動系モデル

実用イナータの4つの機能が振動系の動特性に及ぼす影響を考察するため、1慣性と2慣性の1自由度ねじり振動系モデル、2慣性と3慣性の2自由度ねじり振動系モデルの合計4種類の振動系を対象として数値シミュレーションを行う。対象とする1自由度ねじり系モデルを図4.1に、2自由度ねじり系モデルを図4.2に示す。図4.1(a)のモデルは慣性モーメント I_1 と I_2 を有する2つの円板をねじり剛性 k のねじりバネで接続している。図4.1(a)に示すモデルを1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルと称することとする。図4.1(a)の1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2に作用する外力トルクをそれぞれ T_1 と T_2 、円板1と円板2の角変位をそれぞれ θ_1 と θ_2 とすると、1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの運動方程式は行列形式で式(4.1)で与えられる^(4.1)。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの一方の円板の慣性モーメント I_2 が非常に大きい場合には、図4.1(b)の様に円板2を固定したモデルとみなすことができる。図4.1(b)に示すモデルを1自由度1慣性ねじり系基本振動モデルと称することとする。図4.1(b)の1自由度1慣性ねじり系基本振動モデルの運動方程式は式(4.1)に対して $\ddot{\theta}_2 = \theta_2 = 0$ の条件を適用することで式(4.2)で与えられる。ただし、 $I_2 \rightarrow \infty$ となる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

図 4.2(a)に示すモデルはそれぞれ I_1 , I_2 と I_3 の慣性モーメントを有する円板 1, 円板 2 と円板 3 の 3 つの円板と, k_1 と k_2 のねじり剛性を有するねじりバネ 1 とねじりバネ 2 が交互に直列接続されている. 図 4.2(a)に示すモデルを 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルと称することとする. 図 4.2(a)の 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1, 円板 2 と円板 3 に作用する外力トルクをそれぞれ T_1 , T_2 と T_3 , 円板 1, 円板 2 と円板 3 の角変位をそれぞれ θ_1 , θ_2 と θ_3 とすると, 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの運動方程式は行列形式で式(4.3)で与えられる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

図 4.2(a)に示した 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 3 の慣性モーメント I_3 が非常に大きい場合は, 図 4.2(b)の様に円板 3 を固定したモデルとみなすことができる. 図 4.2(b)に示すモデルを 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルと称することとする. 図 4.2(b)に示す 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの運動方程式は式(4.3)に対して $\ddot{\theta}_3 = \theta_3 = 0$ の条件を適用することで式(4.4)で与えられる. ただし, $I_3 \rightarrow \infty$ となる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

本章では図 4.1 と図 4.2 に示した 4 種類のねじり系基本振動モデルに対して, 2 つの円板の間または円板と固定端との間に実用イナータを接続した振動系を対象とする. 1 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルでは円板 1 への入力トルク T_1 に対する円板 1 と円板 2 の角変位振幅 θ_1 と θ_2 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$ と $G_{\theta_2-T_1}$ について, 実用イナータの力学的機能がねじり系基本振動モデルの共振・反共振周波数に及ぼす影響について理論的に考察する. 同様に, 1 自由度 1 慣性ねじり系基本振動モデルでは円板 1 への入力トルク T_1 に対する円板 1 の角変位振幅 θ_1 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$ と円板 1 への入力トルク T_1 に対する固定端に作用するトルク T_2 への伝達関数 $G_{T_2-T_1}$ について, 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルでは円板 1 に対する入力トルク T_1 に対する円板 1, 円板 2 と円板 3 の角変位振幅 θ_1 , θ_2 と θ_3 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ と $G_{\theta_3-T_1}$ について, 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルでは円板 1 への入力トルク T_1 に対する円板 1 と円板 2 の角変位振幅 θ_1 と θ_2 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$ と $G_{\theta_2-T_1}$ と円板 1 への入力トルク T_1 に対する固定端に作用するトルク T_3 への伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ について, それぞれ実用イナータの力学的機能がねじり系基本振動モデルの共振・反共振周波数に及ぼす影響について考察する.

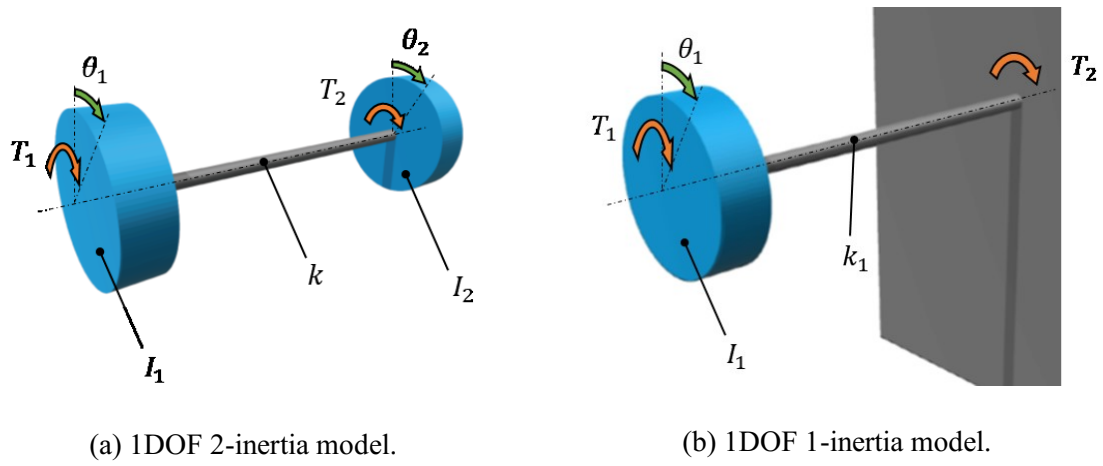


Fig.4.1 1DOF torsional vibration system models.

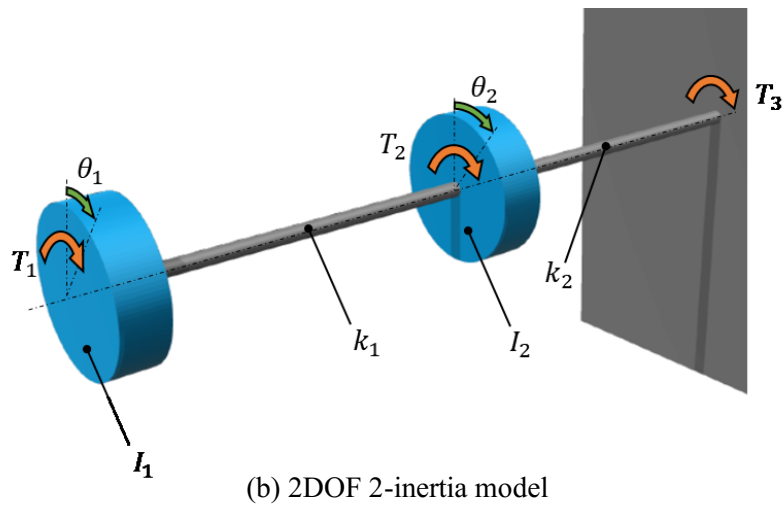
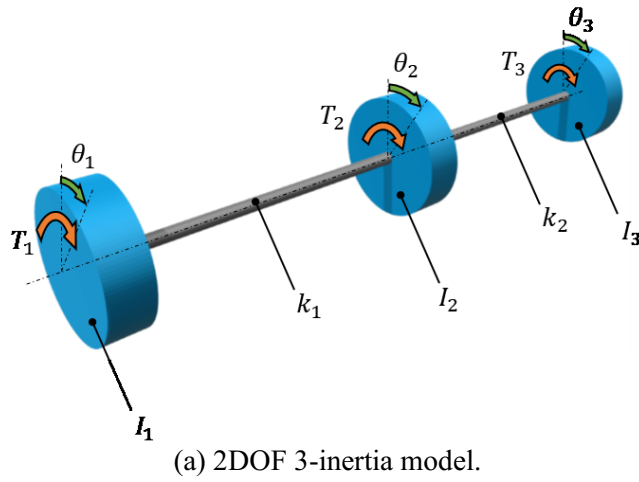


Fig.4.2 2DOF torsional vibration system models.

4.3 実用イナータを組み込んだ振動系の定式化

図 4.1(a)に示す 1 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの 2 つの円板の間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルを図 4.3 に示す。図 4.3 に示すねじり振動系モデルの運動方程式は、式(3.6)、式(3.49)と式(4.1)から式(4.5)で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} A & -A \\ -A & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.5)$$

式(4.5)にラプラス変換を適用し s 領域で表記すると式(4.6)が得られる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} k + s^2 A & -(k + s^2 A) \\ -(k + s^2 A) & k + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

式(4.6)に $s = j\omega$ を代入し、周波数領域で表記した運動方程式が式(4.7)で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} &= -\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} k - \omega^2 A & -(k - \omega^2 A) \\ -(k - \omega^2 A) & k - \omega^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

式(4.7)の右辺第 1 項は慣性項で、タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」に起因する慣性モーメントとして i_c , P_1 と Q_1 が 1 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 の慣性モーメン

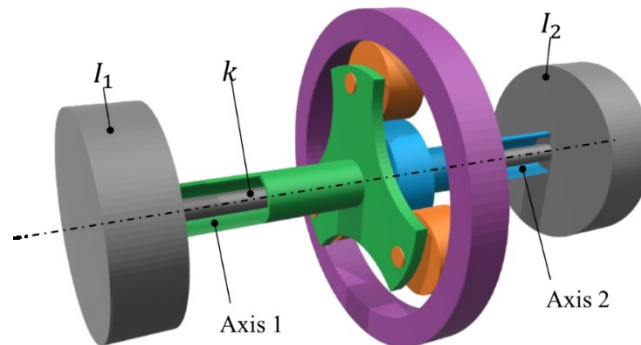


Fig.4.3 Type A planetary gear inverter installed into 1DOF 2-inertia torsional vibration system model.

ト I_1 に付加され、 i_s 、 P_2 と Q_2 が1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板2の慣性モーメント I_2 に付加されていると解釈することができる。式(4.7)の右辺第2項は復元項で、タイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータの「理想イナータ機能」に起因する $k_i = -\omega^2 A$ の大きさの剛性が、1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルを構成する剛性 k のねじりバネと並列に円板1と円板2との間で作用していると解釈することができる。図4.1(a)に示す1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの2つの円板の間にタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルは、図4.3に示す形態に加えてもう1つの形態としてタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸1と軸2を入れ替えた構成が考えられる。この形態の s 領域での運動方程式は、式(4.6)に対して「理想イナータ機能」, 「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を軸1側と軸2側で入れ替えることで式(4.8)で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & I_2 + i_c + P_1 + Q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} k + s^2 A & -(k + s^2 A) \\ -(k + s^2 A) & k + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

遊星歯車式ねじり系イナータの接続する軸を入れ替えた場合、式(4.6)と式(4.8)から、右辺第1項の慣性項は「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の入れ替えに伴い機能に変化するが、右辺第2項の復元項は軸の入れ替え前後で機能が変わらない。このことは、遊星歯車式ねじり系イナータの「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」は方向依存性を有するのに対して「理想イナータ機能」には機能の方向依存性が無いことを示している。

図4.1(b)に示す1自由度1慣性ねじり系基本振動モデルの円板と固定端との間にタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの s 領域での運動方程式は、式(4.6)に対して $\theta_2 = 0$ の条件を適用し、かつ I_2 を消去することで式(4.9)で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} k + s^2 A & -(k + s^2 A) \\ -(k + s^2 A) & k + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

図4.1(b)に対してタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸1と軸2を入れ替えた構成の s 領域での運動方程式は、式(4.8)に対して $\theta_2 = 0$ の条件を適用し、かつ I_2 を消去することで式(4.10)で与えられる。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & i_c + P_1 + Q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + s^2 A & -(k + s^2 A) \\ -(k + s^2 A) & k + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

図 4.2(a)に示す 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルを図 4.4 に示す. 図 4.4 に示すねじり振動系モデルの運動方程式は, 式(3.6), 式(3.49)と式(4.3)から式(4.11)で与えられる.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A & -A & 0 \\ -A & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

式(4.11)にラプラス変換を適用しs領域で表記すると式(4.12)が得られる.

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} = s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -(k_1 + s^2 A) & 0 \\ -(k_1 + s^2 A) & k_1 + k_2 + s^2 A & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

式(4.12)に $s = j\omega$ を代入し, 周波数領域で表記した運動方程式が式(4.13)で与えられる.

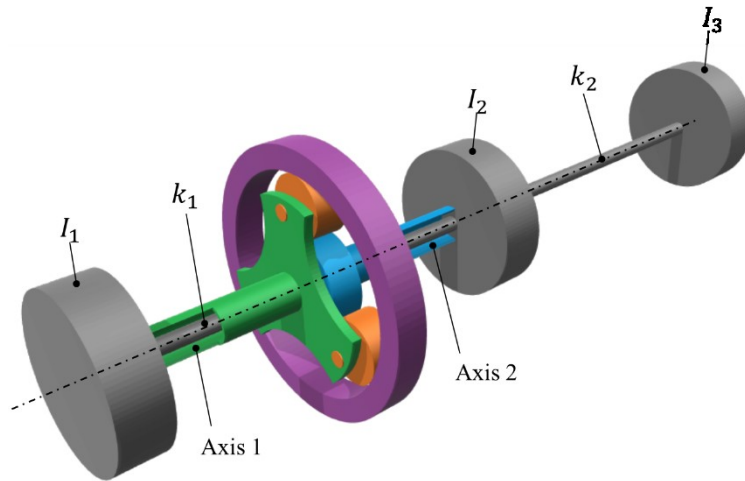


Fig.4.4 Type A planetary gear inverter installed into 2DOF 3-inertia torsional vibration system model between disk1 and disk2.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} &= -\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 - \omega^2 A & -(k_1 - \omega^2 A) & 0 \\ -(k_1 - \omega^2 A) & k_1 + k_2 - \omega^2 A & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

式(4.13)の右辺第1項は慣性項で、タイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータの「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」に起因する慣性モーメントとして i_c , P_1 と Q_1 が2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板1の慣性モーメント I_1 に付加され, i_s , P_2 と Q_2 が2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板2の慣性モーメント I_2 に付加されていると解釈することができる. 式(4.13)の右辺第2項は復元項で、タイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータの「理想イナータ機能」に起因する $k_i = -\omega^2 A$ の大きさの剛性が2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルを構成する剛性 k_1 のねじりバネ1と並列に円板1と円板2との間で作用していると解釈することができる. タイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸1と軸2を反転して軸1を円板2に、軸2を円板1に接続したねじり系基本振動モデルの s 領域での運動方程式は、式(4.8)に示した1自由度2慣性系の場合と同様に「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を軸1側と軸2側で入れ替えることで式(4.14)で与えられる.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -(k_1 + s^2 A) & 0 \\ -(k_1 + s^2 A) & k_1 + k_2 + s^2 A & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

図4.2(a)に示す2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの任意の2つの円板の間に遊星歯車式ねじり系イナータを接続する場合、円板1-2間の他に円板2-3間に接続する形態と、円板1-3間に接続する場合は考えられる. さらにそれぞれの場合において遊星歯車式ねじり系イナータ接続の方向によって2種類の形態が考えられ、合計6種類の形態が存在する. 図4.2(a)に示す2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板2にタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸1を接続し、円板3に軸2を接続した振動モデルの s 領域での運動方程式は、式(4.15)で与えられる.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 + i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + s^2 A & -(k_2 + s^2 A) \\ 0 & -(k_2 + s^2 A) & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 と軸 2 を反転して円板 3 に軸 1 を、円板 2 に軸 2 を接続した振動モデルの s 領域での運動方程式は、「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を軸 1 側と軸 2 側で入れ替えることで式(4.16)で与えられる.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 + i_c + P_1 + Q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + s^2 A & -(k_2 + s^2 A) \\ 0 & -(k_2 + s^2 A) & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

図 4.2(a)に示す 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 を接続し、円板 3 に軸 2 を接続した振動モデルの s 領域での運動方程式は、式(4.17)で与えられる.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 + i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -k_1 & -s^2 A \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -s^2 A & -k_2 & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 と軸 2 を反転して円板 1 に軸 2 を、円板 3 に軸 1 を接続した振動モデルの s 領域での運動方程式は、「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を軸 1 側と軸 2 側で入れ替えることで式(4.18)で与えられる.

