巻頭言

第 19 巻の発刊にあたって

中部大学情報科学研究所長
吉田　年雄

昨年 5 月に 89 歳で二宮市三先生が亡くなられた．1985 年から 9 年間，経営情報学部教授として，1993 年度から 1 年間，本研究所の所員として研究・教育活動を行われた．私にとって，名古屋大学時代からお世話になった掛け替えのない師であった．

先生は，1994 年 2 月に「アンテナ（中部大学広報誌）」に，「数値計算と数学」という題の名文を載せられた．今でも，その内容は説得力をもっているので，ここにそれを引用しよう．

「数値計算は不完全な手段による数学のシミュレーションである」

数学（解析学）で扱われる実数（体）は無限で連続で，任意の 2 数に四則演算を施した結果は，0 による除算を除いて，実数体の要素として一つの実数である．一方，計算機の内部の実数（機械数）は，正負の符号，小数点の位置を表す指数部および規格化された 2 進小数として仮数部とから構成されていて，指数部と仮数部に割り当てられた桁数は一定である．要するに，機械数は有限個の特殊な有理数の集まりである．その総数はせいぜい10^{20}の程度で，日常の尺度から見ればかなり大きいといえるが，数学の実数体の無限の豊饒とは比べものにならない．決定的な困難は，任意の二つの機械数に四則演算を行った結果が一般にはもはや機械数ではないということである．このような場合には，厳密な演算結果に近い（必ずしも最も近いとはいえない）機械数で間に合わせるより仕方ない．これが計算誤差の発生の原因となる「丸め」である．丸めの誤差は計算の進行とともに蓄積されてゆくが，正負相殺することもあるので直線的に増加することはない．丸めの誤差をランダム変数と仮定すれば，その蓄積は大凡計算回数の平方根に比例すると考えられる．ともかくも，計算機の記憶装置に蓄えられた機械数はその末尾に大なり小なり丸めの誤差を抱えているのである．ところが以上は話半分で，実はもっと手ごわい難物が存在する．その名を「桁落ち」という．大きさがほぼ等しい同符号の機械数の減算を行うと，差の絶対値は 2 数より減少するが，一方 2 数のもっている誤差は，そのうちの大きい方がほとんどそのまま差に感染する．これは相対誤差（機械数の大きさに対する誤差の割合）の増大をもたらす．このようにして（相対）誤差は丸めによって緩慢に増殖し，ときどき桁落ちによって急激に増大する．悪条件（たちの悪い）連立 1 次方程式を解くときにたまたま起こる現象であるが，丸めと桁落ちのために，解が全くの誤差になってしまうことさえある．皮肉なことに，桁落ちはあらたに丸めの誤差を発生することなく，誤差を持たない数に対しては正確な結果をもたらす計算なのである．

以上を要約すると次のようにいえる．数値計算というのは，機械数という貧弱な道具を使い，常に丸めの誤差と桁落ちにおびえながら，真値に迫ろうとする試みである．

「数学でできないことも数値計算ではいくらでもできる」

前節で述べた否定的な見解に矛盾しているが，ある意味では正しい．「できる」という言葉の意味が違うのである．数学でできるというのは，完璧にできるということである．例えば代数方程式は4次までは解析的に解けるが,5次以上は不可能である.常微分方程式は,解ける場合には解は階数に等しい個数の任意常数を含む一般解として与えられる．多くの場合超越関数を含み，ときには無限級数になることもあるが，とにかく解を完全に表している．

一方計算機でできるというのは，近似値が求められるという意味である．確かに機械数は不完全であるが，計算機は誤動作することはめったになく，しかも計算は途方もなく速い．1 秒間に行う計算回数が 100 万というのが普通の速度で，スーパーコンピューターでは 10 億回に達する．したがって，人間にとっては退屈この上もない反復法を計算機はもっとも得意とする．反復法と併用して数値計算を可能にするもう一つの原理は，正面から扱っては困難な問題を，それとよく似た容易な問題にすりかえることである．たとえばニュートン法では，局所的に関数（曲線）を 1 次式（接線）で置き換えた 1 次方程式を解くことを反復する．初期値の選択の問題があって無条件ではないが，数学では箸にも棒にもかからない方程式がやすやすと解けてしまう．数値積分では被積分関数をこれとよく似た多項式で置き換え，この近似多項式の積分を元の積分の近似値とする．このようにして滑らかな関数の積分は勿論のこと，特異点をもつ関数や，振動関数の積分が，最近の進歩した方法に基づくソフトウェアを用いればいとも簡単に求められる．常微分方程式の初期値問題では，独立変数の離散的な点列に対する解の近似値しか得られないが，そのかわり数学では全く解けない問題が実用的な意味では楽々解決できる．