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} = s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 + i_c + P_1 + Q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$+ \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -k_1 & -s^2 A \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -s^2 A & -k_2 & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix}$$

図 4.2(b)に示す 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルを図 4.5 に示す. 図 4.5 に示すねじり系基本振動モデルの運動方程式は, 式(4.12)に対して $\theta_3 = 0$ の条件を適用し, かつ I_3 を消去することで式(4.19)で与えられる.

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} = s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$+ \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -(k_1 + s^2 A) & 0 \\ -(k_1 + s^2 A) & k_1 + k_2 + s^2 A & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 と軸 2 を反転して円板 2 に軸 1 を, 円板 1 に軸 2 を接続したねじり系基本振動モデルの s 領域での運動方程式は, 「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を軸 1 側と軸 2 側で入れ替えることで式(4.20)で与えられる.

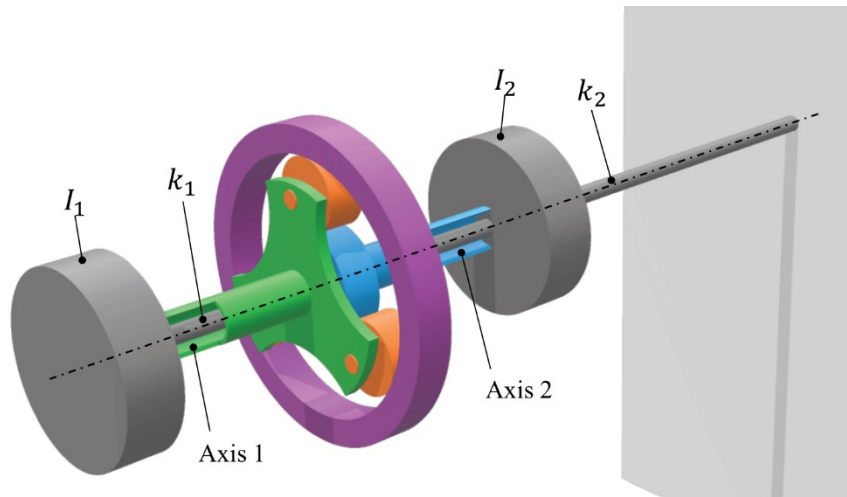


Fig.4.5 Type A planetary gear inverter installed into 2DOF 2-inertia torsional vibration system model between disk1 and disk2.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -(k_1 + s^2 A) & 0 \\ -(k_1 + s^2 A) & k_1 + k_2 + s^2 A & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

図 4.2(b)に示す 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 2 にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 を接続し，固定端に軸 2 を接続した振動モデルの s 領域での運動方程式は，式(4.15)に対して $\theta_3 = 0$ の条件を適用し，かつ I_3 を消去することで式(4.21)で与えられる．

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + s^2 A & -(k_2 + s^2 A) \\ 0 & -(k_2 + s^2 A) & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 と軸 2 を反転して固定端に軸 1 を，円板 2 に軸 2 を接続したねじり系基本振動モデルの s 領域での運動方程式は，「直接接続慣性機能」，「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を軸 1 側と軸 2 側で入れ替えることで式(4.22)で与えられる．

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 \\ 0 & 0 & i_c + P_1 + Q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + s^2 A & -(k_2 + s^2 A) \\ 0 & -(k_2 + s^2 A) & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

図 4.2(b)に示す 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 を接続し，固定端に軸 2 を接続した振動モデルの s 領域での運動方程式は，式(4.17)に対して $\theta_3 = 0$ の条件を適用し，かつ I_3 を消去することで式(4.23)で与えられる．

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -k_1 & -s^2 A \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -s^2 A & -k_2 & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

タイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータの軸 1 と軸 2 を反転して固定端に軸 1 を、円板 1 に軸 2 を接続したねじり系基本振動モデルの s 領域での運動方程式は、「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を軸 1 側と軸 2 側で入れ替えることで式(4.24)で与えられる.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_s + P_2 + Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & i_c + P_1 + Q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} k_1 + s^2 A & -k_1 & -s^2 A \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -s^2 A & -k_2 & k_2 + s^2 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

式(4.12)から式(4.24)に示した運動方程式より, 2 自由度 3 慣性および 2 自由度 2 慣性のねじり系基本振動モデルに遊星歯車式ねじり系イナータを組み込んだ場合, 遊星歯車式イナータを接続する円板を変更した場合には式(4.12)~式(4.24)の各式の右辺第 1 項で表される慣性項の係数行列と右辺第 2 項で表される復元項の係数行列は両方が共に変化するのに対し, 遊星歯車式ねじり系イナータの接続軸を入れ替えることで慣性項の係数行列が変化するが復元項の係数行列は変化しないことが確認できる.

4.4 結言

本章では, 1 自由度 2 慣性, 1 自由度 1 慣性, 2 自由度 3 慣性, 2 自由度 2 慣性の各ねじり系基本振動モデルに対して任意の 2 円板間または 1 円板と固定端との間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを組み込んだ場合のねじり系振動モデルについて, ねじり系イナータの接続方向の正逆を含めてその運動方程式を定式化した. ねじり振動系へのイナータの接続形態と運動方程式の表現形についての考察から, 遊星歯車式ねじり系イナータの接続軸を入れ替えることで運動方程式の慣性項の係数行列が変化するが, 運動方程式の復元項の係数行列は変化しないことが確認できた. その結果, 「理想イナータ機能」がねじり系イナータの接続方向の正逆に関わらない機能である一方で, 「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」がねじり系イ

データの接続方向のに対して方向性を有する機能と解釈することができることを明らかにした。

第5章 各機能が振動系の周波数特性に及ぼす影響

5.1 緒言

第4章では、実用イナータがねじり系基本振動モデルの周波数特性に及ぼす影響を考察するため、実用イナータが組み込まれた1自由度2慣性、1自由度1慣性、2自由度3慣性と2自由度2慣性のねじり系基本振動モデルに実用イナータを組み込んだねじり振動系モデルについてその運動方程式を定式化した。本章では定式化した運動方程式に基づいて数値シミュレーションを行い、実用イナータの有する4機能「理想イナータ機能」、「直接接続慣性機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」がねじり系基本振動モデルの周波数特性に及ぼす影響を機能毎に検証する。

5.2 理想イナータ機能の影響

5.2.1 理想イナータ機能を組み込んだ振動系の共振・反共振周波数の定式化

式(4.6)で与えられる1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの2つの円板の間にタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの s 領域での運動方程式から、遊星歯車式ねじり系イナータの機能の4機能のうち「直接接続慣性機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」を無視して「理想イナータ機能」のみを考慮した場合、 s 領域で表記した運動方程式は式(5.1)で与えられる。

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k + s^2(I_1 + A) & -(k + s^2A) \\ -(k + s^2A) & k + s^2(I_2 + A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

第4章の4.3節で考察したように「理想イナータ機能」は実用イナータの接続の方向依存性が無いことから、「理想イナータ機能」のみを考慮する場合、軸1と軸2を逆に接続した場合も運動方程式は同一となる。式(5.1)を角変位について解くと式(5.2)が得られる。

$$\begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \mathbf{M}} \begin{bmatrix} k + s^2(I_2 + A) & k + s^2A \\ k + s^2A & k + s^2(I_1 + A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

ここで、

$$\det \mathbf{M} = \{k + s^2(I_1 + A)\}\{k + s^2(I_2 + A)\} - (k + s^2A)^2 \quad (5.3)$$

とする^(5.1). 式(5.2)について $T_2 = 0$ とにおいて, T_1 に対する θ_1 と θ_2 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$ と $G_{\theta_2-T_1}$ は, それぞれ式(5.4)と式(5.5)で与えられる^(5.2).

$$G_{\theta_1-T_1} = \frac{\theta_1(s)}{T_1(s)} = \frac{s^2(I_2 + A) + k}{\{s^2(I_1 + A) + k\}\{s^2(I_2 + A) + k\} - (s^2A + k)^2} \quad (5.4)$$

$$G_{\theta_2-T_1} = \frac{\theta_2(s)}{T_1(s)} = \frac{s^2A + k}{\{s^2(I_1 + A) + k\}\{s^2(I_2 + A) + k\} - (s^2A + k)^2} \quad (5.5)$$

式(5.4)と式(5.5)の伝達関数の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ は, それぞれの式に $s = j\omega$ を代入し^(5.3), かつ分母多項式を零とにおいて得られる特性方程式の特性根として式(5.6)で与えられる. 式(5.4)と式(5.5)の分母多項式が同一であることから, $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ は等しくなる.

$$\omega_{r(\theta_1-T_1)} = \omega_{r(\theta_2-T_1)} = 0, \sqrt{\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1I_2 + A(I_1 + I_2)}} \quad (5.6)$$

式(5.4)と式(5.5)の伝達関数の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ は, それぞれの式に $s = j\omega$ を代入し, かつ分子多項式を零とにおいて得られる方程式の解として式(5.7)と式(5.8)でそれぞれ与えられる.

$$\omega_{ar(\theta_1-T_1)} = \sqrt{\frac{k}{I_2 + A}} \quad (5.7)$$

$$\omega_{ar(\theta_2-T_1)} = \sqrt{\frac{k}{A}} \quad (5.8)$$

1 自由度 1 慣性ねじり系基本振動モデルの円板と固定端との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの運動方程式は, 式(5.2)に対して $\theta_2 = 0$ の条件を適用し, かつ I_2 を消去することで式(5.9)で与えられる.

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k + s^2(I_1 + A) & -(k + s^2A) \\ -(k + s^2A) & k + s^2A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

式(5.9)を角変位について解くと式(5.10)が得られる.

$$\begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \mathbf{M}} \begin{bmatrix} k + s^2A & k + s^2A \\ k + s^2A & k + s^2(I_1 + A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

式(5.10)を展開すると式(5.11)と式(5.12)が得られる.

$$\theta_1(s) = \frac{\{k + s^2A\}T_1(s) + (k + s^2A)T_2(s)}{\det \mathbf{M}} \quad (5.11)$$

$$0 = \frac{(k + s^2 A)T_1(s) + \{k + s^2(I_1 + A)\}T_2(s)}{\det \mathbf{M}} \quad (5.12)$$

式(5.12)を整理することで、 T_1 に対する T_2 への伝達関数 $G_{T_2-T_1}$ が式(5.13)で得られる。

$$G_{T_2-T_1} = \frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \frac{-(k + s^2 A)}{k + s^2(I_1 + A)} \quad (5.13)$$

式(5.13)を式(5.11)に代入して T_2 を消去し整理することで、 T_1 に対する θ_1 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$ が式(5.14)で得られる。

$$G_{\theta_1-T_1} = \frac{\theta_1(s)}{T_1(s)} = \frac{1}{k + s^2(I_1 + A)} \quad (5.14)$$

式(5.13)と式(5.14)の伝達関数の共振周波数 $\omega_{r(T_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ は、それぞれの式に $s = j\omega$ を代入し、かつ分母多項式を零とおいて得られる特性方程式の特性根として式(5.15)で与えられる。式(5.13)と式(5.14)の分母多項式が同一であることから、 $\omega_{r(T_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ は等しくなる。

$$\omega_{r(T_2-T_1)} = \omega_{r(\theta_1-T_1)} = \sqrt{\frac{k}{I_1 + A}} \quad (5.15)$$

式(5.13)の伝達関数の反共振周波数 $\omega_{ar(T_2-T_1)}$ は、 $s = j\omega$ を代入しかつ分子多項式を零とおいて得られる方程式の解として式(5.16)で与えられる。

$$\omega_{ar(T_2-T_1)} = \sqrt{\frac{k}{A}} \quad (5.16)$$

式(5.14)の分子多項式が定数で零値をとらないため、伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$ の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ は存在しない。

式(4.12)で与えられる2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2の2つの円板の間にタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの s 領域での運動方程式から、遊星歯車式ねじり系イナータの「理想イナータ機能」のみを考慮した場合、 s 領域で表記した運動方程式は式(5.17)で与えられる。

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_1 + s^2(I_1 + A) & -(k_1 + s^2A) & 0 \\ -(k_1 + s^2A) & k_1 + k_2 + s^2(I_2 + A) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + s^2I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{M} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.17}$$

式(5.17)を角変位について解くと式(5.18)が得られる^(5.4).

$$\begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \mathbf{M}} \begin{bmatrix} M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32} & M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33} & M_{12}M_{23} - M_{13}M_{22} \\ M_{23}M_{31} - M_{21}M_{33} & M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31} & M_{13}M_{21} - M_{11}M_{23} \\ M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31} & M_{12}M_{31} - M_{11}M_{32} & M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
\det \mathbf{M} &= M_{11}(M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32}) + M_{21}(M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33}) \\
&\quad + M_{31}(M_{12}M_{23} - M_{22}M_{13})
\end{aligned} \tag{5.19}$$

とする^(5.4). 式(5.20)で $T_2 = T_3 = 0$ とにおいて, T_1 に対する θ_1 , θ_2 と θ_3 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{\theta_3-T_1}$ は, 式(5.20), 式(5.21)と式(5.22)でそれぞれ与えられる.

$$\begin{aligned}
G_{\theta_1-T_1} &= \frac{\theta_1(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32}}{\det \mathbf{M}} \\
&= \frac{s^4(I_2 + A)I_3 + s^2\{I_3(k_1 + k_2) + (I_2 + A)k_2\} + k_1k_2}{\det \mathbf{M}}
\end{aligned} \tag{5.20}$$

$$\begin{aligned}
G_{\theta_2-T_1} &= \frac{\theta_2(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{23}M_{31} - M_{21}M_{33}}{\det \mathbf{M}} \\
&= \frac{s^4I_3A + s^2\{I_3k_1 + Ak_2\} + k_1k_2}{\det \mathbf{M}}
\end{aligned} \tag{5.21}$$

$$\begin{aligned}
G_{\theta_3-T_1} &= \frac{\theta_3(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31}}{\det \mathbf{M}} \\
&= \frac{s^2Ak_2 + k_1k_2}{\det \mathbf{M}}
\end{aligned} \tag{5.22}$$

式(5.20), 式(5.21)と式(5.22)の伝達関数の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は, それぞれの伝達関数に $s = j\omega$ を代入し, かつ分母多項式を零とにおいて得られる特性方程式の特性根として式(5.23)で与えられる. 式(5.20), 式(5.21)と式(5.22)の分母多項式が同一であることから, $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は等しくなる.

$$\begin{aligned} \omega_{r(\theta_1-T_1)} &= \omega_{r(\theta_2-T_1)} = \omega_{r(\theta_3-T_1)} \\ &= 0, \sqrt{\frac{\{(I_1 I_3 + I_2 I_3)k_1 + (I_1 I_2 + I_1 I_3)k_2 + (I_1 + I_2 + I_3)Ak_2\} \pm X}{2(I_1 I_3 A + I_2 I_3 A + I_1 I_2 I_3)}} \end{aligned} \quad (5.23)$$

ここで,

$$X = \sqrt{\{(I_1 I_3 + I_2 I_3)k_1 + (I_1 I_2 + I_1 I_3)k_2 + (I_1 + I_2 + I_3)Ak_2\}^2 - 4(I_1 I_3 A + I_2 I_3 A + I_1 I_2 I_3)(I_1 k_1 k_2 + I_2 k_1 k_2 + I_3 k_1 k_2)} \quad (5.24)$$

とする. 式(5.20), 式(5.21)と式(5.22)の伝達関数の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ は, それぞれの伝達関数に $s = j\omega$ を代入し, かつ分子多項式を零とおいて得られる方程式の解として式(5.25), 式(5.26)と式(5.27)でそれぞれ与えられる.

$$\begin{aligned} \omega_{ar(\theta_1-T_1)} &= \sqrt{\frac{\{I_3 k_1 + (I_2 + I_3 + A)k_2\} \pm \sqrt{\{I_3 k_1 + (I_2 + I_3 + A)k_2\}^2 - 4(I_2 + A)I_3 k_1 k_2}}{2(I_2 + A)I_3}} \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\omega_{ar(\theta_2-T_1)} = \sqrt{\frac{I_3 k_1 + Ak_2 \pm \sqrt{(I_3 k_1 + Ak_2)^2 - 4I_3 Ak_1 k_2}}{2I_3 A}} \quad (5.26)$$

$$\omega_{ar(\theta_3-T_1)} = \sqrt{\frac{k_1}{A}} \quad (5.27)$$

2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの T_1 に対する θ_1 , θ_2 と T_3 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{T_3-T_1}$ の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(T_3-T_1)}$ は, 同様の導出手順によって式(5.28)で与えられる.

$$\begin{aligned} \omega_{r(\theta_1-T_1)} &= \omega_{r(\theta_2-T_1)} = \omega_{r(T_3-T_1)} \\ &= \sqrt{\frac{\{(I_1 + A)(k_1 + k_2) + I_2 k_1\} \pm \sqrt{\{(I_1 + A)(k_1 + k_2) + I_2 k_1\}^2 - 4\{I_1 I_2 + A(I_1 + I_2)\}k_1 k_2}}{2\{I_1 I_2 + A(I_1 + I_2)\}}} \end{aligned} \quad (5.28)$$

伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{T_3-T_1}$ の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ は, 同様の導出手順から式(5.29)と式(5.30)で与えられる.

$$\omega_{ar(\theta_1-T_1)} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{I_2 + A}} \quad (5.29)$$

$$\omega_{ar(\theta_2-T_1)} = \omega_{ar(T_3-T_1)} = \sqrt{\frac{k_1}{A}} \quad (5.30)$$

式(4.15) で与えられる 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 2 と円板 3 の 2 つの円板の間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの s 領域での運動方程式から, 遊星歯車式ねじり系イナータの「理想イナータ機能」のみを考慮した場合, s 領域で表記した運動方程式は式(5.31)で与えられる.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_1 + s^2 I_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + s^2(I_2 + A) & -(k_2 + s^2 A) \\ 0 & -(k_2 + s^2 A) & k_2 + s^2(I_3 + A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{M} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.31)$$

式(5.31)を角変位について解くと式(5.32)が得られる^(5.4).

$$\begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \mathbf{M}} \begin{bmatrix} M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32} & M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33} & M_{12}M_{23} - M_{13}M_{22} \\ M_{23}M_{31} - M_{21}M_{33} & M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31} & M_{13}M_{21} - M_{11}M_{23} \\ M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31} & M_{12}M_{31} - M_{11}M_{32} & M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \det \mathbf{M} &= M_{11}(M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32}) + M_{21}(M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33}) \\ &\quad + M_{31}(M_{12}M_{23} - M_{22}M_{13}) \end{aligned} \quad (5.33)$$

とする. 式(5.32)で $T_2 = T_3 = 0$ とおいて, T_1 に対する θ_1 , θ_2 と θ_3 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{\theta_3-T_1}$ は, 式(5.34), 式(5.35)と式(5.36)でそれぞれ与えられる.

$$\begin{aligned} G_{\theta_1-T_1} &= \frac{\theta_1(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32}}{\det \mathbf{M}} \\ &= \frac{s^4\{(I_2 + A)(I_3 + A) - A^2\} + s^2\{I_2k_2 + I_3(k_1 + k_2) + Ak_1\} + k_1k_2}{\det \mathbf{M}} \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} G_{\theta_2-T_1} &= \frac{\theta_2(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{23}M_{31} - M_{21}M_{33}}{\det \mathbf{M}} \\ &= \frac{s^2(I_3 + A)k_1 + k_1k_2}{\det \mathbf{M}} \end{aligned} \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} G_{\theta_3-T_1} &= \frac{\theta_3(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31}}{\det \mathbf{M}} \\ &= \frac{s^2Ak_1 + k_1k_2}{\det \mathbf{M}} \end{aligned} \quad (5.36)$$

式(5.34), 式(5.35)と式(5.36)の伝達関数の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は, それぞれの伝達関数に $s = j\omega$ を代入し, かつ分母多項式を零とおいて得られる特性方程式の特性根として式(5.37)で与えられる. 式(5.34), 式(5.35)と式(5.36)の分母多項式が同一であることから, $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は等しくなる.

$$\begin{aligned} \omega_{r(\theta_1-T_1)} &= \omega_{r(\theta_2-T_1)} = \omega_{r(\theta_3-T_1)} \\ &= 0, \sqrt{\frac{\{I_2I_3 + I_1I_3 + A(I_1 + I_2 + I_3)\}k_1 + (I_1I_2 + I_1I_3)k_2 \pm X}{2I_1\{I_2I_3 + A(I_2 + I_3)\}}} \end{aligned} \quad (5.37)$$

ここで,

$$X = \sqrt{[\{I_2I_3 + I_1I_3 + A(I_1 + I_2 + I_3)\}k_1 + (I_1I_2 + I_1I_3)k_2]^2 - 4I_1\{I_2I_3 + A(I_2 + I_3)\}(I_1 + I_2 + I_3)k_1k_2} \quad (5.38)$$

とする. 式(5.34), 式(5.35)と式(5.36)の伝達関数の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ は, それぞれの伝達関数に $s = j\omega$ を代入し, かつ分子多項式を零とおいて得られる方程式の解として式(5.39), 式(5.40)と式(5.41)でそれぞれ与えられる.

$$\begin{aligned} \omega_{ar(\theta_1-T_1)} \\ &= \sqrt{\frac{\{I_2k_2 + I_3(k_1 + k_2) + Ak_1\} \pm \sqrt{\{I_2k_2 + I_3(k_1 + k_2) + Ak_1\}^2 - 4\{I_2I_3 + A(I_2 + I_3)\}k_1k_2}}{2\{I_2I_3 + A(I_2 + I_3)\}}} \end{aligned} \quad (5.39)$$

$$\omega_{ar(\theta_2-T_1)} = \sqrt{\frac{k_2}{I_3 + A}} \quad (5.40)$$

$$\omega_{ar(\theta_3-T_1)} = \sqrt{\frac{k_2}{A}} \quad (5.41)$$

2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板2と固定端との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの T_1 に対する θ_1 , θ_2 と T_3 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{T_3-T_1}$ の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(T_3-T_1)}$ は, 同様の導出手順によって式(5.42)で与えられる.

$$\begin{aligned} \omega_{r(\theta_1-T_1)} &= \omega_{r(\theta_2-T_1)} = \omega_{r(T_3-T_1)} \\ &= \sqrt{\frac{\{I_1(k_1 + k_2) + (I_2 + A)k_1\} \pm \sqrt{\{I_1(k_1 + k_2) + (I_2 + A)k_1\}^2 - 4I_1(I_2 + A)k_1k_2}}{2I_1(I_2 + A)}} \end{aligned} \quad (5.42)$$

伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{T_3-T_1}$ の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ は, 同様の導出手順から式(5.43), 式(5.44)と式(5.45)で与えられる.

$$\omega_{ar(\theta_1-T_1)} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{I_2 + A}} \quad (5.43)$$

$$\omega_{ar(\theta_2-T_1)} = \text{none} \quad (5.44)$$

$$\omega_{ar(T_3-T_1)} = \sqrt{\frac{k_2}{A}} \quad (5.45)$$

伝達関数 $G_{\theta_2-T_1}$ の分子多項式は定数で零値をとらないため，式(5.44)で示す $G_{\theta_2-T_1}$ の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ は存在しない。

式(4.17) で与えられる 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの s 領域での運動方程式から，遊星歯車式ねじり系イナータの「理想イナータ機能」のみを考慮した場合， s 領域で表記した運動方程式は式(5.46)で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_1 + s^2(I_1 + A) & -k_1 & -s^2A \\ -k_1 & k_1 + k_2 + s^2I_2 & -k_2 \\ -s^2A & -k_2 & k_2 + s^2(I_3 + A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{M} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.46)$$

式(5.46)を角変位について解くと式(5.47)が得られる^(5.4)。

$$\begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \mathbf{M}} \begin{bmatrix} M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32} & M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33} & M_{12}M_{23} - M_{13}M_{22} \\ M_{23}M_{31} - M_{21}M_{33} & M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31} & M_{13}M_{21} - M_{11}M_{23} \\ M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31} & M_{12}M_{31} - M_{11}M_{32} & M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

ここで，

$$\begin{aligned} \det \mathbf{M} &= M_{11}(M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32}) + M_{21}(M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33}) \\ &\quad + M_{31}(M_{12}M_{23} - M_{22}M_{13}) \end{aligned} \quad (5.48)$$

とする．式(5.47)で $T_2 = T_3 = 0$ とおいて， T_1 に対する θ_1 ， θ_2 と θ_3 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$ ， $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{\theta_3-T_1}$ は，式(5.49)，式(5.50)と式(5.51)でそれぞれ与えられる。

$$\begin{aligned} G_{\theta_1-T_1} &= \frac{\theta_1(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32}}{\det \mathbf{M}} \\ &= \frac{s^4 I_2 (I_3 + A) + s^2 \{ I_2 k_2 + (I_3 + A)(k_1 + k_2) \} + k_1 k_2}{\det \mathbf{M}} \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$G_{\theta_2-T_1} = \frac{\theta_2(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{23}M_{31} - M_{21}M_{33}}{\det \mathbf{M}} \quad (5.50)$$

$$= \frac{s^2\{(I_3 + A)k_1 + Ak_2\} + k_1k_2}{\det \mathbf{M}}$$

$$G_{\theta_3-T_1} = \frac{\theta_3(s)}{T_1(s)} = \frac{M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31}}{\det \mathbf{M}} \quad (5.51)$$

$$= \frac{s^4I_2A + s^2A(k_1 + k_2) + k_1k_2}{\det \mathbf{M}}$$

式(5.49), 式(5.50)と式(5.51)の伝達関数の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は, それぞれの伝達関数に $s = j\omega$ を代入し, かつ分母多項式を零とおいて得られる特性方程式の特性根として式(5.52)で与えられる. 式(5.49), 式(5.50)と式(5.51)の分母多項式が同一であることから, $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は等しくなる.

$$\omega_{r(\theta_1-T_1)} = \omega_{r(\theta_2-T_1)} = \omega_{r(\theta_3-T_1)} = 0, \sqrt{\frac{-Y \pm \sqrt{Y^2 - 4XZ}}{2X}} \quad (5.52)$$

ここで,

$$X = I_2(I_1I_3 + I_1A + I_3A) \quad (5.53)$$

$$Y = \{(I_1 + I_2 + I_3)A(k_1 + k_2) + I_3(I_1 + I_2)k_1 + I_1(I_2 + I_3)k_2\} \quad (5.54)$$

$$Z = (I_1 + I_2 + I_3)k_1k_2 \quad (5.55)$$

とする. 式(5.49), 式(5.50)と式(5.51)の伝達関数の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ は, それぞれの伝達関数に $s = j\omega$ を代入し, かつ分子多項式を零とおいて得られる方程式の解としてそれぞれ式(5.56), 式(5.57)と式(5.58)で与えられる.

$$\omega_{ar(\theta_1-T_1)} = \sqrt{\frac{\{I_2k_2 + (I_3 + A)(k_1 + k_2)\} \pm \sqrt{\{I_2k_2 + (I_3 + A)(k_1 + k_2)\}^2 - 4I_2(I_3 + A)k_1k_2}}{2I_2(I_3 + A)}} \quad (5.56)$$

$$\omega_{ar(\theta_2-T_1)} = \sqrt{\frac{k_1k_2}{(I_3 + A)k_1 + Ak_2}} \quad (5.57)$$

$$\omega_{ar(\theta_3-T_1)} = \sqrt{\frac{A(k_1 + k_2) \pm \sqrt{\{A(k_1 + k_2)\}^2 - 4I_2Ak_1k_2}}{2I_2A}} \quad (5.58)$$

2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と固定端との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの T_1 に対する θ_1 , θ_2 と

T_3 への伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{T_3-T_1}$ の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(T_3-T_1)}$ は, 同様の導出手順によって式(5.59)で与えられる.

$$\begin{aligned} \omega_{r(\theta_1-T_1)} &= \omega_{r(\theta_2-T_1)} = \omega_{r(T_3-T_1)} \\ &= \sqrt{\frac{\{(I_1 + A)(k_1 + k_2) + I_2 k_1\} \pm \sqrt{\{(I_1 + A)(k_1 + k_2) + I_2 k_1\}^2 - 4(I_1 + A)I_2 k_1 k_2}}{2(I_1 + A)I_2}} \end{aligned} \quad (5.59)$$

伝達関数 $G_{\theta_1-T_1}$, $G_{\theta_2-T_1}$ および $G_{T_3-T_1}$ の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ は, 同様の導出手順から式(5.60), 式(5.61)と式(5.62)で与えられる.

$$\omega_{ar(\theta_1-T_1)} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{I_2}} \quad (5.60)$$

$$\omega_{ar(\theta_2-T_1)} = \text{none} \quad (5.61)$$

$$\omega_{ar(T_3-T_1)} = \sqrt{\frac{A(k_1 + k_2) \pm \sqrt{\{A(k_1 + k_2)\}^2 - 4I_2 A k_1 k_2}}{2I_2 A}} \quad (5.62)$$

伝達関数 $G_{\theta_2-T_1}$ の分子多項式は定数で零値をとらないため, 式(5.61)の通り $G_{\theta_2-T_1}$ の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ は存在しない.