もう一度繰り返すと，数値計算でできるというのは，近似値が得られるということである．数学で得られた厳密解でも，これを実際に数値として用いようとすればすべて近似値になってしまうことを考えれば，精度の良い近似値は厳密解に比べてほとんど遜色がない．さらに，数値計算の最終結果が 3 桁を超える精度を要求することは希であるという事情がある．これは最終結果をグラフにすることを考えれば納得がいく．3 桁の精度がある点列から描かれるグラフは正に非の打ちどころがない．もっと極端なことをいうと，物理学のある分野では結果はオーダーが合えばよいという．こうなるとますます近似値の価値が上がり，数値計算の重要性が増すことになる．

数値計算でやれば，実用価値のある結果がいくらでも得られるのに，厳密解が得られないからといって，研究を断念するのは馬鹿げている．逆に，数学を使えば数値計算の立場からみれば魔法のようなすばらしい解が得られるのに，数値計算だけに固執するのも同じく愚かなことである．要するに，数学と数値計算はお互いに補完的な手段であり，時と場合に応じてこれらを使い分けてこそ研究の成果が挙がるというものである．

以上のように，二宮先生は「数値計算」に対する思いを率直に述べておられる．数値計算を実際に行う研究者や数値計算の研究に関わる研究者にとって，何よりの激励であると思われる．

さて，二宮先生との出会いは，私が名古屋大学工学研究科博士課程電子工学専攻の 1 年のときであった．二宮先生は応用物理学科の工業数学の教授であり，培風館の「電子計算機のための数値計算法Ⅱ」という本の第 4 章に，「漸化式による Bessel 関数の計算」を執筆されていたのを知っていた．当時行っていた方形導波管内の円筒状磁性体のマイクロ波の伝搬の研究で，複素変数のベッセル関数の計算が必要であったが，これについての計算機プログラムはなく，いろいろ悩んだ後，その計算法を偶然に発見し，専門外ではあったが，その計算法の論文を作った．指導教授の紹介で，二宮先生にそれを見てもらったのがお付き合いの始まりであった．そのとき，先生は，論文というものはむやみに書くものではない，やたらと連名にするものではないと言われ，また，論文になるものならば何でも書けという論文至上主義を批判された．また，論文というものは，完成度の高い，最終的なもののみ論文にすべきであると言われた．大学の先生は，とにかく論文を書け，書けと叱咤激励するのが普通であったが，この先生はその反対で，筋を通す珍しい教授であり，だんだんと敬服するようになった．見てもらった論文を修正し，情報処理学会に投稿し，その結果，条件付採録の査読結果が返ってきたとき，先生はこのままでも修正して送れば，採録になるだろうと言われた．しかし，私はその時点でもっと完成度の高い論文を作成していたので，この採録されるであろう論文を取り下げ，新たに，投稿し直した（その論文は採録され，その結果として，その計算プログラムの提供要請が数件あった．やはり，複素変数のベッセル関数の計算では困っている研究者が少なからずいたということである）．私が博士課程を満了するとき，名古屋大学の工学研究科に，1 年前に設立された情報工学専攻に二宮先生が移られることになり，私は，その講座の助手として採用していただいた（採用に至るまでの過程で，二宮先生ならではの面白い話があるが，省略する）．その後，二宮先生との連名の論文も少なからず出た．やがて，先生は定年を迎え，中部大学に移られた．少し後で，先生から聞いて知ったことであるが，私のその後を心配され，私にとってはこの上ない道を敷かれ，それを確信をもって見守っていたということであった．しかし，その道が閉ざされることになり，結果として，私は中部大学に赴任することになった．先生の意図した結果にはならなかったが，そこまで私を評価してくださったご厚情に対して，今でも感謝の気持ちは変わらない．中部大学に来て，驚いたのは，学生本位の教育カリキュラムの実行と研究支援の充実であった．教員本位の教育カリキュラムを組む大学が多いと聞いていたので，そのことは新鮮であった．また，性急な成果の要求がなく，長期間，着実に研究でき，そのために成就したテーマも二つほどあるのは幸いであった．二宮先生は，学生に実用性を重視した研究をすることが大切であると指導された．私もいつのまにか，それが身についているような気がする．

二宮先生には，いろいろお世話になり，助けていただきました．先生の目指された精神

は永遠であり，これからもずっと感謝を続けます．

さて，本年度も情報科学にいろいろな分野の集約としてのジャーナルを発行することができた．そのジャーナルの編集に尽力された編集委員の方々と，本年度まで本研究所の運営にあたっていただいた田中良幸氏に深甚なる謝意を表します．