5.2.2 共振・反共振周波数の数値シミュレーション(1自由度系モデル)

以上の共振周波数および反共振周波数の定式化に基づいて, 本項ではねじり振動低減の観点から「理想イナータ機能」がねじり系基本振動モデルの共振周波数および反共振周波数に及ぼす効果を数値シミュレーションに基づいて考察する. ここではイナータを含むねじり振動系の周波数特性の基本的な性質を明らかにするため $I_1 = I_2 = I_3 = J$, かつ $k_1 = k_2 = k$ と簡略化の仮定を導入して議論する. 簡略化の仮定を導入することによって理想イナータ機能の大きさを表す係数 A をねじり振動系の円板の慣性モーメント J で正規化した A/J (以下, 「慣性モーメント比」と称する)を振動系の特性を支配するパラメータとして新たに定義し, 慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 ω_r および反共振周波数 ω_{ar} が線図として図示できる. なお, 共振周波数と反共振周波数は各振動系において $A = 0$ とおいた場合の1次共振周波数にて正規化した値とする. 正規化について2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルを例に示す. $I_1 = I_2 = I_3 = J$ かつ $k_1 = k_2 = k$ と簡略化の仮定を導入した場合の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$,

$\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は、式(5.23)に $I_1 = I_2 = I_3 = J$ と $k_1 = k_2 = k$ を代入することで式(5.63)で与えられる。

$$\omega_{r(\theta_1-T_1)} = \omega_{r(\theta_2-T_1)} = \omega_{r(\theta_3-T_1)} = 0, \sqrt{\frac{k}{J+2A}}, \sqrt{\frac{3k}{J}} \quad (5.63)$$

理想イナータ機能の大きさを表す係数 $A = 0$ とした場合の 1 次共振周波数 ω_{ref} は式(5.63)のそれぞれの解に $A = 0$ を代入した時の零を除く最も低い周波数の解として式(5.64)で与えられる。

$$\omega_{ref} = \sqrt{\frac{k}{J}} \quad (5.64)$$

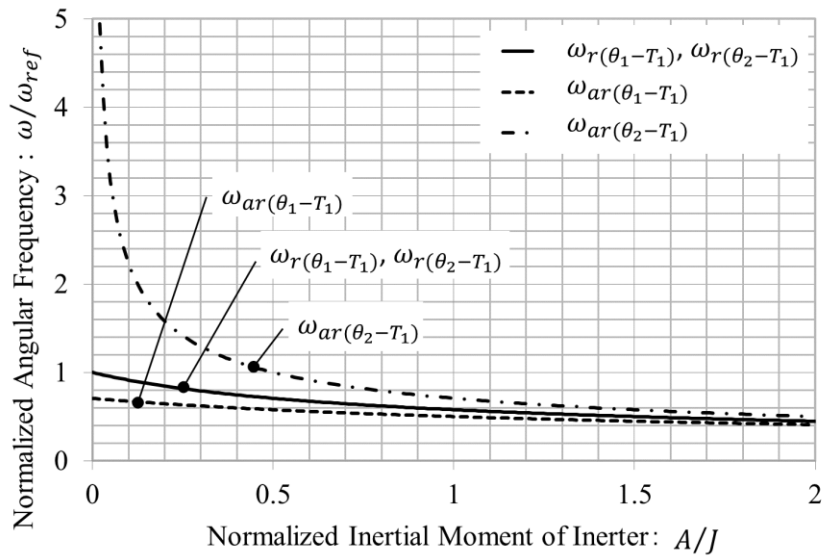
式(5.63)と式(5.64)より、正規化した共振周波数は、式(5.65)で与えられる。

$$\frac{\omega_{r(\theta_1-T_1)}}{\omega_{ref}} = \frac{\omega_{r(\theta_2-T_1)}}{\omega_{ref}} = \frac{\omega_{r(\theta_3-T_1)}}{\omega_{ref}} = 0, \sqrt{\frac{1}{1+2\frac{A}{J}}}, \sqrt{3} \quad (5.65)$$

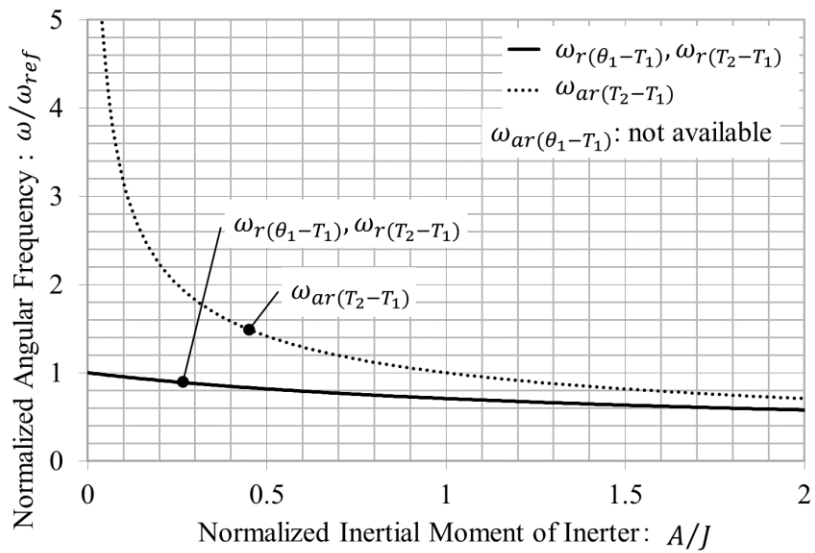
式(5.65)から、正規化した共振周波数は慣性モーメント比 A/J の関数 (式(5.65)の右辺第 2 式) と定数 (式(5.65)の右辺第 3 式) で与えられることが確認できる。

1 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)} = \omega_{r(\theta_2-T_1)}$ および反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ の変化を図 5.1(a)に示す。同様に 1 自由度 1 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と固定端の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)} = \omega_{r(T_2-T_1)}$ および反共振周波数 $\omega_{ar(T_2-T_1)}$ の変化を図 5.1(b)に示す。

共振周波数は、図 5.1 より 1 自由度 2 慣性ねじり振動系モデルの $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ および 1 自由度 1 慣性ねじり振動系モデルの $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ と $\omega_{r(T_2-T_1)}$ は、周波数零となるものを除いて全てにおいて慣性モーメント比 A/J の増大に伴って共振周波数が低下した。これは、式(5.6)と式(5.15)よりイナータの慣性モーメント A を付与することで振動系の見かけの慣性モーメントが J から増大することに相当することが原因と解釈することができる。一方、反共振周波数については、1 自由度 2 慣性ねじり振動系モデルの $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と 1 自由度 1 慣性ねじり振動系モデルの $\omega_{ar(T_2-T_1)}$ は $A/J = 0$ で無限大の値となる。言い換えると、振動系にイナータを接続することによって、1 自由度 2 慣性ねじり振動系モデルでは $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ が、1 自由度 1 慣性ねじり振動系モデルでは $\omega_{ar(T_2-T_1)}$ が新たな反共



(a) 1DOF 2-inertia torsional vibration system model



(b) 1DOF 1-inertia torsional vibration system model

Fig.5.1 Variation of resonance and anti-resonance frequencies accompany with inertial moment ratio of 1DOF torsional vibration system ;(a) 1DOF 2-inertia and (b) 1DOF 1-inertia models.

振として発生することを示している。 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(T_2-T_1)}$ は $A/J > 0$ の範囲で有限な値となり、 A/J が増大するに従って値は低下した。これは、式(5.5)および式(5.13)の伝達関数の分子多項式が、ねじりばねのばね乗数 k を係数とする s の零次項（定数項）と理想イナータ機能の大きさを表す係数 A を比例定数とする s の 2 次項と和であることから、正弦波の入力変動トルクに対してイナータにより伝達されるトルクとばねにより伝達されるトルクが逆位相の特性を有し、かつ変動トルクが高周波数になるほどイナータにより伝達されるトルクの振幅がばねにより伝達されるトルクの振幅に対して相対的に大きくなるのが原因と考えられる。すなわち、ばねにより伝達されるトルクとイナータにより伝達されるトルクの振幅が等しくなる入力変動トルクの周波数が、 A/J が増大することで低下するためと考えられる。1 自由度 2 慣性ねじり振動系モデルでは $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ が発現したが 1 自由度 1 慣性ねじり振動系モデルでは $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ は発現しなかった。これは 1 自由度 2 慣性ねじり振動系モデルで、円板 2 の慣性モーメント I_2 、ねじりばね k とイナータ A から成る振動系が円板 1 に対して動吸振器のように作用する副振動系となるためと考えられ、式(5.7)から副振動系の固有振動数が A の増大に伴って低周波数化すると解釈することができる。

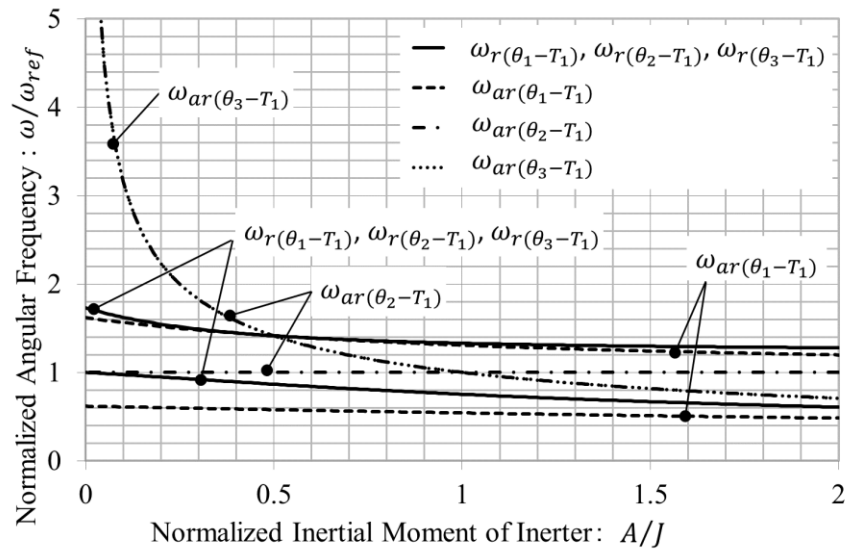
5.2.3 共振・反共振周波数の数値シミュレーション(2 自由度系モデル)

2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/I に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ および反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ の変化を図 5.2(a) に、2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(T_3-T_1)}$ および反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ の変化を図 5.2 (b) にそれぞれ示す。同様に、2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 2 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ および反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ の変化を図 5.3(a) に、2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 2 と固定端との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(T_3-T_1)}$ および反

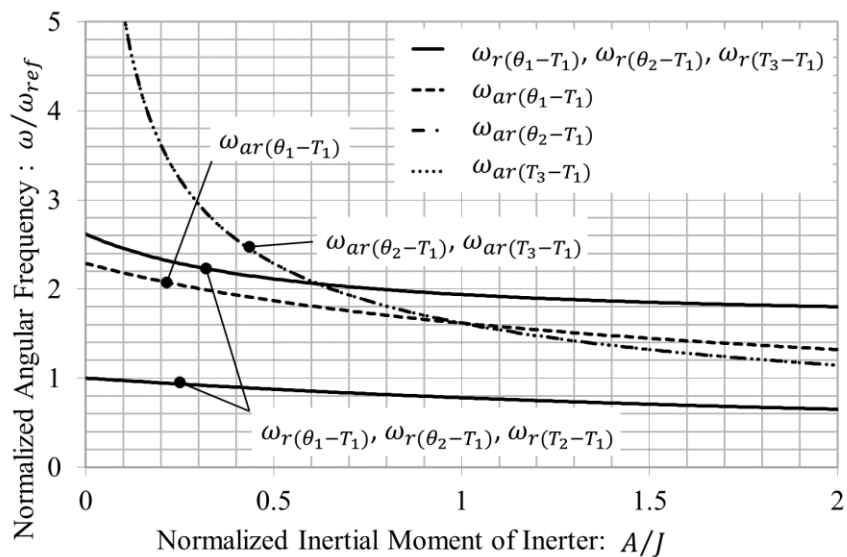
共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ の変化を図 5.3 (b)にそれぞれ示す. 同様に, 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ および反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ の変化を図 5.4(a)に, 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と固定端との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの慣性モーメント比 A/J に対する共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(T_3-T_1)}$ および反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ の変化を図 5.4 (b)にそれぞれ示す.

共振周波数については, 図 5.2(a)と(b), 図 5.3(a)と(b), 図 5.4(a)と(b)から $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$, $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ と $\omega_{r(T_3-T_1)}$ は, 全てのねじり振動系モデルで 2 つの周波数に集約されて現れることが確認できる. 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの高周波数側の共振周波数を除いて, 全てのねじり振動系モデルと 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの形態では, 低周波数側の共振周波数で A/J の値の増大に伴って共振周波数の低下が確認できる. これは式(5.23), 式(5.28), 式(5.37), 式(5.42), 式(5.52)と式(5.59)に対する考察から 1 自由度系の場合と同様にイナータの慣性モーメント A を付与することで振動系の見かけの慣性モーメントが J から増大することが原因と考えられる. 一方で図 5.4(a)より, 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの高周波数側の共振周波数は, A/J の変化と無関係に一定の値となった. これは, 式(5.52)の周波数零となるものを除く高周波数側の共振周波数が $I_1(=I_2)=I_3=J$ および $k_1=k_2=k$ の簡略化の仮定を導入することでイナータの慣性モーメント A の項が消去されることで確認することができる. 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの高周波数側の共振周波数の振動モードが円板 1 の角変位 θ_1 と円板 3 の角変位 θ_3 の変位に対して円板 2 の角変位 θ_2 の変位が逆位相となり, $I_1(=I_2)=I_3=J$ および $k_1=k_2=k$ のモデル簡略化の仮定によって $\theta_1=\theta_3$ となることからイナータ両軸

間の相対加速度が零となり、イナータがトルクを発生していないことが原因と解釈する
 こ と が

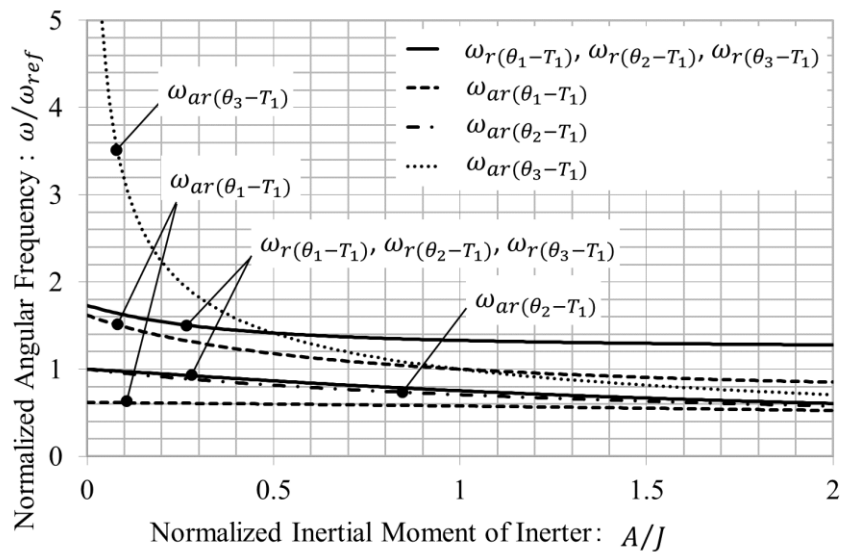


(a) 2DOF 3-inertia torsional vibration system model

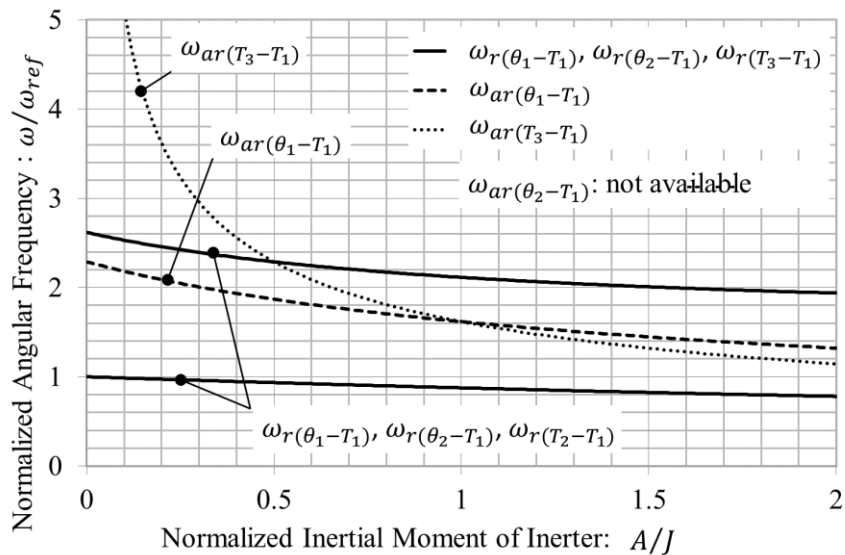


(b) 2DOF 2-inertia torsional vibration system model

Fig.5.2 Variation of resonance and anti-resonance frequencies accompany with inertial moment ratio of 2DOF torsional vibration system which the inerter is installed between disk1 and disk2 ;(a) 2DOF 3-inertia and (b) 2DOF 2-inertia models.

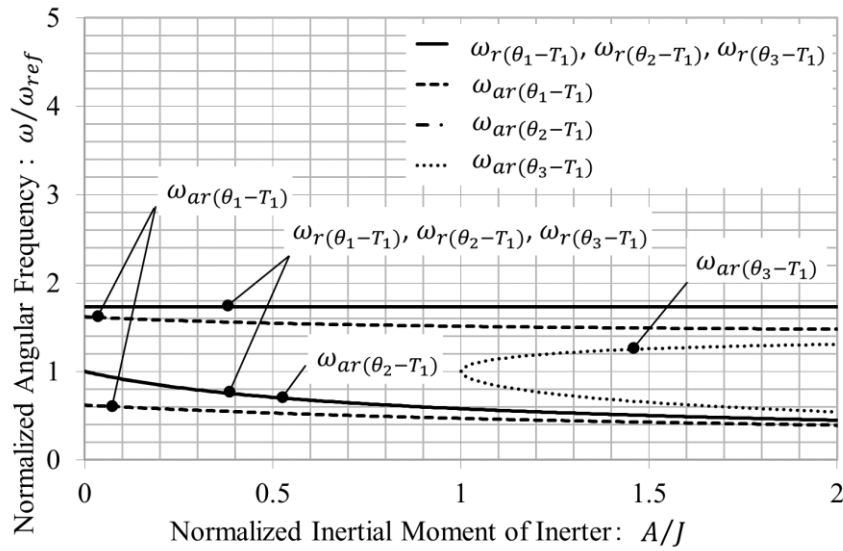


(a) 2DOF 3-inertia torsional vibration system model

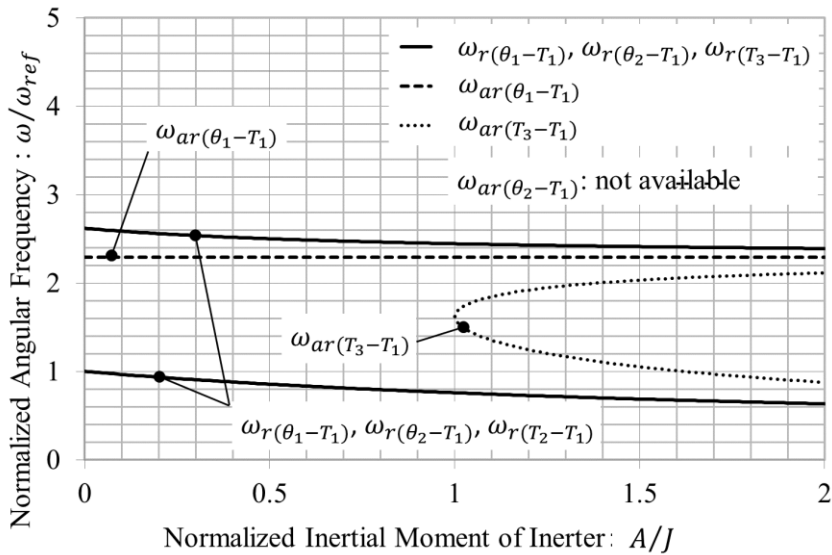


(b) 2DOF 2-inertia torsional vibration system model

Fig.5.3 Variation of resonance and anti-resonance frequencies accompany with inertial moment ratio of 2DOF torsional vibration system which the inerter is installed between disk2 and disk3(2DOF 3-inertia model) or disk2 and fixed end(2DOF 2-inertia model) ;(a) 2DOF 3-inertia and (b) 2DOF 2-inertia models.



(a) 2DOF 3-inertia torsional vibration system model



(b) 2DOF 2-inertia torsional vibration system model

Fig.5.4 Variation of resonance and anti-resonance frequencies accompany with inertial moment ratio of 2DOF torsional vibration system which the inerter is installed between disk1 and disk3(2DOF 3-inertia model) or disk1 and fixed end(2DOF 2-inertia model);(a) 2DOF 3-inertia and (b) 2DOF 2-inertia models.

できる．また図 5.4(a)から 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルで ω_r の周波数零を除く低周波数側の共振周波数は， A/J に対して $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と同じ変化となった．これは，式(5.52)と式(5.57)より周波数零を除く低周波数側の共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ ， $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ が $I_1(=I_2)=I_3=J$ および $k_1=k_2=k$ の簡略化の仮定を導入することで $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と同等となることで確認することができる．2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの低周波数側の共振周波数での振動モードが円板 1 の角変位 θ_1 の変位に対して円板 3 の角変位 θ_3 の変位が逆位相であり， $I_1(=I_2)=I_3=J$ および $k_1=k_2=k$ のモデル簡略化の仮定によって $\theta_1 = -\theta_3$ となり円板 2 が静止する（円板 2 の変位 θ_2 が零となる）ことが原因と解釈することができる．モデル簡略化の仮定によって図 5.2(a)と図 5.3(a)が示すように，2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルと，円板 2 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの形態での共振周波数 $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ ， $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ は， A/J に対して同一となる．これは両形態の運動方程式が本質的に同一となることによる．対照的に図 5.2(b)と図 5.3(b)が示すように 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルと，円板 2 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの比較では， A/J に対して共振周波数の変化が異なる．反共振周波数は，図 5.4(a)より 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ と，2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ の数が A/J の増大に伴って， $A/J < 1$ においては零個， $A/J = 1$ において 1 個， $A/J > 1$ において 2 個へと変化した．また， $A/J > 1$ における 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ および 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮

したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ は、 A/J が増大すると低周波数側の $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ および $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ はより低周波数化し、高周波数側の $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ および $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ はより高周波数側に移動した。2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板3の2つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルを例に考察する。式(5.58)は、

$$(\omega_{ar(\theta_3-T_1)})^2 = \frac{k_1 + k_2}{2I_2} \pm \frac{\sqrt{\{A(k_1 + k_2)\}^2 - 4I_2Ak_1k_2}}{2I_2A} \quad (5.66)$$

と変形できる。式(5.66)の右辺第1項が A を含まず、第1項に対して第2項を加えた値および減じた値が $(\omega_{ar(\theta_3-T_1)})^2$ となることを示している。したがって第2項が零の場合に ω_{ar3} は1個となり、第2項が正の値となる場合は、第2項が零の場合の $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ を基準に低周波数側と高周波数側に右辺第2項に相当する周波数だけ離れて2個の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ が現れる。右辺第2項の根号内が負の値となる場合、 $(\omega_{ar(\theta_3-T_1)})^2$ は実数解が存在せず、反共振点が生じない。このことは、 k_1 と k_2 が決まっている場合、 I_2 と A を調整することにより2つの反共振周波数を任意の周波数に調整できることを示している。また、図5.2(a)より、2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2の2つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでは、 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ の数が A/J の変化に応じて、 $A/J < 1$ および $A/J > 1$ において2個、 $A/J = 1$ においてのみ1個と変化し、さらに2個の $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ の一方が A/J の変化に関わらず一定値となり、他方が A/J が増大すると低周波数側に变化した。これは図5.4(a)より2自由度3慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2の2つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでは、円板1と円板2の間は1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルと同等のモデルとなり、円板2と円板3の間は円板3の慣性モーメント I_3 とねじり剛性 k_2 のねじりバネで構成される動吸振器が円板2に接続されていると解釈することができる。つまり円板1と円板2の間では図5.1(a)に示す1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2との間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルと同様に A/J が増加すると反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ が低周波数化し、円板2と円板3の間では円板3の慣性モーメント I_3 とねじり剛性 k_2 のねじりバネで構成される動吸振器の同調周波数 $\sqrt{k_2/I_3}$ が円板2の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ になると考えられる。図5.2(a)の A/J に対する $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ の個数と周波数の変化は以上の様に考察でき、 $A/J = 1$ において反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ が1個となる

のは、円板 1 と円板 2 との間の作用により発生する反共振周波数と円板 2 と円板 3 との間の動吸振器の作用による同調周波数が一致したことによるものと解釈することができる。図 5.2 から図 5.4 それぞれでの 2 自由度 3 慣性モデルと 2 自由度 2 慣性モデルとの間の比較から、反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ は 2 自由度 3 慣性モデルの方が 2 自由度 2 慣性モデルより 1 個多く発現した。これは 1 自由度 2 慣性モデルと 1 自由度 1 慣性モデルの差異と同様に、円板 1 を基準にした場合の円板 2 側に接続される振動系または円板 2 を基準にした場合の円板 3 または固定端側に接続される振動系が動吸振器のように作用する副振動系となるためと考えられる。この副振動系は 2 自由度 3 慣性モデルの方が 2 自由度 2 慣性モデルに比べて自由度が 1 増大することから、動吸振器の同調周波数が 1 個増加することが原因と解釈することができる。2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と固定端の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ と、2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルでの低周波数側の反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ が A/J の変化に対して一定値を示すことは、副振動系にイナータが作用していないことが原因と解釈することができる。

5.2.4 理想イナータが振動系の共振および反共振周波数特性に及ぼす影響のまとめ

これまでのシミュレーション結果から、ねじり振動系にイナータを導入することおよび慣性モーメント比 A/J の増大が各モデルの共振周波数 ω_r と反共振周波数 ω_{ar} の発生個数および周波数に及ぼす影響を表 5.1(a)と表 5.1(b)に示す。表 5.1(a)と表 5.1(b)は、各振動系モデルにおいて「No inerter」の行にはイナータを接続しない場合、つまり $A = 0$ とした場合に発現する共振周波数 ω_r （全てのモデルで $\omega_{r(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{r(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{r(\theta_3-T_1)}$ または $\omega_{r(T_3-T_1)}$ が全て等しいのでまとめて ω_r とする）と反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ または $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ の個数を示す。表 5.1(a)の「Inerter」および表 5.1(b)の「Disk1-2」, 「Disk2-3」または「Disk2-fixed」と「Disk1-3」または「Disk1-fixed」の行には、それぞれのモデルでの A の増大に伴う各共振周波数 ω_r と反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_1-T_1)}$ 、 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ または $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ の周波数変化を示す。「 \searrow 」は「周波数の低下」、 「 \rightarrow 」は「周波数の変化なし」を示す。 A の増大に伴って個数や周波数変化の様相が変化する場合は「 \Rightarrow 」により順番に示していて、「 $\infty \Rightarrow \searrow$ 」は周波数無限大の高周波数側

Table.5.1 Variation in the number and frequency of resonance and anti-resonance by the effect of inerter installation and inertial moment ratio about each torsional vibration model.

(a) 1DOF model

Model type			ω_r	ω_{ar}		
				θ_1-T_1	θ_2-T_1	T_3-T_1
1DOF	2-inertia	No inerter	1	1	0	-
		Inerter	↘	↘	$\infty \Rightarrow \searrow$	-
	1-inertia	No inerter	1	0	-	0
		Inerter	↘	0	-	$\infty \Rightarrow \searrow$

(b) 2DOF model

Model type			ω_r		ω_{ar}							
					θ_1-T_1		θ_2-T_1		θ_3-T_1		T_3-T_1	
			lower	upper	lower	upper	lower	upper	lower	upper	lower	upper
2DOF	3-inertia	No inerter	2		2		1		0		-	
		Disk1-2	↘	↘	↘	↘	$\rightarrow \Rightarrow 1 \Rightarrow \searrow$	$\infty \Rightarrow \searrow$ $\Rightarrow 1 \Rightarrow \rightarrow$	$\infty \Rightarrow \searrow$	-	-	
		Disk2-3	↘	↘	↘	↘	↘	-	$\infty \Rightarrow \searrow$	-	-	
		Disk1-3	↘	→	↘	↘	→	-	$0 \Rightarrow 1 \Rightarrow \searrow$	$0 \Rightarrow 1 \Rightarrow \nearrow$	-	
	2-inertia	No inerter	2		1		0		-		0	
		Disk1-2	↘	↘	↘	-	$\infty \Rightarrow \searrow$	-	-		$\infty \Rightarrow \searrow$	-
		Disk2-fixed	↘	↘	↘	-	-	-	-		$\infty \Rightarrow \searrow$	-
		Disk1-fixed	↘	↘	→	-	-	-	-		$0 \Rightarrow 1 \Rightarrow \searrow$	$0 \Rightarrow 1 \Rightarrow \nearrow$

からの低周波数化, 「0⇒1」は共振周波数または反共振周波数 0 個から 1 個有る状態への変化をそれぞれ示す.

これまでのシミュレーション結果および考察から, 理想イナータの付加によって以下の効果が得られることが明らかになった.

全モデルについて,

- (1) 1 自由度 1 慣性または 2 自由度 2 慣性モデルに比べて 1 自由度 2 慣性または 2 自由度 3 慣性モデルの方が, 出力端以外の円板の反共振周波数 (1 自由度モデルでは $\omega_r(\theta_1-T_1)$, 2 自由度モデルでは $\omega_r(\theta_1-T_1)$, $\omega_r(\theta_2-T_1)$) が 1 個多く発現した.

1 自由度ねじり振動系では,

- (2) イナータを付加することで, 共振周波数が低周波数側に移動する. なお低周波数化の効果は 1 自由度 1 慣性モデルでより大きくなった.

- (3) イナータを付加することで、新たに反共振周波数が得られる。イナータの慣性モーメント増大により反共振周波数は低周波数側に移動する。

2 自由度ねじり振動系では、

- (4) イナータを付加することで、共振周波数が低周波数側に移動するが、2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの高周波数側の共振周波数は変化しなかった。
- (5) イナータを付加することで、新たに反共振周波数が得られる。2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 3 の 2 つの円板の間に、および 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と固定端の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの反共振周波数 $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ および $\omega_{ar(T_3-T_1)}$ の個数はイナータの慣性モーメント増大に伴って $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ 個と変化し、 I_2 と A の調整によりその個数、周波数を任意に調整できることが分かった。
- (6) 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルで、円板 1 と円板 2 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルと、円板 2 と円板 3 の 2 つの円板の間に「理想イナータ機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルとは本質的に同じモデルであると解釈することができ、 A/J の増大に伴う ω_r と $\omega_{ar(\theta_3-T_1)}$ の変化は同じとなる。 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ は両モデルで異なり、円板 1-2 間に接続する形態での $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ の個数はイナータの慣性モーメント増大に伴って $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ 個と変化する。一方の反共振周波数はイナータの慣性モーメントの大きさに関わらず一定となるが、円板 2-3 間に接続する形態では、 $\omega_{ar(\theta_2-T_1)}$ の個数はイナータの慣性モーメントの大きさに関わらず 1 個で変化せず、 A/J の増大に伴って低周波数側に移動した。
- (7) 円板 1-2 間、円板 2-3 間と円板 1-3 間のそれぞれにねじり系イナータを接続した場合の比較から、円板 1-3 間に接続する構成は 2 個の共振周波数の間に 2 個の反共振周波数を設けることができるため、運転速度が変化する回転機械に対し広域に低振動な特性を得るのに有利な構成と考えられる。円板 1-2 間、円板 2-3 間のそれぞれにねじり系イナータを接続する構成は

反共振周波数の変化幅が大きいことから、様々な固定の運転速度の回転機械に対して反共振周波数を調整し合わせるのに有利な構成と考えられる。以上の数値シミュレーションの結果から得られた考察に加え、第4章での定式化と理想イナータがねじり振動系の共振・反共振特性に及ぼす影響を総合するとイナータを適用することの有用性について以下の2点が指摘できる。

- i. 回転駆動機械としてねじり振動系を構成し、慣性要素同士を接続する2端子受動要素として、駆動軸に代表されるねじり変位に比例したトルクを伝達するばね要素に対し、ねじり速度に比例するトルクを伝達する減衰要素を組み合わせる場合には、調和外力下において両要素の伝達トルクは1/4周期の位相差を有するため、打ち消し合う作用を期待できない。しかし、ねじり加速度に比例するトルクを伝達するイナータ要素を組み合わせる場合には、調和外力下においてばね要素の伝達トルクとイナータ要素の伝達トルクは1/2周期の位相差を有するため、打ち消し合う作用による反共振現象の利用が可能となる。
- ii. 振動低減手法として代表的な動吸振器に加えイナータがもう1つの振動低減手法となる。また動吸振器はねじり振動系へ導入することで自由度の増大による新たな共振周波数の発生を伴うのに対し、イナータの導入は振動系の自由度を増大しないため新たな共振周波数の発生を伴わずに反共振現象を得ることができる。

以上から、ねじり振動系の振動低減にイナータを導入することは、設計自由度を増大させる点で有用であることが指摘できる。

5.3 直接接続慣性機能， 間接接続慣性機能と慣性授受機能の影響

式(4.6)で与えられる1自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの2つの円板の間にタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルのs領域での運動方程式から、遊星歯車式ねじり系イナータの機能の4機能の中で「理想イナータ機能」無視して「直接接続慣性機能」，「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」のみを考慮した場合，s領域で表記した運動方程式は式(5.67)で与えられる。

$$\begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \end{bmatrix} = s^2 \begin{bmatrix} I_1 + i_c + P_1 + Q_1 & 0 \\ 0 & I_2 + i_s + P_2 + Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

ここで、各係数は式(3.50)，式(3.51)，式(3.52)と式(3.53)の通りとなる。

$$P_1 = i_r + ni_p \quad (5.68)$$

$$P_2 = 0 \quad (5.69)$$

$$Q_1 = i_r \lambda + n i_p \frac{2\lambda}{1-\lambda} \quad (5.70)$$

$$Q_2 = -\left(i_r \lambda + n i_p \frac{2\lambda}{1-\lambda}\right) \quad (5.71)$$

式(5.67)は、「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」がいずれもそれぞれの機能の大きさに相当する慣性モーメント（直接接続慣性機能： i_c と i_s , 間接接続慣性機能： P_1 と P_2 , 慣性授受機能： Q_1 と Q_2 ）を軸1と軸2を接続したねじり系基本振動モデルの円板に対し付与している機能と解釈することができることを示している. したがって「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」がねじり系基本振動モデルの周波数特性に及ぼす影響は同様であることが予想できる.

以下では代表例として, 図4.2(b)に示す2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルについて T_1 に対する T_3 への伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ に注目し, 円板1と円板2の2つの円板の間への「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」のみを考慮したねじり系イナータの接続の有無による伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ への影響を数値シミュレーションで比較する. 図4.2(b)に示す2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2の2つの円板の間に「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」のみを考慮したねじり系イナータを接続したねじり振動系モデルの運動方程式は, 式(5.72)で与えられる.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} &= s^2 \begin{bmatrix} k_1 + s^2(I_1 + P_1 + Q_1) & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + s^2(I_2 + P_2 + Q_2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ \theta_3(s) \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.72)$$

なお式(3.6)の右辺第3項で表される「直接接続慣性機能」は, 基本の振動系を構成する円板1と円板2の慣性モーメントに含まれているとする. 式(5.72)を角変位について解くと式(5.73)が得られる^(5.4).

$$\begin{bmatrix} \theta_1(s) \\ \theta_2(s) \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \mathbf{M}} \begin{bmatrix} M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32} & M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33} & M_{12}M_{23} - M_{13}M_{22} \\ M_{23}M_{31} - M_{21}M_{33} & M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31} & M_{13}M_{21} - M_{11}M_{23} \\ M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31} & M_{12}M_{31} - M_{11}M_{32} & M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(s) \\ T_2(s) \\ T_3(s) \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \det \mathbf{M} &= M_{11}(M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32}) + M_{21}(M_{13}M_{32} - M_{12}M_{33}) \\ &\quad + M_{31}(M_{12}M_{23} - M_{22}M_{13}) \end{aligned} \quad (5.74)$$

とする. 式(5.73)で $T_2 = 0$ とにおいて展開すると式(5.75)と式(5.76)が得られる.

$$\theta_1(s) = \frac{(M_{22}M_{33} - M_{23}M_{32})T_1(s) + (M_{12}M_{23} - M_{13}M_{22})T_3(s)}{\det \mathbf{M}} \quad (5.75)$$

$$0 = \frac{(M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31})T_1(s) + (M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21})T_3(s)}{\det \mathbf{M}} \quad (5.76)$$

式(5.76)を整理することで、 T_1 に対する T_3 への伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ が式(5.77)で得られる^(5.2)。

$$\begin{aligned} G_{T_3-T_1} &= \frac{T_3(s)}{T_1(s)} = \frac{-(M_{21}M_{32} - M_{22}M_{31})}{(M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21})} \\ &= \frac{-k_1 k_2}{\{k_1 + s^2(I_1 + P_1 + Q_1)\}\{k_1 + k_2 + s^2(I_2 + P_2 + Q_2)\} - k_1^2} \end{aligned} \quad (5.77)$$

「直接接続慣性機能」，「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」がねじり振動系に及ぼす影響を考察するため，以下の②～⑩の各ケースにおいての異なるイナータを組み込んだねじり振動系を仮定し，①のイナータの無い振動系を比較対象として伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ の値を比較する。

- ① イナータ無し
- ② 慣性授受機能＋間接接続慣性機能
- ③ 慣性授受機能＋間接接続慣性機能（②から接続軸を反転）
- ④ 間接接続慣性機能のみ
- ⑤ 間接接続慣性機能のみ（④から接続軸を反転）
- ⑥ 慣性授受機能のみ
- ⑦ 慣性授受機能のみ（⑥から接続軸を反転）
- ⑧ 実用イナータ（理想イナータ機能＋慣性授受機能＋間接接続慣性機能）
- ⑨ 実用イナータ（⑧から接続軸を反転）
- ⑩ 理想イナータ機能のみ

各②～⑨のイナータについて図 2.4(a)に示すタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを想定して，

$$i_r = ni_p = 0.05[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

$$\lambda = 0.66$$

を仮定する。②～⑨の各ケースで仮定する P_1 ， P_2 ， Q_1 と Q_2 の値を表 5.2 に示す。 T_1 に対する T_3 への伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ の周波数伝達特性について，①，②と③の各ケースの比較を図 5.5 に示す。図 5.5 から，イナータの「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」により 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの 2 つの共振周波数が移動していることが確認できる。またイナータの接続方向を反転すると共振周波数の移動が逆方向に現れる（ケース②→③の変更で低周波数側の共振周波数は高周波数側に移動し，高周波数側

Table. 5.2 Coefficient A , P_1 , P_2 , Q_1 and Q_2 for each vibration models.

Case	A	P_1	P_2	Q_1	Q_2
①	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
②	0.0	0.1	0.0	0.227	-0.227
③	0.0	0.0	0.1	-0.227	0.227
④	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0
⑤	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0
⑥	0.0	0.0	0.0	0.227	-0.227
⑦	0.0	0.0	0.0	-0.227	0.227
⑧	1.0	0.1	0.0	0.227	-0.227
⑨	1.0	0.0	0.1	-0.227	0.227
⑩	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0

の共振周波数は低周波数側に移動する)ことが確認できる. T_1 に対する T_3 への伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ の周波数伝達特性について, ①, ②, ④と⑥の各ケースの比較を図 5.6 に示す. 図 5.6 でケース①からケース②への変化は, ケース①からケース④への変化の効果とケース①からケース⑥への変化の効果とを合計した効果として表れていると解釈することができる. ケース①と④に注目すると, 「間接接続慣性機能」が2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1に慣性モーメントを付与することで2つの共振周波数は共に低周波数側に移動している. 一方で, ケース①と⑥に注目すると, 「慣性授受機能」が2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板2から円板1に慣性モーメントを移動することで1次の共振周波数は低周波数側に移動し, 2次の共振周波数は高周波数側数に移動している. このことからケース①からケース②への変化のうち, 特に2次の共振周波数は高周波数側数に移動していることは, 「慣性授受機能」の特に円板2から慣性モーメントを減じる機能がもたらす効果と解釈することができる. T_1 に対する T_3 への伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ の周波数伝達特性について, ①, ③, ⑤と⑦の各ケースの比較を図 5.7 に示す. 図 5.7 では図 5.6 での各ケースの比較と同様に, ケース①からケース③への変化は, ケース①からケース⑤への変化の効果とケース①からケース⑦への変化の効果とを合計した効果として表れていると解釈することができる. ケース①と⑤に注目すると, 「間接接続慣性機能」が2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板2に慣性モーメントを付与することで2つの共振周波数は共に低周波数側に移動している. 一方で, ケース①と⑦に注目すると, 「慣性授受機能」が2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1から円板2に慣性モーメントを移動することで1次の共振周波数は高周波数側に移動

し、2 次の共振周波数は低周波数側数に移動している。このことから図 5.6 における考察と同様にケース①からケース③への変化のうち、特に1 次の共振周波数は高周波数側数に移動していることは、「慣性授受機能」の特に円板1 から慣性モーメントを減じる機能がもたらす効果と解釈することができる。また、ここでは2 自由度2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板1 から円板2 の慣性モーメントに含むこととした「直接接続慣性機能」は、「間接接続慣性機能」と同様に2 自由度2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板1 および円板2 に慣性モーメントを付与する機能であることから、ケース①からケース④への変化の効果とケース①からケース⑤への変化の効果を合計した効果として表れると考察でき、「直接接続慣性機能」は2 つの共振周波数を共に低周波数側に移動させると考えられる。図 5.6 と図 5.7 に対する考察から、「直接接続慣性機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」はいずれも2 自由度2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板1 から円板2 の慣性モーメントを変化させる機能と解釈することができる。「直接接続慣性機能」と「間接接続慣性機能」が慣性モーメントを付与するだけの機能となるのに対し、「慣性授受機能」は慣性モーメントを移動することで一方の軸が接続される対象から慣性モーメントを減じる機能として、「直接接続慣性機能」と「間接接続慣性機能」とは異なる効果が2 自由度2 慣性ねじり系基本振動モデルの周波数特性に表れることが確認できた。 T_1 に対する T_3 への伝達関数 $G_{T_3-T_1}$ の周波数伝達特性について、①、⑧、⑨と⑩の各ケースの比較を図 5.8 に示す。図 5.8 から、イナータを接続しないケース①に対して理想イナータ機能のみを考慮したケース⑩では高周波数側の共振周波数が無くなっている。これは、図 5.2(b)に示した「理想イナータ機能」による共振周波数の低周波数化と新たな反共振周波数の発生によって $\omega = 1[\text{rad/s}]$ で極零相殺が発生していると考えられる。一方、ケース⑧と⑨では2 つの共振と1 つの反共振が異なる周波数で発生していることが確認できる。これは慣性授受機能と間接接続慣性機能の影響を考慮することで、共振周波数が変化し、 $\omega = 1[\text{rad/s}]$ での反共振周波数と高周波数側共振の周波数が移動したためと考えられる。図 5.5 での考察と比較すると、イナータの接続方向を反転した時の共振周波数の移動方向は、理想イナータ機能の有無に関わらず一致していることが確認できる。一方でケース⑧と⑨の比較から、反共振周波数は実用イナータの接続方向を反転しても変化しないことが確認できる。これは、「理想イナータ機能」が支配方程式において対称行列の係数行列で表されることから2 軸間で機能に対称性が存在し、接続を反転しても機能が変わらないためと解釈することができる。

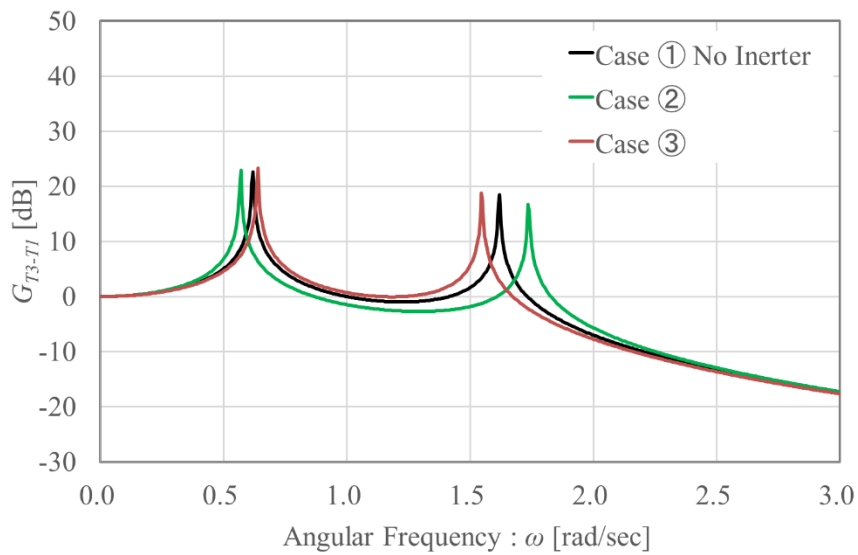


Fig.5.5 Variation of $G_{T_3-T_1}$ of torsional vibration cases ①, ② and ③ accompany with angular frequency ω of T_1 .

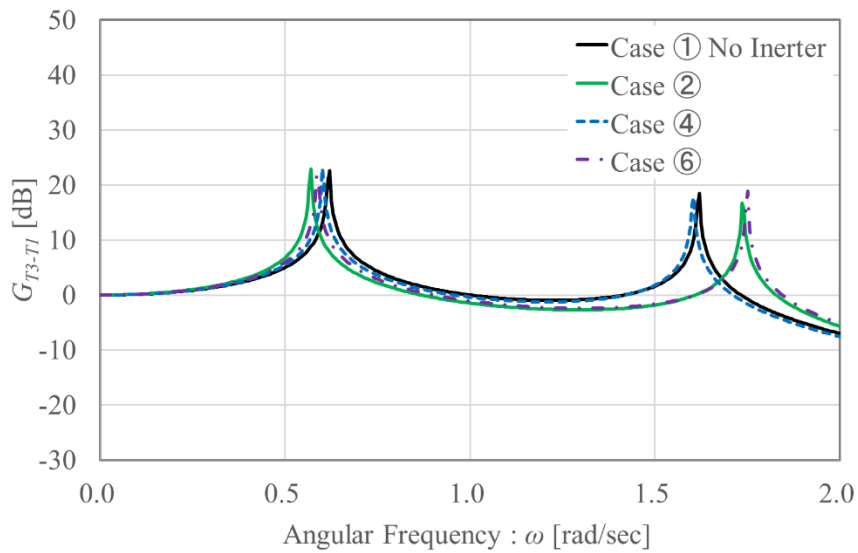


Fig.5.6 Variation of $G_{T_3-T_1}$ of torsional vibration cases ①, ②, ④ and ⑥ accompany with angular frequency ω of T_1 .

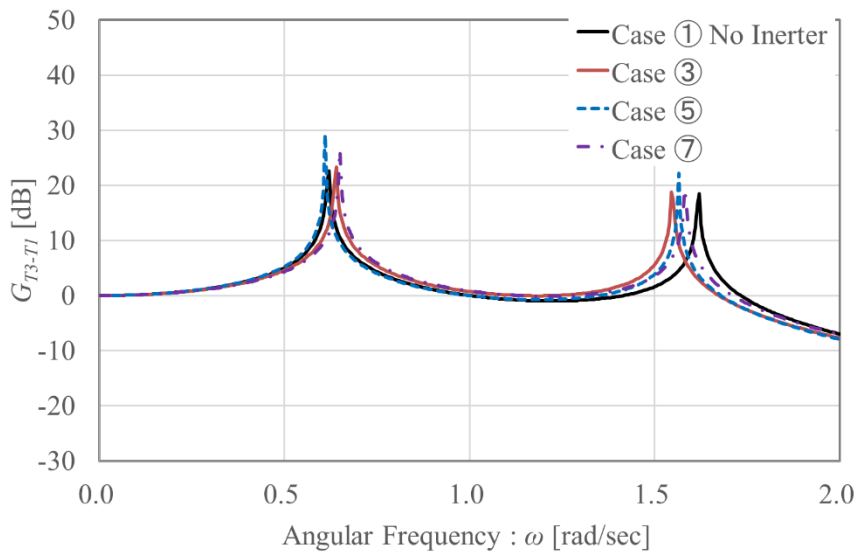


Fig.5.7 Variation of $G_{T_3-T_1}$ of torsional vibration cases ①, ③, ⑤ and ⑦ accompany with angular frequency ω of T_1 .

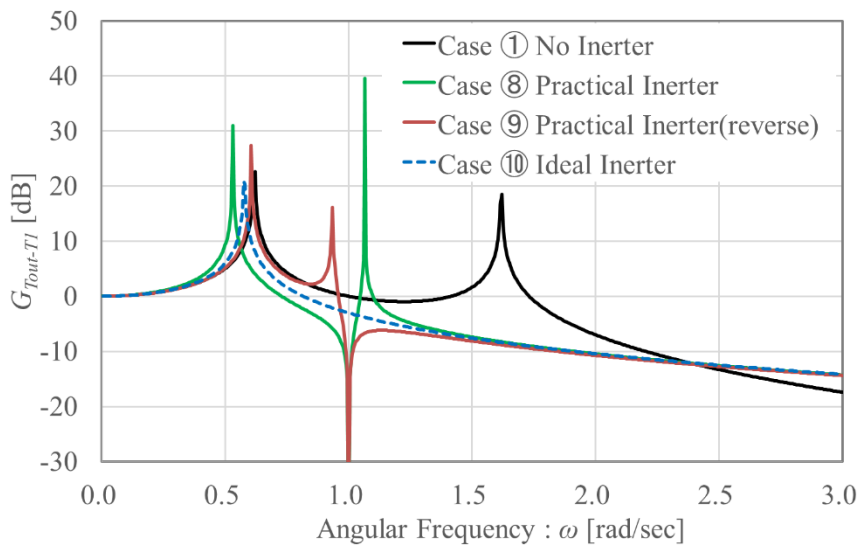


Fig.5.8 Variation of $G_{T_3-T_1}$ of torsional vibration cases ①, ⑧, ⑨ and ⑩ accompany with angular frequency ω of T_1 .

5.4 結言

本章では、第4章のタイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータを組み込んだねじり振動系モデルに対する運動方程式の定式化に基づいて、タイプAモデルの遊星歯車式ねじり系イナータが有する「理想イナータ機能」のみが作用する場合についてねじり振動系モデルの共振周波数と反共振周波数の定式化を行い、慣性モーメント比 A/J の変化に対する共振周波数と反共振周波数の変化を数値シミュレーションにより議論した。ここでは、「理想イナータ機能」はねじり振動系モデルの共振周波数と反共振周波数に対し周波数の変化や新たな共振・反共振周波数の生成、共振・反共振周波数の発生個数の変化など、イナータの接続形態によってさまざまな効果を共振周波数と反共振周波数にもたらすことを明らかにした。また一方でイナータの有無および慣性モーメント比 A/J の変化に対して変化しない共振周波数と反共振周波数を有するねじり振動系モデルの形態があることも明らかにした。

2自由度2慣性ねじり系基本振動モデルの円板1と円板2の間にイナータを接続する形態を例にして「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の効果のみを考慮した場合の伝達関数を定式化することによって周波数伝達特性について、「間接接続慣性機能」のみ、「慣性授受機能」のみ、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の両方、「理想イナータ機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の全てを考慮した場合について数値シミュレーションを行いイナータの各機能について議論した。その結果、「慣性授受機能」が有する、一方の軸から慣性モーメントを減じる機能が、「直接接続慣性機能」や「間接接続慣性機能」には無い効果をねじり振動系モデルの周波数特性にもたらすことを明らかにした。

以上の考察から、回転機械系のねじり振動問題に対して、慣性の付加により周波数特性の調整を行う従来の対策と対照的に、実用イナータが有する「理想イナータ機能」、「直接接続慣性機能」、「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の4つの機能の中で「理想イナータ機能」と「慣性授受機能」は、「理想イナータ機能」による「負剛性ばねの追加」と、「慣性授受機能」による「慣性の移動」が周波数特性の調整自由度を高めていて、回転機械系のねじり振動問題に対して新規な対策方法となり得ることを示した。

第6章 結論

本研究では、実際の機械装置としての構成を考慮したイナータによる回転機械系のねじり振動低減の実用的な設計理論を構築することを目的とした。まず従来の多くの研究で取り上げられた「理想イナータ」と実際の機械装置としての構成として構成部品の慣性モーメントや慣性質量、歯車機構の構成を考慮した「実用イナータ」についてそれぞれの動特性の定式化を行った。次に、定式化に基づいて「理想イナータ」と「実用イナータ」を理論的に比較することで両イナータの機能の差異を明確にした。遊星歯車機構を利用した遊星歯車式ねじり系イナータについて、機械装置としての構成が異なる複数のタイプの遊星歯車式ねじり系イナータ動特性を比較することで、実用イナータの機械装置としての構成が動特性に及ぼす影響を考察した。さらにはイナータを組み込んだねじり振動系モデルの伝達関数の周波数特性から、実用イナータの有する機能がねじり振動系モデルの伝達関数の周波数特性に及ぼす影響について考察した。

第2章から第5章まで個々に得られた結果を要約する。

第2章では、ねじり系と並進系の理想イナータ、タイプA、タイプB、タイプCとタイプA'モデルの4種類の遊星歯車式ねじり系イナータ、およびラック/ピニオン式並進系イナータについてその動特性を表わす支配方程式を定式化した。理想イナータについては、両軸（両端子）に等しい加速度が入力される条件での考察から、理想イナータが機械装置の構造、慣性質量や慣性モーメントを考慮しない機能としての定義であると解釈することができることを示した。機械装置の構造や慣性モーメントの諸元を考慮したタイプAモデルの遊星歯車式イナータについてトルクと角加速度の関係からオイラーの運動方程式に基づく支配方程式を、系全体の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーからラグランジュの運動方程式に基づく支配方程式をそれぞれ導出した。異なる導出法で同じ支配方程式が得られることを確認すると同時に、ラグランジュの運動方程式に基づく導出法の導出過程の明快さを示した。

第3章では、第2章で定式化したタイプA、タイプB、タイプCとタイプA'モデルの各遊星歯車式ねじり系イナータおよびラック/ピニオン式並進系イナータの動特性を表わす支配方程式が、理想イナータと同様の機能を示す「理想イナータ機能」、イナータ装置の構成要素の中で各端子に直接接続される要素の慣性モーメントまたは慣性質量を示す「直接接続慣性機能」と、イナータ装置の構成要素の中で両端子に直接接続されない要素の慣性モーメントまたは慣性質量に起因する「慣性再配分機能」の3機能

の和であると解釈することができることを示した。このことから、第3章での考察では、タイプ A、タイプ B、タイプ C とタイプ A' モデルの各遊星歯車式ねじり系イナータおよびラック／ピニオン式並進系イナータは、理想イナータの両端子それぞれに慣性モーメントまたは慣性質量を接続したものと等価となることを理論的に示した。「理想イナータ機能」は加振周波数の 2 乗に比例して剛性が変化するバネの機能として解釈することができることを示した。「慣性再配分機能」は、両端子に直接接続されない要素の慣性モーメントを各要素毎にいずれかの端子に配分する「間接接続慣性機能」と、両端子間で慣性モーメントまたは慣性質量を授受する機能である「慣性授受機能」との和として解釈することができることを示した。本研究で対象とする 4 種類の遊星歯車式ねじり系イナータと 1 種類のラック／ピニオン式並進系イナータの全てに対して、実用イナータの力学的機能が、「理想イナータ機能」，「直接接続慣性機能」，「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の 4 機能に展開して解釈することができることを示した。これら 4 機能への展開の定式化に基づいて数値シミュレーションを行い、各機能の大きさを示す係数行列の各項の値は、遊星歯車機構の設計諸元によって変化し、その変化の仕方は遊星歯車機構の接続構成により異なることを示した。具体的には、タイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは「理想イナータ機能」の大きさを示す係数 A の値が遊星歯車機構の設計諸元によって正值と負値および零値のいずれかとなること、タイプ B とタイプ C モデルの遊星歯車式ねじり系イナータでは「慣性授受機能」の大きさを示す係数 Q_1 と Q_2 の値が零値となる遊星歯車機構の設計諸元の組み合わせが存在することをそれぞれ示した。タイプ A、タイプ B とタイプ C モデルの各遊星歯車式ねじり系イナータでは、「理想イナータ機能」の大きさを示す係数 A の値と「慣性授受機能」の大きさを示す係数 Q_1 と Q_2 の値を大きくするためには、製品設計上実現が困難となる歯数比 $\lambda \rightarrow 0$ また $\lambda \rightarrow 1$ の歯車が必要となるが、タイプ A' モデルの遊星歯車式ねじり系イナータがこの設計上の制約の一つを回避できる具体的構成例となることを示した。

第 4 章では、実用イナータが振動系に組み込まれた場合に、実用イナータが有する「理想イナータ機能」，「直接接続慣性機能」，「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の 4 つの機能が振動系の動特性に及ぼす影響を考察するため、1 自由度 2 慣性、1 自由度 1 慣性、2 自由度 3 慣性と 2 自由度 2 慣性の 4 種類のねじり系基本振動モデルに対して、それぞれの基本振動モデルを構成する 2 つの円板の間または 1 つの円板と固定端との間にタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータを組み込んだねじり振動系モデルについて運動方程式を定式化した。定式化の結果、ねじり系イナータの軸 1 と軸

2 を逆に接続する場合を含めて 1 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルで 2 つ, 1 自由度 1 慣性ねじり系基本振動モデルで 2 つ, 2 自由度 3 慣性ねじり系基本振動モデルで 6 つ, 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルで 6 つの運動方程式が得られた. 「理想イナータ機能」がねじり系イナータの接続方向の正逆に関わらない機能である一方で, 「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」がねじり系イナータの接続方向に対して方向性を有する機能と解釈できることを理論的に示した.

第 5 章では, 第 4 章での運動方程式の定式化に基づいて数値シミュレーションを行った. まずタイプ A モデルの遊星歯車式ねじり系イナータが有する「理想イナータ機能」のみが作用する場合についてねじり振動系モデルの共振周波数と反共振周波数の定式化を行い, 慣性モーメント比 A/J の変化に対する共振周波数と反共振周波数の変化を数値シミュレーションにより確認した. その結果, 「理想イナータ機能」はねじり振動系モデルの共振周波数と反共振周波数に対し周波数の変化や新たな共振・反共振周波数の生成, 共振・反共振周波数の発生個数の変化など, イナータの接続形態によってさまざまな効果を共振周波数と反共振周波数にもたらすことを明らかにした. 一方でイナータの有無および慣性モーメント比 A/J の変化に対して周波数が変化しない共振と反共振を有するねじり振動系モデルの形態があることも明らかにした. 次に 2 自由度 2 慣性ねじり系基本振動モデルの円板 1 と円板 2 の間にイナータを接続する形態を例にして「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の効果のみを考慮した場合の伝達関数を定式化し, その周波数伝達特性について「間接接続慣性機能」のみ, 「慣性授受機能」のみ, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の両方を考慮した場合について数値シミュレーションを行い比較した. その結果, 「慣性授受機能」が有する, 一方の軸から慣性モーメントを減じる機能が, 「直接接続慣性機能」や「間接接続慣性機能」には無い効果をねじり振動系モデルの周波数特性にもたらすことを明らかにした.

以上, 構成部品の慣性質量や慣性モーメント, 機構を考慮した「実用イナータ」についてその動特性を総合的に考察することで, 「実用イナータ」の機械要素としての機能を明らかにした. またを「実用イナータ」がねじり振動系モデルの周波数特性に及ぼす影響について考察し, 実用イナータが有する「理想イナータ機能」, 「直接接続慣性機能」, 「間接接続慣性機能」と「慣性授受機能」の 4 つの機能を個別に議論することで, 振動系の周波数特性の調整自由度を高める, 回転機械系のねじり振動問題に対して新規な対策方法となり得ることを示した.

参考文献

第1章

- (1.1) 武田英夫, 真鍋舜治, 機械共振系の制御ループにおよぼす影響, 電気學會雑誌, Vol.79, No.848 (1959), pp.611-618.
- (1.2) Smith, M., Synthesis of mechanical networks: The inerter, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 47, No.10 (2002), pp.1648-1662.
- (1.3) 山本鎮男, 永井雄一, 河田叡治, 振子としてこの作用を応用した球形タンクの免震装置, 日本高圧力技術協会協会誌, Vol.13, No.5 (1975), pp.235-243.
- (1.4) 新垣忠志, 黒田英二, 有馬文昭, 井上豊, 馬場研介, ボールネジを用いた制震装置の開発 : その1 制震チューブ・制震ディスクの性能試験, 日本建築学会技術報告集, No.8 (1999) pp.239-244.
- (1.5) Ikago, K., Saito, K. and Inoue, N., Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.41, No.3 (2012), pp.453-474.
- (1.6) Lazar, I.F., Neild, S.A. and Wagg, D.J., Using an inerter-based device for structural vibration suppression, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.43, No.8 (2014), pp.1129-1147.
- (1.7) 花澤雄太, 須田祐幸, 山北昌毅, 足首のイナーターを利用した高速平面足受動歩行の実現, 日本ロボット学会誌, Vol.31, No.8 (2013), pp.721-729.
- (1.8) Smith, M. and Wang, F., Performance benefits in passive vehicle suspensions employing inerters, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vol. 42, No. 4 (2004), pp.235-257.
- (1.9) Tran, T. and Hasegawa, H., Advanced passive suspension with inerter devices and optimization design for vehicle oscillation, International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, Vol. 4, No. 4 (2015), pp.354-360.
- (1.10) Hu, Y., Chen, M.Z.Q. and Shu, Z., Passive vehicle suspensions employing inerters with multiple performance requirements, Journal of Sound and Vibration, Vol.333, No.8 (2014), pp. 2212-2225.

- (1.11) Shen, Y., Chen, L., Yang, X., Shi, D. and Yang, J., Improved design of dynamic vibration absorber by using the inerter and its application in vehicle suspension, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.361 (2016), pp.148–158.
- (1.12) Suciu, B. and Tsuji, Y., Theoretical investigation on the dynamic characteristics of one degree of freedom vibration system equipped with inerter of variable inertance, *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol. 11, No. 3 (2017), pp. 421-429.
- (1.13) Chen, M.Z.Q., Hu, Y., Huang, L. and Chen, G., Influence of inerter on natural frequencies of vibration systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.333 (2014), pp.1874–1887.
- (1.14) イェルクズーダウ, プラネタリートランスミッションを有するクラッチにおけるねじり振動ダンパ, 日本国特許, 特許第 3299510 号 (2002).
- (1.15) 両角宗晴, 遊星歯車と差動歯車の理論と設計計算法, 日刊工業新聞社, (1989), pp.1-3.

第 2 章

- (2.1) 小寺忠, 矢野澄雄, 例題で学ぶ機械振動学, 森北出版株式会社 (2009), pp.54-88.
- (2.2) 小寺忠, 矢野澄雄, 例題で学ぶ機械振動学, 森北出版株式会社 (2009), pp.89-114.
- (2.3) Smith, M., Synthesis of mechanical networks: The inerter, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 47, No.10 (2002), pp.1648-1662.
- (2.4) 両角宗晴, 遊星歯車と差動歯車の理論と設計計算法, 日刊工業新聞社, (1989), pp.1-3.
- (2.5) 澤瀬 薫, 菊池 俊行, 藤原 康宣, 古市 哲也, トルク差増幅型トルクベクタリング装置の分類と解析, *自動車技術会論文*, Vol,48, No.2, (2017), pp.317-322.

第 4 章

- (4.1) 小寺忠, 矢野澄雄, 例題で学ぶ機械振動学, 森北出版株式会社 (2009), pp.54-88.

第 5 章

- (5.1) 図解入門 よくわかる行列・ベクトルの基本と仕組み, 株式会社秀和システム (2004), pp.48-49.
- (5.2) 小寺忠, 矢野澄雄, 例題で学ぶ機械振動学, 森北出版株式会社 (2009), p.183.
- (5.3) 小寺忠, 矢野澄雄, 例題で学ぶ機械振動学, 森北出版株式会社 (2009), p.186.

- (5.4) 図解入門 よくわかる行列・ベクトルの基本と仕組み, 株式会社秀和システム (2004), pp.154-156.

発表論文

第2章

- [1a] 小川亜樹, 安達和彦, 回転機械のねじり振動系における遊星歯車式イナータ機能の理論的考察, 自動車技術会論文集, Vol.48, No.5 (2017), pp.1073-1078, Paper No.20174752.
- [1b] 小川亜樹, 安達和彦, イナータを利用した回転機械系のねじり振動低減に関する基礎研究, 日本機械学会東海支部第66期総会・講演会講演論文集, No.173-1 (2017), OS1-4, Paper No.130.
- [2a] 小川亜樹, 安達和彦, 実用イナータの動力的機能の理論的考察, 日本機械学会論文集, Vol.84, No.857 (2018), DOI:10.1299/transjsme.17-00341.
- [2b] 小川亜樹, 安達和彦, 遊星歯車式イナータによるねじり振動系の振動特性チューニングに関する研究, 日本機械学会機械力学計測制御部門講演会講演論文集 Dynamics and Design Conference 2017, No.17-13 (2017), D-OS1-J12, Paper No.346.
- [2c] 小川亜樹, 安達和彦, イナータの動力的機能の理論的考察, 日本機械学会2017年度年次大会講演論文集, No.17-1 (2017), G100-06, Paper No.G1000601.
- [3a] Ogawa, A. and Adachi, K., Theoretical studies of influence of the configuration on the Function of Planetary Gear Inerter for Rotating Drivetrain, *International Journal of Automotive Engineering*, Paper No.20170274 (査読済み, 審査中) .
- [3b] Ogawa, A. and Adachi, K., Theoretical studies on the function of a planetary gear inerter in the torsional vibration system of a rotating drivetrain (2nd report), *Proc. of 2017 JSAE Annual Congress (Spring)*, Session No.89 (2017) , Paper No.425.

第3章

- [1a] 小川亜樹, 安達和彦, 回転機械のねじり振動系における遊星歯車式イナータ機能の理論的考察, 自動車技術会論文集, Vol.48, No.5 (2017), pp.1073-1078, Paper No.20174752.
- [1b] 小川亜樹, 安達和彦, イナータを利用した回転機械系のねじり振動低減に関する基礎研究, 日本機械学会東海支部第66期総会・講演会講演論文集, No.173-1 (2017), OS1-4, Paper No.130.
- [2a] 小川亜樹, 安達和彦, 実用イナータの動力的機能の理論的考察, 日本機械学会論文集, Vol.84, No.857 (2018), DOI:10.1299/transjsme.17-00341.

- [2b] 小川亜樹, 安達和彦, 遊星歯車式イナータによるねじり振動系の振動特性チューニングに関する研究, 日本機械学会機械力学計測制御部門講演会講演論文集 Dynamics and Design Conference 2017, No.17-13 (2017), D-OS1-J12, Paper No.346.
- [2c] 小川亜樹, 安達和彦, イナータの動力的機能の理論的考察, 日本機械学会 2017 年度年次大会講演論文集, No.17-1 (2017), G100-06, Paper No.G1000601.
- [3a] Ogawa, A. and Adachi, K., Theoretical studies of influence of the configuration on the Function of Planetary Gear Inerter for Rotating Drivetrain, *International Journal of Automotive Engineering*, Paper No.20170274 (査読済み, 審査中) .
- [3b] Ogawa, A. and Adachi, K., Theoretical studies on the function of a planetary gear inerter in the torsional vibration system of a rotating drivetrain (2nd report), *Proc. of 2017 JSAE Annual Congress (Spring)*, Session No.89 (2017) , Paper No.425.
- [4] Ogawa, A. and Adachi, K., Theoretical analysis of novel planetary gear type inerter for the torsional vibration suppression capability of automotive drive train system, *Proc. of the ASME 2017 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Session No.1-3-1 (2017), IMECE2017-70372.

第 4 章

- [1a] 小川亜樹, 安達和彦, 回転機械のねじり振動系における遊星歯車式イナータ機能の理論的考察, 自動車技術会論文集, Vol.48, No.5 (2017), pp.1073-1078, Paper No.20174752.
- [2a] 小川亜樹, 安達和彦, 実用イナータの動力的機能の理論的考察, 日本機械学会論文集, Vol.84, No.857 (2018), DOI:10.1299/transjsme.17-00341.
- [5] 小川亜樹, 安達和彦, 理想イナータが多自由度ねじり振動系の周波数特性に及ぼす影響, 日本機械学会論文集, Vol.83, No.848 (2017), DOI:10.1299/transjsme.16-00445.

第 5 章

- [1a] 小川亜樹, 安達和彦, 回転機械のねじり振動系における遊星歯車式イナータ機能の理論的考察, 自動車技術会論文集, Vol.48, No.5 (2017), pp.1073-1078, Paper No.20174752.
- [2a] 小川亜樹, 安達和彦, 実用イナータの動力的機能の理論的考察, 日本機械学会論文集, Vol.84, No.857 (2018), DOI:10.1299/transjsme.17-00341.

謝辞

本論文をまとめるにあたり、終始懇切丁寧なご指導を賜りました中部大学工学部教授 安達和彦 博士に謹んで深く感謝の意を表します。

中部大学工学部教授 長坂今夫 博士、中部大学工学部教授 細川健治 博士、名古屋大学工学研究科教授 井上剛志 博士には、本論文についての有益なご助言とご教示を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

勤続 15 年目にして、大学院博士後期課程進学という貴重な学びの機会と目的を自身に与えてくださったアイシン・エイ・ダブリュ工業株式会社に、さらには自身の成長を温かく見守ってくださった塚本広幸氏（アイシン・エイ・ダブリュ工業株式会社 専務取締役）、小林浩二氏（アイシン・エイ・ダブリュ工業株式会社 理事）、勘山裕司氏（アイシン・エイ・ダブリュ工業株式会社 技術企画部長）、吉川卓也氏（アイシン・エイ・ダブリュ工業株式会社 技術企画部 GM）に深く感謝の意を表します。また、不在の間ご迷惑をおかけし、様々なご協力をいただいたアイシン・エイ・ダブリュ工業株式会社技術企画部の諸氏に深く感謝いたします。

一回り以上歳の離れた「おじさん新入生」に親しみを持って接していただき、和やかで楽しい研究環境を共につくってくださった中部大学工学部安達研究室の諸氏に感謝いたします。

安達先生には博士後期課程進学以来、温かいご指導と熱い激励をたくさんいただきました。自身の勤務先から持ち込んだ研究テーマに対し、「ドクターとしての能力」「理論の体系化の重要性」の観点で研究の価値を高める的確なご指導をいただきましたことに改めて厚く感謝の意を表します。

最後に、研究活動をしてきたこの 2 年半の間、不規則な生活にも関わらず私を温かく見守り、私に代わって我が家を守ってくれた妻 ちさと、娘 栞奈 に心から感謝いたします。ありがとうございました。

2018 年 3 月

小川 亜樹